FORMULAIRE – RESUME – MATHS en TERMINALE S

COMPLEXES

$M(x,y)$ dans (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) a pour affixe z : $z = x + \mathrm{i}\, y$ dans $\mathbb{C}$

Le conjugué de z est : $\bar{z} = x - \mathrm{i}y$

Module de z : $|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$

Forme trigonométrique : $z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$ où $\theta =$ angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ $[2\pi]$

Forme exponentielle : $z = \rho e^{i\theta}$ (avec $|z| = \rho$ et θ = angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ = argument de z)

Conjugué de z : $\bar{z} = \rho e^{-i\theta}$

Soient A et B d'affixes z_A z_B alors $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$ et $AB = |z_B - z_A|$

Propriétés des modules

$|\bar{z}| = |z|$; $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$; $|zz'| = |z||z'|$

Propriétés des arguments

$\arg z\,z' = \arg z + \arg z'$ $[2\pi]$ $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg z - \arg z'$ $[2\pi]$ $\arg \bar{z} = -\arg z$ $[2\pi]$

Transformations usuelles

soit une transformation telle que $M(z) \to M'(z')$

Translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe t : $z' = z + t$

Homothétie de centre Ω d'affixe ω et de rapport k : $z' - \omega = k(z - \omega)$

Rotation de centre Ω d'affixe ω et d'angle θ : $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$

EQUATIONS DU SECOND DEGRE DANS $\mathbb{C}$

Soit l'équation $az^2 + bz + c = 0$ et le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

si $\mathbf{\Delta > 0}$ alors 2 solutions réelles $z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_1 z_2 = \frac{c}{a}$; $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a}$

si $\mathbf{\Delta = 0}$ alors 1 solution réelle $z_0 = -\frac{b}{2a}$

si $\mathbf{\Delta < 0}$ alors 2 solutions complexes $z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$; $z_2 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_1 z_2 = \frac{c}{a}$; $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a}$

si $\Delta \neq 0$ alors $az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - z_2)$ et si $\Delta = 0$ alors $az^2 + bz + c = a(z - z_0)^2$

IDENTITES REMARQUABLES

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3\,ab^2 + b^3$ $\qquad$ $a^3 + b^3 = (a+b)\,(a^2 - ab + b^2)$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3\,ab^2 - b^3$ $\qquad$ $a^3 - b^3 = (a-b)\,(a^2 + ab + b^2)$

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \ldots\ldots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \ldots\ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n$$

SUITES

Suites arithmétiques de raison r et premier terme u_0 alors $\quad u_{n+1} = u_n + r \quad ou \quad u_n = u_0 + nr$

Somme de n termes consécutifs de la suite = "nbre de termes" $\bullet \dfrac{\text{"1°terme" + "dernier"}}{2}$

en particulier $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Suites géométriques de raison q et premier terme u_0 alors $\quad u_{n+1} = q.u_n \quad ou \quad u_n = u_0 q^n$

Somme de n termes consécutifs de la suite = "1° terme" $\bullet \dfrac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$ avec $q \neq 1$

en particulier $1 + x + x^2 + x^3 + \ldots\ldots\ldots + x^n = \dfrac{1 - x^{n+1}}{1 - x} \qquad (x \neq 1)$

FONCTIONS LOGARITHME ET EXPONENTIELLE

$e^0 = 1$; $e^{a+b} = e^a e^b$; $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$; $(e^a)^b = e^{ab}$; $\ln e = 1$; $\ln 1 = 0$; $\ln ab = \ln a + \ln b$; $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$

$a^x = e^{x \ln a}$; $\ln a^x = x \ln a$; $y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$

LIMITES USUELLES DE FONCTIONS

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty \qquad \lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0 \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty \qquad \lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0 \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0 \qquad \lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0 \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} x^n e^{-x} = 0$

$\lim\limits_{x\to0} \ln x = -\infty \qquad \lim\limits_{x\to0} x \ln x = 0 \qquad \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin x}{x} = 1 \qquad \lim\limits_{x\to0} \dfrac{1 - \cos x}{x} = 0 \qquad \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1 \qquad \lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

DERIVEES PRIMITIVES

$f(x)$	$f'(x)$
k	0
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$

$f(x)$	$f'(x)$
x	1
$\frac{1}{x^n}$ $n \in \mathbb{N}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
e^x	e^x
$\sin x$	$\cos x$

$f(x)$	$f'(x)$
x^n	nx^{n-1}
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
a^x	$a^x \ln a$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$

Opérations et application des dérivées

$(u+v)' = u' + v'$ $\quad (k\,u)' = k\,u'$ $\quad (u\,v)' = u'\,v + u\,v'$ $\quad \left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$ $\quad \left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$(u^n)' = n\,u'u^{n-1}$ $\quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ $\quad (v \circ u)' = u' \cdot v' \circ u$ $\quad (e^u)' = u'e^u$ $\quad (\ln u)' = \frac{u'}{u}$

Equation de la tangente à la courbe C_f en $A(a; f(a))$: $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

CALCUL INTEGRAL - EQUATIONS DIFFERENTIELLES

Si F primitive ce f alors $\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$ et si $g(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ alors $g'(x) = f(x)$

$$\int_a^b f(t)\,dt = -\int_b^a f(t)\,dt$$

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

$$\int_a^b (\alpha f(t) + \beta g(t))dt = \alpha \int_a^b f(t)\,dt + \beta \int_a^b g(t)\,dt$$

si $a \le b$ et $f \ge 0$ alors $\int_a^b f(t)\,dt \ge 0$; si $a \le b$ et $f \le g$ alors a $\int_a^b f(t)\,dt \le \int_a^b g(t)\,dt$

si $a \le b$ et $m \le f \le M$ alors $m(b-a) \le \int_a^b f(t)\,dt \le M(b-a)$

Intégration par parties $\int_a^b u(t)v'(t)\,dt = \left[u(t)\,v(t)\right]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t)\,dt$

Equa diff

Les solutions de $y' = ay + b$ sont des fonctions $f(x) = C\,e^{ax} - \frac{b}{a}$ où C est un réel

PROBABILITES

Dénombrements :

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$ avec $0! = 1$ et $(n+1)! = n! \times (n+1)$

Le nombre de combinaisons de p éléments pris parmi n est noté $\binom{n}{p}$

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1)....(n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!} \quad ; \quad \binom{n}{p} = \binom{n}{n-p} \quad ; \quad \binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p} \quad ; \quad \binom{n}{1} = n$$

Développement $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \ldots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \ldots + b^n$

Généralités : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$; $P(\Omega) = 1$; $P(\varnothing) = 0$

En cas d'équiprobabilité $P(A) = \dfrac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } \Omega} = \dfrac{\text{"nombre de cas favorables"}}{\text{"nombre de cas possibles"}}$

Proba de B sachant A : $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$; si A et B sont indépendants $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

TRIGONOMETRIE - PRODUIT SCALAIRE

Formules d'addition

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

Formules de duplication

$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin(2a) = 2\sin a \cos a$

Valeurs remarquables

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	n'existe pas	0

Produit scalaire

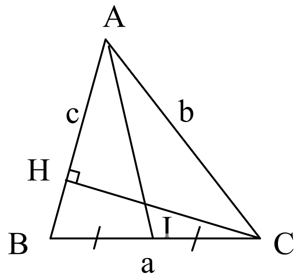
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$; $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$; soit $\theta =$ angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ alors $\vec{u} \bullet \vec{v} = \overrightarrow{OA} \bullet \overrightarrow{OB} = OA \times OB \times \cos\theta$

si $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ alors $\vec{u} \bullet \vec{v} = xx' + yy'$

si $\overrightarrow{OB}$ se projette en $\overrightarrow{OH}$ sur $\overrightarrow{OA}$ alors $\vec{u} \bullet \vec{v} = OA \times OH$ (si les vecteurs sont de même sens)

$\vec{u} \bullet \vec{v} = -OA \times OH$ (si sens contraires)

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow$ $\vec{u} \bullet \vec{v} = 0$



Al Khashi : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$

Théorème de la médiane : $c^2 + b^2 = 2AI^2 + \frac{a^2}{2}$

Aire du triangle : $S = \frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$

Formule des sinus : $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}}$

Equation de droite :

$ax + by + c = 0$ équation de D qui admet pour vecteur directeur $\vec{u}$(-b;a) et normal ("$\perp$") $\vec{v}\,(a;b)$