

Cette épreuve comporte trois (02) pages numérotées 1/2 ; 2/2

Exercice 1 (2 points)

Ecris sur ta copie, le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N	Affirmations
1	Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$ alors $f([a; b]) = [f(a); f(b)]$
2	f est une fonction continue et strictement croissante sur l'intervalle $[-1; 3]$ telle que $f([-1; 3]) = [-2; 4]$ alors l'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique dans $[-1; 3]$
3	Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \beta$ et $\lim_{x \rightarrow \beta} g(x) = l$ alors $\lim_{x \rightarrow \beta} f \circ g(x) = l$
4	Si $f \leq g$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$

Exercice 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés à trou du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé à trou suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N	Enoncé à trou	Réponses
1	$ h(x) + 5 \leq \frac{2-x}{x^3}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{2-x}{x^3} = 0$ alors la limite de h en $+\infty$ est égale à ...	A 0
		B 5
		C -5
		D $+\infty$
2	Le nombre $\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[4]{9}}$ est égal à ...	A $\sqrt[4]{2}$
		B $\sqrt[4]{3}$
		C $\sqrt[3]{2}$
		D $\sqrt[5]{3}$

Exercice 3 (4 points)

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1) On considère la fonction définie par : $g(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6}$

a) Détermine l'ensemble de définition de g .

b) Démontre que g admet un prolongement par continuité en 2 que l'on précisera

2) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ \frac{\sin(2x)}{4x} & \text{si } x < 1 \\ a^2 - \frac{3}{2} & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

Détermine le nombre réel a pour que la fonction h soit continue en 1

Exercice 4 (7points)

I. 1- Soit g la fonction sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

- Calcule les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
2. a) Démontre que l'équation $x \in \mathbb{R}, g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$.
- Justifie que $1 < \alpha < 2$.
 - Détermine un encadrement d'amplitude 0,1 de α .
- 3) Démontre que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$.

II- f est la fonction définie sur $] -1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; i; j)$. L'unité graphique est 2cm.

1-a Démontre que : $\forall x \in] -1; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x^3)^2}$

- Etudie les variations de f et dresser son tableau de variation.
- Donne une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
- Etudie la position de (C) par rapport à (T) .

2 Trace (T) et (C) .

Exercice 5 (5points)

Dans la ville d'Odienné M. Koné, un artisan de grand renom, produit des articles très appréciés de la population. Un technicien du ministère de l'artisanat, après une étude de son activité, a estimé que si tous les articles produits sont vendus, le bénéfice moyen, en milliers de francs, des x articles est estimé par la fonction suivante : $B(x) = 4000x + \frac{400000}{x}$ si $x > 1$.

M. Koné, soucieux de connaître l'évolution de son activité, te soumet le résultat de cette étude.

- Détermine le bénéfice que l'artisan fera pour 100 articles, pour 1000 articles vendus.
- Dis comment évoluera le bénéfice. Justifie ta réponse.