



DEVOIR DE NIVEAU N°2 MATHÉMATIQUES

NIVEAU : 2^{nde} C
 DATE : 24 Novembre 2022
 Responsables : M. DJAHA
 0709521305 / 0506448812
 ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023

Consignes : Ce devoir comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2. La calculatrice scientifique est à usage strictement individuel. Tout contrevenant à cette règle est considéré comme un cas de tricherie sanctionné par la note de 00/40.

Exercice 1 : 2 points

Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes en écrivant le numéro de l'affirmation suivi de ta réponse. (0,25 points par réponse correcte)

- 1- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $|x| \geq 0$
- 2- La valeur absolue d'un nombre est la distance à 1 de ce nombre.
- 3- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $|x| = |-x|$
- 4- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $\sqrt{x^2} = x$.
- 5- La distance de -3 à 5 vaut $d(-3; 5) = 2$.
- 6- Si x et y sont deux nombres strictement négatifs tels que $x < y$ alors $x^2 > y^2$.
- 7- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$ et $r > 0$, $|x + a| < r \Leftrightarrow r - a < x < r + a$.
- 8- Pour tout $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, on a : $(a - b)^3 = a^3 + 3a^2b - 3ab^2 - b^3$.

Exercice 2 : 2 points (0,25 points par réponse correcte)

On donne les ensembles : $I = [2 ; 5]$; $E =]-3 ; 1[$; $F =]-\infty ; 4]$ et $D = \{-1 ; 0 ; 5 ; 8 ; \sqrt{11} ; -\frac{5}{2}\}$

N°	AFFIRMATIONS	REPNSES		
		A	B	C
1	Un majorant de l'ensemble I est	3	$\frac{13}{4}$	$3\sqrt{7}$
2	Un minorant de E est	11	-5	0
3	Le minimum de l'ensemble F est :	0	-500	N'existe pas
4	Le maximum de l'ensemble D est :	8	$\sqrt{11}$	97
5	Le minimum de l'ensemble I est	1	2	0
6	Un majorant de l'ensemble F est	$+\infty$	5	2
7	Un minorant de l'ensemble D est	-1	-2	$-\frac{5}{2}$
8	Le maximum de l'ensemble F est	N'existe pas	1	4

Exercice 3 : 5 points

On considère le nombre réel K tel que $K = 3|2 - \sqrt{5}| + |7 - 2\sqrt{5}| - \sqrt{125} + 8$.

- 1- Ecris $|2 - \sqrt{5}|$ et $|7 - 2\sqrt{5}|$ sans le symbole de la valeur absolue en justifiant ta réponse.
- 2- Ecris K sous la forme de $a + b\sqrt{5}$.
- 3- Donne le signe de K .
- 4- On admet que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$, donne un encadrement de $\frac{1}{K}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.

Exercice 4 : 6 points (AU CHOIX : Le candidat traitera uniquement la partie A ou partie B)

PARTIE A : Chaque question vaut 0,75 points

Soit a, b et c trois nombres réels non nuls tels que :

- 1- a) Démontre que $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{(a-b)^2}{ab}$.
b) Déduis que si a et b ont le même signe, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$.
- 2- a) Développe puis réduis l'expression : $(a + b)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)$.
b) Déduis que si a et b ont le même signe $(a + b)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right) \geq 4$.
- 3- On suppose que $|a| < 1$ et $|b| < 1$.
 - a) Démontre que $|ab| < 1$.
 - b) Déduis-en que $1 + ab > 0$
 - c) Développe puis réduis $P = (1 - a)(1 - b)$ et $Q = (1 + a)(1 + b)$.
 - d) Démontre de ce qui précède le résultat $\left|\frac{a+b}{1+ab}\right| < 1$.

PARTIE B : Chaque question vaut 2 points

- 1- Démontre par l'absurde que $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.
- 2- Démontre par la contraposée que pour tout entier naturel non nul n , si n^2 est pair alors n est pair.
- 3- Démontre par l'absurde que pour tout $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$, avec $a < b$, l'intervalle $[a; b[$ n'admet pas de maximum.

Exercice 5 : 5 points

En préparation des activités du club MATHÉMATIQUES de ton établissement, votre classe est chargée de découper une surface carrée de papier cartonné pour la confection des figures décoratives de grande envergure. La consigne laissée par les encadreurs est la suivante : « la valeur absolue de "l'aire déjà diminué de 5 mètres", doit être égale à 1 mètre. Vous désirez connaître la dimension du côté pour la découpe puis calculer l'aire de votre support à utiliser mais les autres membres de ton groupe n'y parviennent pas, ils s'en remettent à ton expertise.

En tant que Leader du groupe, tu es chargé de faire le découpage et de donner la valeur exacte de l'aire du support à utiliser

A l'aide d'une production rigoureusement argumentée détermine les dimensions (coté et aire) qui satisfont à la consigne des encadreurs.

"AIME LE TRAVAIL, CAR SEUL LE TRAVAIL PROCURE L'ABONDANCE"

**LE PARESSEUX A DES DESIR QU'IL NE PEUT SATISFAIRE (A MOINS QU'IL N'EMPRUNTE LE CHEMIN DE LA VICISSITUDE),
CAR, UN PEU PARESSER, UN PEU CROISER LES BRAS POUR DORMIR, ET LA PAUVRETE TE SUPRENDRA COMME UN
RODEUR, ET LA DISETTE COMME UN HOMME EN ARME.**