

CONCOURS HOUPHOUET-BOIGNY DE MATHÉMATIQUES

PHASE FINALE : ÉDITION 2018

Niveau : Première et Terminale

Durée : 3 heures 30

EXERCICE 1.

Construis un triangle ABC tel que les trois hauteurs issues des sommets A , B et C mesurent respectivement 4cm , 5cm et 6cm . Donne un programme de construction.

EXERCICE 2.

Soient x et y deux réels tels que

$$\begin{cases} \left(x - \frac{1}{3}\right)^3 + 2018\left(x - \frac{1}{3}\right) = -5 \\ \left(y - \frac{7}{4}\right)^3 + 2018\left(y - \frac{7}{4}\right) = 5 \end{cases}$$

Calcule $x + y$.

EXERCICE 3.

Détermine tous les 6-uplets d'entiers naturels $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ tels que

$$\begin{cases} a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 + 6a_6 = 26 \\ a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 5 \end{cases}$$

EXERCICE 4.

- On considère la suite de nombres : $1^1 ; 2^2 ; 3^3 ; 4^4 ; \dots ; 2018^{2018}$.
 - Combien y a-t-il de carrés parfaits, c'est-à-dire de carrés de nombres entiers, dans cette suite ?
 - Combien y a-t-il de cubes parfaits, c'est-à-dire de cubes de nombres entiers, dans cette suite ?
- Sachant qu'il y a exactement 2018 carrés parfaits dans la suite de nombres $1^1 ; 2^2 ; 3^3 ; 4^4 ; \dots ; n^n$, quelles sont les valeurs possibles pour l'entier n ?

EXERCICE 5.

On considère un cercle (\mathcal{C}) de diamètre $[AB]$. Sur la tangente en B à (\mathcal{C}) , on place les points C et D , tels que B soit un point intérieur au segment $[CD]$. Les droites (AC) et (AD) recoupent (\mathcal{C}) respectivement en E et F . Les droites (CF) et (DE) recoupent (\mathcal{C}) respectivement en G et H . Montre que le triangle AGH est isocèle.