



CONCOURS HOUPHOUET-BOIGNY DE MATHÉMATIQUES

Edition de 2017

Niveau : 1^{ère} / T^{le}

Durée : 4 heures

EXERCICE 1.

On part du nombre 5 et on s'autorise à utiliser deux opérations :

- L'opération (M) « multiplier par 2 » : $n \mapsto 2 \times n$.
- L'opération (R) « retrancher 3 » : $n \mapsto n - 3$.

Un entier N est dit admissible s'il est possible, en partant de 5 et en n'utilisant que les deux opérations (M) et (R) définies ci-dessus, de parvenir en un certain nombre d'étapes au nombre N .

Par exemple 25 est admissible par le chemin à cinq étapes suivant :

$$5 \xrightarrow{(M)} 10 \xrightarrow{(R)} 7 \xrightarrow{(M)} 14 \xrightarrow{(M)} 28 \xrightarrow{(R)} 25.$$

On considérera par convention que 5 est admissible (chemin avec 0 étape.)

1. Quels sont les entiers naturels admissibles en au plus 3 étapes.
2. Montrer que 11, 13, 16 et 19 sont aussi admissibles.
3. Justifier que tout multiple de 3 n'est pas admissible.
4. Montrer que 2017 est admissible en présentant une méthode permettant de trouver le chemin menant de 5 à 2017.

EXERCICE 2.

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$(x^2 - 7x + 11)^{x^2 - 3x + 2} = 1.$$

EXERCICE 3.

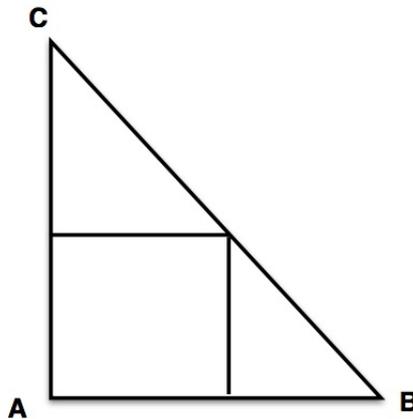
Déterminer toutes les listes d'entiers naturels consécutifs dont la somme vaut 2017.

EXERCICE 4.

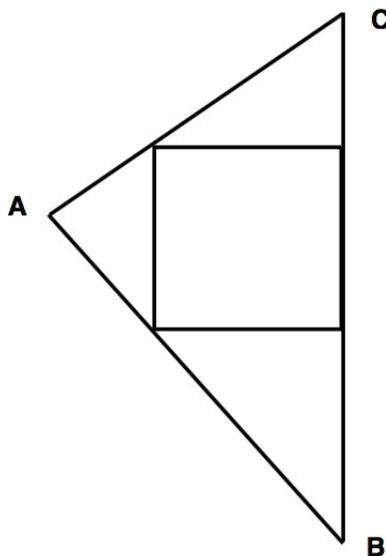
Etant donné un triangle ABC rectangle en A , on note $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$.

On veut construire deux carrés inscrits dans ce triangle :

- Le premier ayant A pour sommet :



- le second ayant un côté porté par l'hypoténuse :



1. Expliquer, de façon précise, comment réaliser la construction de ces deux carrés.
2. Exprimer les côtés x et y de ces deux carrés en fonction de b et c puis comparer leur aire.

EXERCICE 5.

On a tracé plusieurs droites du plan. La droite (X) coupe exactement 3 droites. La droites (Y) coupe exactement 4 droites. La droite (Z) , elle, coupe exactement n droites, et on sait que n ne vaut ni 3, ni 4. Combien y a-t-il de droites dessinées ?