

CONCOURS HOUPHOUET-BOIGNY DE MATHÉMATIQUES

Edition de 2017

Niveau : Seconde

Durée : 3 heures

EXERCICE 1.

On considère l'ensemble des nombres entiers strictement positifs. On définit l'opération collage de deux nombres entiers M et N par $M \star N$ qui est égal au nombre obtenu en écrivant à la suite du nombre M le nombre N . Ainsi

$$2 \star 0 = 20$$

$$20 \star 1 = 201$$

$$20 \star 17 = 2017$$

On dit qu'un entier N est formidable si N divise $M \star N$ pour tout entier M .

Par exemple 2 est formidable mais 3 n'est pas formidable.

1. Déterminer tous les nombres formidables à un chiffre.
2. Déterminer tous les nombres formidables inférieur à 2017.

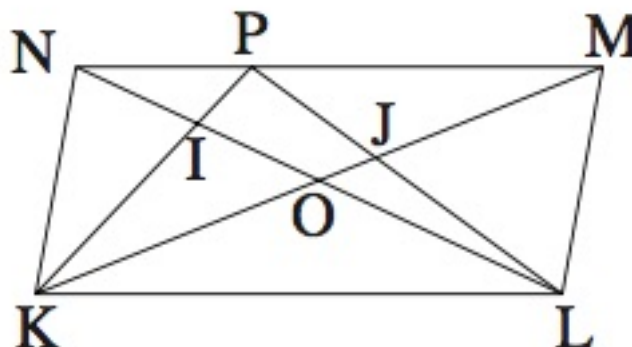
EXERCICE 2.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$(x^2 - 7x + 11)^{x^2 - 3x + 2} = 1.$$

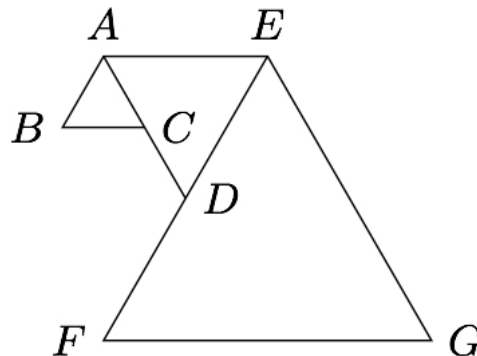
EXERCICE 3.

La figure ci-dessous montre un parallélogramme $KLMN$ d'aire 72cm^2 . O est le centre de ce parallélogramme. P est un point de $[MN]$. $[KP]$ et $[LN]$ se coupent en I . $[LP]$ et $[KM]$ se coupent en J . On sait de plus que la somme des aires des triangles KIN et LJM vaut 24cm^2 . Quelle est la mesure (en cm^2) de l'aire du quadrilatère $IOJP$.



EXERCICE 4.

Sur la figure ci-dessous, les triangles ABC , ADE et EFG sont équilatéraux. Le point C est le milieu de $[AD]$ et D celui de $[EF]$.



1. Que vaut $\frac{\mathcal{A}(ABC)}{\mathcal{A}(EFG)}$ où $\mathcal{A}(ABC)$ et $\mathcal{A}(EFG)$ sont les aires respectives des triangles ABC et EFG .
2. Soit H le point d'intersection de (AB) et (GE) , et I celui de (AB) et (GF) . Montrer que les triangles AEH et IGH sont équilatéraux.
3. Justifier que les points B , D et G sont alignés.

EXERCICE 5.

Le cube magique ci-dessous est divisé en 64 petits cubes. Un seul de ces petits cubes est gris. A la fin du premier jour, tous les cubes voisins du cube gris sont devenus gris (deux cubes sont voisins quand ils ont une face commune). A la fin du deuxième jour, tous les cubes gris ont, de même, rendu gris leurs voisins. Et ainsi de suite...

Combien reste-t-il de cubes blancs à la fin du cinquième jour ?

