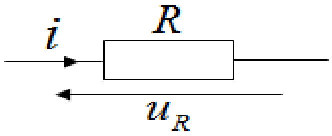
MODULE 3: ELECTRICITE : EVOLUTION TEMPORELLES DES CIRCUITS ELECTRIQUES ET ELECTRONIQUES

LECON2: CIRCUITS RC, LC et RLC
SITUATION PROBLEME:

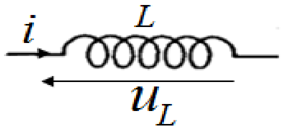
1. Généralités **(C, D et TI)**
En courant continu, on note les grandeurs par les lettres majuscules : intensité I , tension U ,…… En courant variable, on note les grandeurs par les lettres minuscules : intensité $i(t)$, tension $u(t)$,…..

1.1. Lois d'ohm aux bornes de quelques dipôles

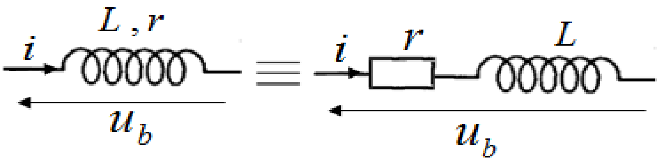
a) Résistor ou conducteur ohmique de résistance R(en ohm Ω) : $u_R = Ri$



b) Bobine idéal ou parfaite d'inductance L(en Henry H) : $u_L = L\dfrac{di}{dt}$

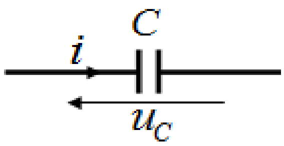


c) Bobine réel ou résistive d'inductance L et de résistance interne r : $u_b = ri + L\dfrac{di}{dt}$



Remarque : Dans une bobine, l'énergie est emmagasinée sous forme magnétique : $W_{mgn} = \dfrac{1}{2}Li^2$

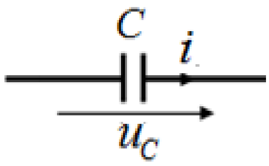
d) Condensateur de capacité C : $u_C = \dfrac{q}{C}$ et $i = \dfrac{dq}{dt}$



(convention récepteur)

Remarque :- Dans un condensateur, l'énergie est emmagasinée sous forme électrique : $W_{él} = \dfrac{1}{2}Cu_C{}^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$

-Convention générateur d'un condensateur : $u_C = \dfrac{q}{C}$ et $i = -\dfrac{dq}{dt}$



1.2. Courant alternatif sinusoïdal

a) Définition

C'est un courant dont l'intensité est une fonction sinusoïdale du temps.

b) Expressions de l'intensité du courant $i(t)$ et la tension $u(t)$ alternatives sinusoïdales

$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$ et $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$ avec I_m l'intensité maximale(A) et U_m la tension maximale(V)

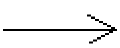
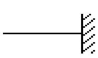
c) Valeurs efficaces

Intensité efficace $I_{eff} = I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ et tension efficace $U_{eff} = U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$.

Remarque :

- L'intensité efficace est mesurée à l'aide d'un ampèremètre et la tension efficace est mesurée à l'aide d'un voltmètre.
- La valeur maximale d'une tension peut être mesurée à l'aide d'un oscilloscope.

1.3. Branchement d'un oscilloscope aux bornes d'un dipôle

Un oscilloscope est branché en dérivation (en parallèle) aux bornes du dipôle dont on veut visualiser sa tension : l'une des voies( )de  l'oscilloscope à la borne positive et la borne négative à la masse ou potentiel zéro 

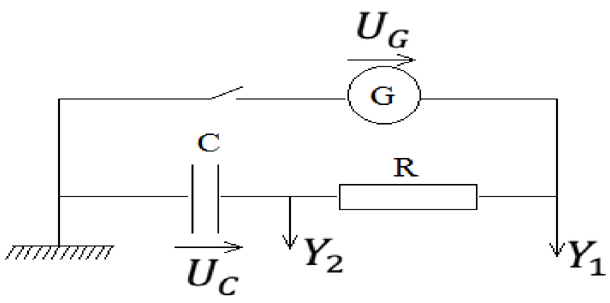
2. LE CIRCUIT RC.

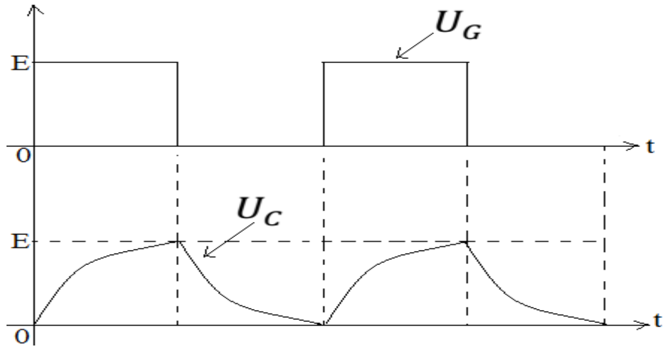
Un circuit RC est l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C.

2.1. Montage-étude expérimentale

Réalisons un circuit comportant un générateur, un dipôle et un oscilloscope permettant de visualiser la tension u_G et la tension U_C du condensateur.

La voie Y_1 visualise la tension u_G aux bornes du générateur et la voie Y_2 la tension u_C aux bornes du condensateur.





Observations

- Lorsque le générateur délivre la tension$U_G = E$, la tension U_C aux bornes du condensateur augmente jusqu'à la valeur maximale $U_{Cmax} = E$: on dit que **le condensateur se charge.**
- Pendant les phases où le générateur délivre une tension nulle, la tension aux bornes du condensateur décroit et s'annule : on dit que le **condensateur se décharge.**

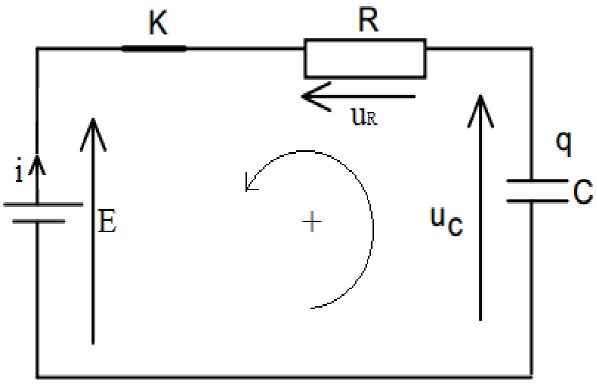
Remarques :

- Le circuit est dans un régime transitoire tant que la tension aux bornes du condensateur varie.
- Lorsque cette tension devient constante, le circuit est dans un régime permanent.

2.2. Etude théorique

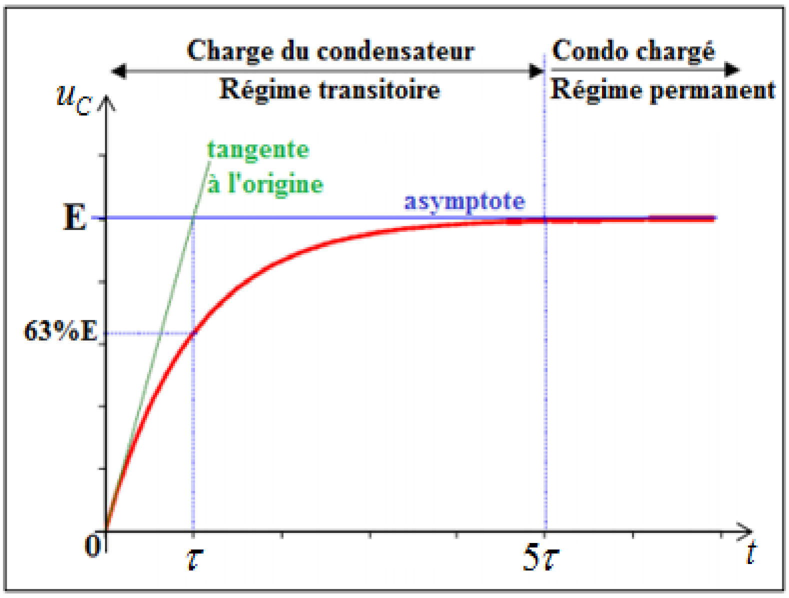
a) Equation différentielle et courbe de l'évolution du circuit pendant la charge

➢ **Equation différentielle de l'évolution du circuit pendant la charge**



D'après la loi des maille, $u_C + u_R - E = 0 \Rightarrow u_C + R.i = E$ Or ici : $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C.u_C \Rightarrow$ $i = \frac{d(C.u_C)}{dt} = c\frac{du_C}{dt}$ $\Rightarrow R\,c\frac{du_C}{dt} + u_C = E$ d'où $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$; C'est l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u_C aux borne du condensateur au cours de la charge. La solution de cette équation différentielle est : $u_C(t) = E.\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$.

➢ **Allure de la courbe d'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps**



Constante de temps τ : durée au bout de laquelle la tension aux bornes du condensateur en charge a atteint 63% de sa valeur maximale**.**

$u_C(t = \tau) = 0{,}63E$

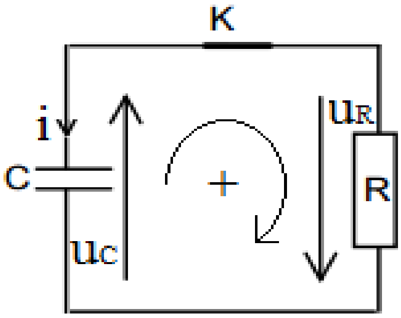
$\tau = R.C$ R en ohm (Ω) , C en farads (F) et τ en (s).

Temps de relaxation 5τ :durée au bout de laquelle le régime permanent est atteint.

$u_C(t = 5\tau) = E.\left(1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}}\right) = E.\left(1 - e^{-5}\right) \approx 0{,}993E$

Remarque : τ Caractérise la rapidité de la charge ; plus τ est élevée, plus la charge est lente.

b) Equation différentielle de l'évolution du circuit pendant la décharge



- **Equation différentielle de l'évolution du circuit pendant la décharge**

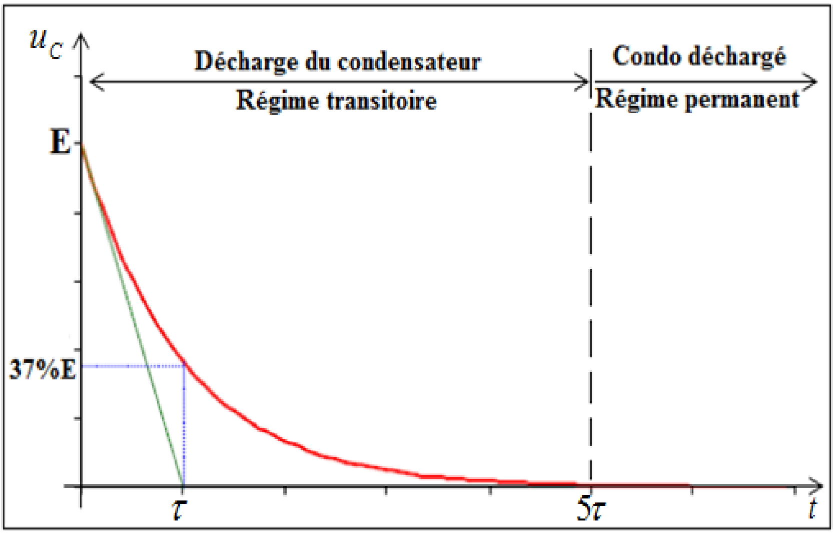
D'après la loi d'additivité des tensions , $u_C + u_R = 0$ or $u_R = R.i$, $i = \frac{dq}{dt}$ et

$u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C.u_C \Rightarrow i = \frac{d(C.u_C)}{dt} = c\frac{du_C}{dt} \Rightarrow u_R = R\left(c\frac{du_C}{dt}\right) = RC\frac{du_C}{dt}$

$\Rightarrow u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$soit $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0$:C'est l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u_C au cours de la décharge.

La solution de cette équation différentielle est : $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{RC}}$, E étant la tension du condensateur juste avant la décharge.

- **Allure de la courbe d'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps**

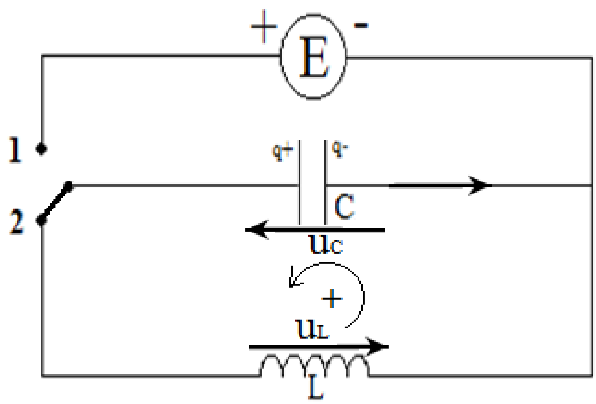


Remarque : pendant la décharge, la constante de temps τ correspond à la durée au bout de laquelle il ne reste plus que 37% de la valeur initiale de u_C. On a toujours : $\tau = R.C$

3. CIRCUIT LC LIBRE NON AMORTI

Le circuit LC est l'association en série d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C.

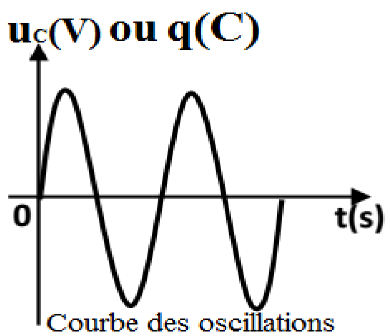
On considère que la bobine est idéale ($r = 0\ \Omega$).



3.1. Etude expérimentale

Soit le circuit ci-contre :

- Lorsque l'interrupteur est en position 1, le condensateur se charge.
- Une fois chargé, on bascule l'interrupteur en position 2 ; le condensateur se décharge dans la bobine. L'étude à l'oscilloscope montre que la tension aux bornes du condensateur varie comme une fonction sinusoïdale du temps : la décharge d'un condensateur dans une bobine idéale est un phénomène sinusoïdal non amorti. On dit le circuit LC libre est siège des oscillations sinusoïdales non amorties.



Courbe des oscillations électriques non amorties

3.2. Etude théorique

D'après la loi des mailles, $u_L + u_C = 0$ or $u_C = \frac{q}{C}$, $u_L = L\frac{di}{dt}$ et $i = \frac{dq}{dt}$

$\Rightarrow u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$

posons $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ $soit$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L.C}}$ $d'où$ $\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$. Une solution de cette équation s'écrit : $q(t) = q_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ Avec φ la phase initiale que l'on détermine avec les conditions initiales.

Le circuit LC libre est donc un oscillateur électrique harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L.C}}$, de période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ et de fréquence propre $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

L'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur est de la même forme: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \omega_0^2 u_C = 0$, cette équation une solution de la forme : $u_C = u_{cmax}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

3.3. Energie électromagnétique

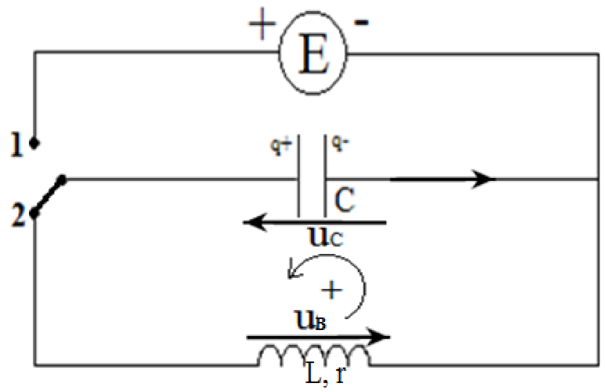
A un instant t quelconque, l'énergie électromagnétique dans le circuit est $E_{ém} = E_{él} + E_{mgn}$ or $E_{él} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ et $E_{mgn} = \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow E_{ém} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$. Cette énergie reste constante dans le circuit : l'énergie électrique se transforme en énergie magnétique et vice-versa. Ce qui explique les oscillations dans le circuit.

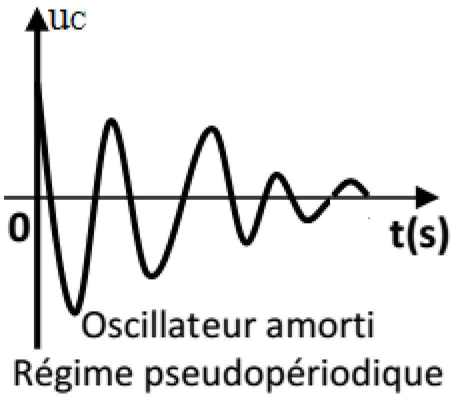
Remarque : au cours de ces oscillations, l'énergie électrique maximale est égale à l'énergie magnétique maximale. $(E_{él})_{\max} = (E_{mgn})_{\max}$.

4. CIRCUIT RLC LIBRE OU CIRCUIT LC LIBRE AMORTI

4.1. Etude expérimentale

Considérons le circuit ci-dessous. Lorsque l'interrupteur est en position 2, après avoir été en position 1, l'observation à l'oscilloscope de la tension aux bornes du condensateur u_C se présente comme suit :





il en découle que la présence de la résistance dissipe l'énergie par effet Joule, l'amplitude des oscillations diminue au cours du temps : ce sont les oscillations pseudopériodique. Le circuit RLC libre est un oscillateur amorti car il est siège des oscillations sinusoïdales amorties.

4.2. Etude théorique : équation différentielle de l'évolution de la charge q (de la tension u_C)

D'après la loi des mailles, $u_B + u_C = 0$ or $u_B = ri + L\frac{di}{dt} \Rightarrow$ or $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow$ $u_B = r\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2}$ or $u_C = \frac{q}{C}$ la loi des mailles devient $L\frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ d'où l'équation différentielle vérifiée par la charge q est : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$ soit $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. De même l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur s'écrit : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0$. Ces équations différentielles sont en accord avec les observations faites à l'étude expérimentale.

Remarque: si en plus de la résistance interne r de la bobine nous avons un résistor de résistance R alors ces équations différentielles deviennent : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R+r}{L}\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$ et $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R+r}{L}\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0$.

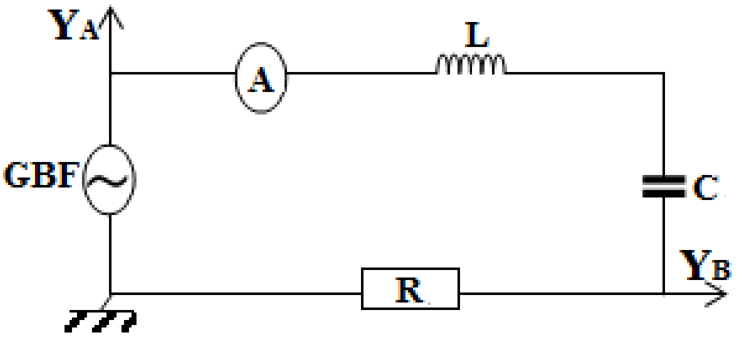
5. CIRCUIT RLC EN REGIME FORCEE (C, D et TI)

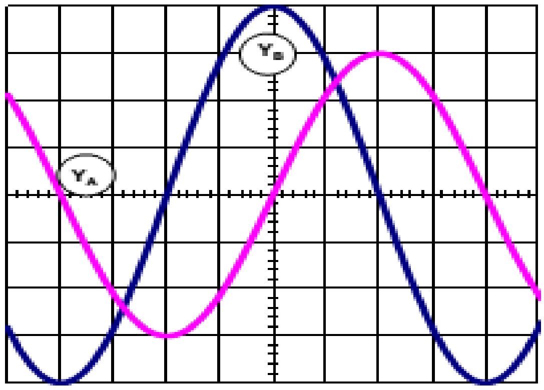
Un circuit LC libre non amorti, constitué d'une association en série d'un condensateur de capacité **C** et d'une bobine de résistance nulle et d'inductance **L** est le siège *d'*oscillations électriques **libres** et non amorti de pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, de fréquence propre $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ et de période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

Dans cette leçon, Nous nous intéressons aux oscillations **forcées** d'un dipôle RLC. La présence d'un résistor de résistance R diminue l'amplitude des oscillations, un générateur basse fréquence (GBF) va donc imposer ses oscillations à une fréquence précise au circuit RLC et nous étudierons la « réponse » de ce circuit en fonction de la fréquence excitatrice… ce qui nous permettra de mettre en évidence le phénomène de **résonance d'intensité** du dipôle.

5.1. Etude expérimentale (C, D et TI)

Considérons le circuit ci-dessous constitué d'un dipôle RLC, un GBF et un oscilloscope permettant de visualiser la tension $u(t)$ aux bornes du générateur et la tension u_R aux bornes du résistor.





-La voie Y$_A$ visualise la tension $u(t)$ aux bornes du GBF.
-La voie Y$_B$ visualise la tension $u_R = Ri$ aux bornes du résistor.

Observations :

- u(t) et i(t) sont des fonctions sinusoïdales de même période mais décalée l'une par rapport à l'autre.
- Le circuit RLC est le siège d'oscillations forcées car le générateur impose une fréquence différente de la fréquence propre f_0 des oscillations du circuit. On peut donc écrire : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ et $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ ou $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ et $i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ avec φ le déphasage de la tension $u(t)$ du générateur par rapport à l'intensité $i(t)$ du circuit.

5.2. Notion d'impédance (C, D et TI)

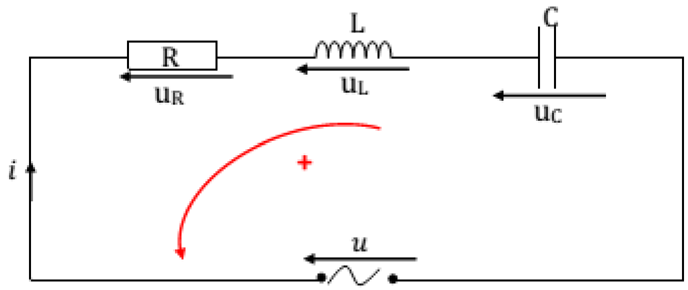
Par définition, l'impédance d'un dipôle est la grandeur physique notée Z et donnée par $Z = \frac{U_m}{I_m}$ ou $Z = \frac{U}{I}$.

l'impédance s'exprime en ohms (Ω). La loi d'ohm aux bornes d'un dipôle quelconque en régime sinusoïdal s'écrit : $U = ZI$ ou $U_m = ZI_m$. Z dépend de la nature du dipôle, pour un résistor U$_R$=RI$\Rightarrow Z_R = \frac{U_R}{I} = R$.

5.3. Étude théorique du dipôle RLC série (C, D et TI)

a) Expression de la tension $u(t)$ aux bornes du circuit RLC

Choisissons la tension aux bornes du GBF sous la forme $u = U_m\cos(\omega t + \varphi)$, ainsi $i = I_m\cos(\omega t)$.
Soit le circuit ci-dessous

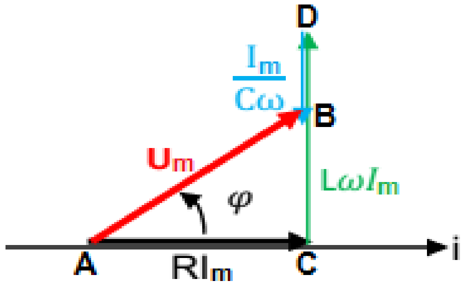


D'après la loi des mailles, $u_R + u_L + u_C - u = 0 \Rightarrow u = u_R + u_L + u_C$;
$u_C = \frac{q}{C}$ or $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow$ $q = \int idt = \int I_m \cos(\omega t)\, dt = I_m \int \cos(\omega t)\, dt = \frac{I_m}{\omega}\sin(\omega t). \Rightarrow u_C = \frac{q}{C} = \frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t) = \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$; $u_L = L\frac{di}{dt} = L[-I_m\omega \sin(\omega t)] = -LI_m\omega \sin(\omega t) \Rightarrow u_L = LI_m\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$
$\Rightarrow u_R = Ri = RI_m \cos(\omega t)$.Nous obtenons alors la relation :
$u = RI_m \cos(\omega t) + LI_m\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$.

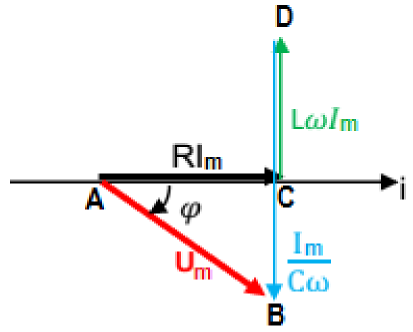
b) Construction de Fresnel (C, D et TI)

$u = RI_m \cos(\omega t) + LI_m\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$.
On constate donc que : u_R et i sont en phase, u_L en quadrature est en avance de phase sur i ; u_C en quadrature est en retard de phase sur i.
A la tension $u_R = RI_m \cos(\omega t)$ associons le vecteur $\overrightarrow{AC}$, à la tension $u_L = LI_m\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ le vecteur $\overrightarrow{CD}$ et à la tension $u_C = \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ le vecteur $\overrightarrow{DB}$. Ainsi la tension $u = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ est associée au vecteur $\overrightarrow{AB}$. On distingue trois cas :

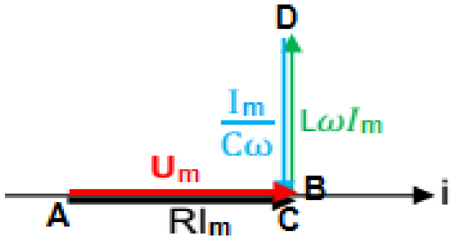
*Cas où $LI_m\omega > \frac{I_m}{C\omega}$:



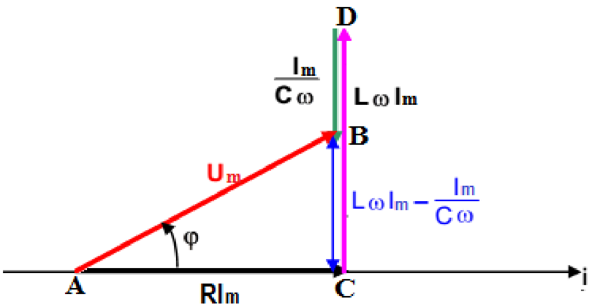
*Cas où $LI_m\omega < \frac{I_m}{C\omega}$:



*Cas où $LI_m\omega = \frac{I_m}{C\omega}$:



c) Impédance d'un dipôle RLC forcé



Dans le triangle ABC rectangle en C, on a : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ or

$AB = U_m$, $AC = RI_m$ et $BC = L\omega I_m - \dfrac{I_m}{C\omega}$

$\Rightarrow U_m^2 = R^2I_m^2 + [LI_m\omega - \frac{I_m}{C\omega}]^2 = R^2I_m^2 + I_m^2(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2$

$\Rightarrow U_m = I_m\sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ or l'impédance $Z = \frac{U_m}{I_m}$

D'où $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$.

d) Déphasage φ de la tension aux bornes du générateur par rapport à l'intensité

Dans le triangle ABC, on a : $\tan\varphi = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow \tan\varphi = \dfrac{L\omega I_m - \dfrac{I_m}{C\omega}}{RI_m}$ d'où $\tan\varphi = \dfrac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R}$. De même $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$.

- Si le déphasage $\varphi \succ 0$, alors $\tan\varphi \succ 0$, $L\omega - \dfrac{1}{C\omega} \succ 0$; $L\omega \succ \dfrac{1}{C\omega}$. Dans ce cas le circuit est inductif et la tension u est en avance sur l'intensité i.
- Si $\varphi \prec 0$, on a, $L\omega \prec \dfrac{1}{C\omega}$ le circuit est dans ce cas capacitif, et u est en retard de phase sur i.
- Si $\varphi = 0$, on a, $L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$; l'effet inductif compense l'effet capacitif et la tension et l'intensité sont en phase : on dit que le circuit est en **résonance d'intensité.**

Remarques :

- Aux bornes du résistor , $Z_R = R$, sa tension efficace $U_R = Z_RI = RI$ et $\varphi_R = 0rad$;
- Aux bornes de la bobine, $Z_L = L\omega$, sa tension efficace $U_L = Z_LI = L\omega I$ et $\varphi_L = +\dfrac{\pi}{2}rad$;
- Aux bornes d'une bobine de résistance interne r, $Z_b = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$, $\tan\varphi_b = \dfrac{L\omega}{r}$ et $\cos\varphi_b = \dfrac{r}{Z_b}$.
- Aux bornes du condensateur, $Z_C = \dfrac{1}{C\omega}$, sa tension efficace $U_C = Z_CI = \dfrac{I}{C\omega}$ et $\varphi_C = -\dfrac{\pi}{2}rad$;
- Aux bornes de l'association série RL, $Z_{RL} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$ et $\tan\varphi = \dfrac{L\omega}{R}$;
- Aux bornes de l'association série RC, $Z_{RC} = \sqrt{R^2 + (\dfrac{1}{C\omega})^2}$ et $\tan\varphi = \dfrac{-\dfrac{1}{C\omega}}{R} = -\dfrac{1}{RC\omega}$;

- Aux bornes de l'association série RLC, lorsque la bobine possède une résistance interne r alors

$$Z=\sqrt{(R+r)^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2},\ \tan\varphi=\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R+r}\ \text{et}\ \cos\varphi=\frac{R+r}{Z}.$$

5.4. La résonnance d'intensité (C uniquement)

a) Définition

On parle **de résonnance** lorsque la tension aux bornes du générateur imposée au dipôle RLC a une fréquence égale à la fréquence propre du circuit : $f = f_0$.

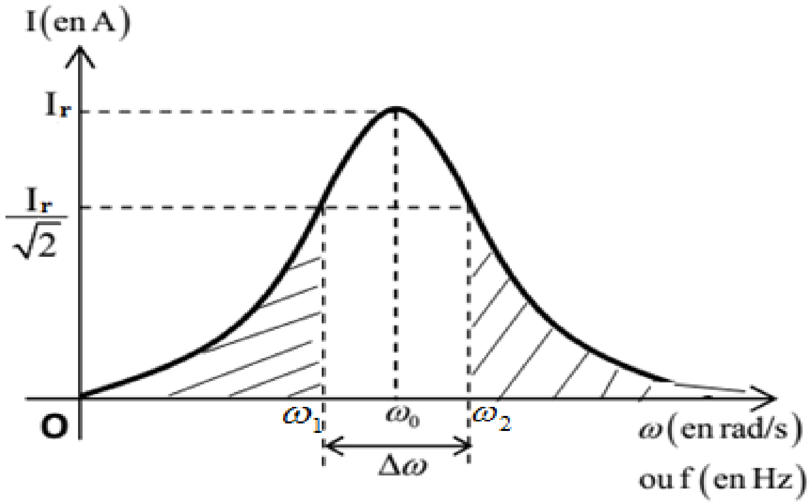
b) Les conséquences de la résonnance sont :

- ✓ A la résonance, la tension aux bornes du générateur $u(t)$ et l'intensité du courant $i(t)$ sont en phase : $\varphi = 0rad$
- ✓ A la résonance, l'impédance Z est égale à la résistance totale R du dipôle RLC : $Z = R$ **(cas d'une bobine pure r=0)**
- ✓ Lorsque l'intensité efficace I du courant est maximale à la résonance et donnée par : $I_r=\frac{U}{R}$ car $Z = R$.
- ✓ A la résonnance, $L\omega-\frac{1}{C\omega}=0 \Rightarrow L\omega=\frac{1}{C\omega}\Rightarrow LC\omega^2=1 \Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$ or $\omega=2\pi f\Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{\sqrt{\frac{1}{LC}}}{2\pi}\Rightarrow$ $f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$: on retrouve la définition de la résonance $f = f_0$.

c) La courbe de résonnance

La **courbe de résonance** est la représentation du **courant efficace *I*** dans le circuit **en fonction de la fréquence *f*** de l'excitateur $I = g(f)$ ou en fonction de sa pulsation ω, $I = g(\omega)$.

Pour représenter cette courbe, on maintient la valeur efficace U de la tension aux bornes du générateur fixe, on fait varier ω ou f et on relève à l'aide d'un ampèremètre les différentes valeurs de l'intensité efficace I. $I=\frac{U}{\sqrt{R^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2}}$.



d) Bande passante à 3dB (à trois décibels)

C'est l'intervalle de fréquences (de pulsations) pour lesquelles la puissance transmise au circuit RLC est supérieurs ou égale à la moitié de sa puissance à la résonance : $P\ge\frac{P_r}{2}$ soit $I\ge\frac{I_r}{\sqrt{2}}$.

En effet, $P\ge\frac{P_r}{2}\Rightarrow I\ge\frac{I_r}{\sqrt{2}}$ car la puissance est proportionnelle au carré de l'intensité. Aux limites de la bande passante on a $I=\frac{I_r}{\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{U}{\sqrt{R^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2}}=\frac{U}{R\sqrt{2}}\Rightarrow\sqrt{R^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2}=R\sqrt{2}\Rightarrow R^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2=2R^2$

$$\Rightarrow(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2-R^2=0\Rightarrow\left[(L\omega-\frac{1}{C\omega})-R\right]\left[(L\omega-\frac{1}{C\omega})+R\right]=0\Rightarrow\begin{cases}L\omega-\frac{1}{C\omega}-R=0\\ L\omega-\frac{1}{C\omega}+R=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}LC\omega^2-RC\omega-1=0\\ LC\omega^2+RC\omega-1=0\end{cases}$$

$\Delta=R^2C^2+4LC,\sqrt{\Delta}=\sqrt{R^2C^2+4LC}$.

- L'équation $LC\omega^2 - RC\omega - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega_{11} = \dfrac{RC - \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \\ \omega_{12} = \dfrac{RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \end{cases}$, ω_{11} à rejeter car négatif.
- L'équation $LC\omega^2 + RC\omega - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega_{21} = \dfrac{-RC - \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \\ \omega_{22} = \dfrac{-RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \end{cases}$, ω_{21} à rejeter car négatif.

Les pulsations limites de la bande passante sont : $\omega_1 = \dfrac{-RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC}$ et $\omega_2 = \dfrac{RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC}$ d'où la bande passante est l'intervalle $[\omega_1;\omega_2]$ ou $[f_1; f_2]$, $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$.

La largeur de la bande passante est $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ soit $\Delta\omega = \dfrac{R}{L}$ ou $\Delta f = f_2 - f_1$ soit $\Delta f = \dfrac{R}{2\pi L}$.

La largeur de la bande passante ne dépend que des caractéristiques du dipôle RLC.

e) Facteur de qualité

On appelle **facteur de qualité** est une grandeur sans unité donnée par le rapport $Q = \dfrac{\omega_0}{\Delta\omega}$ ou $Q = \dfrac{f_0}{\Delta f}$, qui caractérise l'acuité de la résonance c'est-à-dire le caractère plus ou moins sélectif du circuit RLC à la résonance.

- ✓ En remplaçant ces égalités par leur valeur, on a : $Q = \dfrac{L\omega_0}{R}$ ou $Q = \dfrac{1}{RC\omega_0}$ **(cas d'une bobine pure r=0)**

Le facteur de qualité caractérise la sélectivité du circuit :

- Plus R est grand, plus Q est petit ; le circuit est moins sélectif et la résonnance est floue.
- Plus R est petit, plus Q est grand ; le circuit est plus sélectif et la résonnance et aigu.

f) La surtension à la résonnance

A la résonance, les tensions efficaces aux bornes du condensateur et la bobine peuvent être supérieures à la tension efficace aux bornes du dipôle RLC : c'est le phénomène de surtension à la résonance.

$\dfrac{U_C}{U} = \dfrac{1}{RC\omega_0} \Rightarrow U_C = QU$ et $\dfrac{U_L}{U} = \dfrac{L\omega_0}{R} \Rightarrow U_L = QU$. Q est le coefficient de surtension.

Si U_C est devient supérieure à la tension de claquage du condensateur, alors on observe le claquage du condensateur.

6. PUISSANCE SINUSOIDALE EN REGIME FORCE

6.1. Puissance instantanée

La puissance instantanée **p(t)** consommée par un dipôle est égale au produit de la tension instantanée aux bornes du dipôle par l'intensité instantanée du courant qui le traverse $p(t) = u(t).i(t)$.

or $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ et $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t) \Rightarrow p(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi).I\sqrt{2}\cos(\omega t)$

p(t) = $2UI\cos(\omega t + \varphi).\cos(\omega t)$ or $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$

$\Rightarrow p(t) = UI\cos(\omega t + \varphi - \omega t) + UI\cos(\omega t + \varphi + \omega t)$ d'où $\boldsymbol{p(t) = U.I\cos\varphi + UI\cos(2\omega.t + \varphi)}$

6.2. Puissance moyenne consommée ou puissance active

C'est la moyenne de la puissance instantanée.

$P = \dfrac{1}{T}\int_0^T p(t)dt \Rightarrow P = \dfrac{1}{T}\int_0^T [UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t + \varphi)]dt$ d'où $\boldsymbol{P = U.I\cos\varphi}$ en watts (W)

6.3. La puissance apparente

La puissance apparente a pour expression $P_a = UI$ **,** en voltampères (VA).

6.4. Facteur de puissance $\cos\varphi$

On appelle facteur de puissance k, d'un circuit en régime sinusoïdal, le rapport entre la puissance active P et la puissance apparente S.

$k = \frac{P}{S} = cos\varphi$; $k \leq 1$

Pour un utilisateur consommant une puissance $P = U.Icos\varphi$ avec $I = \frac{P}{U.cos\varphi}$. L'intensité dépend du facteur de puissance. Soit R la résistance de la ligne de transport, la puissance dissipée par effet joule est :

$P_j = RI^2 = R\left(\frac{P}{U\cos\varphi}\right)^2$, la puissance perdue est minimale lorsque : $cos\varphi = 1$.

Cette perte est à la charge d'ENEO-CAMEROUN, qui pour son intérêt, impose aux consommateurs l'amélioration du facteur de puissance.

Pour éviter d'énormes pertes, le facteur de puissance doit être compris entre $0{,}8$ et $0{,}9$ et la résistance R de l'installation doit être petite.

6.5. Complément : Théorème de BOUCHEROT

≪La puissance active d'un groupement de dipôles est égale à la somme des puissances actives de chacun des dipôles $P_{total} = P_1 + P_2 + \ldots + P_n$ ≫.

MODULE 3, Lecon2:CIRCUITS RC, LC et RLC

EXERCICE1:

1) Définir : constante de temps d'un circuit RC pendant la charge ; régime permanent ; régime transitoire ; oscillateur électrique libre ; oscillateur électrique forcé ; résonance d'intensité.
2) combien de types d'oscillateurs électriques distingue-t-on ?
3) Quelle est la différence entre un oscillateur électrique amorti et un oscillateur électrique non-amorti ?

EXERCICE2: Répondre par vrai (V) ou faux (F)

1. On place en série : une inductance pure L et une capacité C. Il existe une pulsation pour laquelle l'impédance du circuit est nulle.
2. La fréquence de résonance d'un circuit (R, L, C) série est indépendante de la résistance.
3. Un circuit (R, L, C) peut, pour une certaine fréquence se comporter comme une résistance pure.
4. Dans un circuit (L, C), l'énergie totale emmagasinée à la résonance a pour expression E = $\frac{1}{2}LI^2$.
5. Dans un circuit (L, C), lorsqu'on augmente la surface en regard des armatures du condensateur, on observe une augmentation de la fréquence des oscillations.
6. La puissance moyenne consommée par un dipôle, de résistance totale R, parcouru par un courant d'intensité efficace I, s'exprime par la relation $P = RI^2$, identique à celle que l'on applique pour le courant continu. Si U est la tension efficace aux bornes du dipôle, on peut aussi écrire, comme en courant continu, que $P = \frac{U^2}{R}$.
7. On applique la tension $u = 100\sqrt{2}\sin\omega t$ entre les armatures d'un condensateur, de capacité C = 0,2µF. La puissance moyenne consommée est toujours nulle au cours des oscillations.
8. Un dipôle (R, L, C) série a les caractéristiques suivantes : R = 50Ω ; L = 0,1H ; C = 0,4µF. Il est alimenté sous la tension $u = 100\sqrt{2}\sin\omega t$. L'intensité efficace du courant est maximale si la valeur de la pulsation est $\omega = 5000 rad.s^{-1}$.
9. une bobine de résistance négligeable, et d'inductance L = 0,1H, est soumise à la tension : $u = 100\sqrt{2}\sin\omega t$. La fréquence du courant est f = 100Hz, l'intensité instantanée est donnée par l'expression $i = 0{,}16.\sqrt{2}\sin\omega t$.
10. Une bobine non résistive, d'inductance L = 0,2H, est placée en série avec une résistance R = 60Ω. L'ensemble est soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace U = 40V et de fréquence f = 50Hz, l'intensité efficace dans le circuit a pour valeur I = 0,46A.

EXERCICE3: Questions à choix multiples

1. Une bobine laisse-t-elle passer plus facilement :
   a) Les courants de basse fréquence.
   b) Les courants de haute fréquence .
2. On applique aux bornes d'un condensateur la tension $u = U_m\sin\omega t$
   Quand ω croît, l'intensité maximale Im :
   a) croît ; b) reste constante ; c) décroît
3. L'impédance d'un condensateur est $Z_1 = 1000\Omega$ pour une alimentation sinusoïdale de fréquence $f_1 = 1000Hz$. Que vaut son impédance Z_2 quand $f_2 = 500Hz$?
   a) $Z_2 = 1000\Omega$; b) $Z_2 = 500\Omega$; c) $Z_2 = 2.10^3\Omega$;
4. Une bobine, d'inductance L et de résistance R, a une impédance Z = 14,1Ω. Le déphasage entre la tension et l'intensité est alors égale à $\frac{\pi}{4}$ rad. Que vaut la résistance de la bobine ?
   a) R = 5Ω ; b) R = 10Ω ; c) R = 15Ω ?
5. Une portion de circuit, AB, est constituée par l'association en série, de deux des trois éléments R, L ou C. La d.d.p entre A et B est : $u = 5\sqrt{2}.\sin 100\pi t$ tandis que l'intensité dans AB est : $i = i(t) = 2.10^{-2}.\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$.

Quelle est l'association considérée

a) RL ; b) RC ; c) LC ?

6. Les éléments suivants sont placés en série : un condensateur de capacité $C = 0{,}1\mu F$, et une inductance pure L = 0,4H. On applique, aux bornes de l'ensemble, la tension : $u = 10.\sqrt{2}\sin 1000t$.

   Que vaut l'avance de phase de la tension sur l'intensité :

   a) $\varphi = 0$; b) $\varphi = +\frac{\pi}{2}$; c) $\varphi = -\frac{\pi}{2}$?

7. On réalise les associations série suivantes :

   a) R.C ; b) 2R.C ; c) $\frac{R}{2}.2C$; d) $R.\frac{C}{2}$; e) $2R.\frac{C}{2}$

   Trouver une combinaison qui assure le même déphasage entre u et i que l'association a).

8. On applique une tension sinusoïdale, de pulsation $\Omega = 100 rad.s^{-1}$, aux bornes de l'ensemble (R, L, C) série suivant : $R = 100\Omega$; L = 1H ; $C = 5\mu F$.

   8.1 Calculer l'avance de phase de la tension sur l'intensité. Est-ce :

   a) $\varphi = -1{,}52 rad$; b) $\varphi = +1{,}52 rad$?

   8.2 Calculer le facteur de qualité Q du circuit. Est-ce :

   a) Q = 183 ; b) Q = 4,47 ; c) Q = 0,32 ?

9. Une bobine, de résistance $R = 50\Omega$, et d'inductance L ; est soumise à une tension sinusoïdale de valeur efficace $100\sqrt{2}$ volts. L'intensité efficace dans la bobine est I = 2A quand la pulsation ω vaut $100 rad.s^{-1}$. Un wattmètre indique que la puissance consommée dans la bobine est P = 200W. Que vaut L ?

   a) L = 0,1H ; b) L = 0,5H ; c) L = 1H.

10. Un générateur B.F permet d'appliquer, aux bornes d'un dipôle (R, L, C) série, une tension sinusoïdale, de valeur efficace 5V et de pulsation ω arbitraire.

    $R = 50\Omega$, L = 1H, $C = 0{,}1\mu F$.

    Quelle est la puissance maximale consommée dans le dipôle ?

    a) P = 5Watt ; b) P = 0,5Watt

EXERCICE 4: Caractéristiques d'une bobine résistive

Une bobine a une résistance R et une inductance L.

1. La bobine, alimentée sous une tension continue $U_0 = 9V$, est parcourue par un courant d'intensité $I_0 = 0{,}03A$. Calculer R.
2. La bobine, alimentée sous la tension sinusoïdale $u = 120.\sqrt{2}\sin\pi t$ (volt) est parcourue par le courant $i = 0{,}2.\sqrt{2}$ $\sin(100100\pi t + \varphi)$ (ampères).

   Calculer numériquement L et φ.

EXERCICE 5: Equation différentielle d'un circuit électrique oscillant

L'équation différentielle régissant le comportement d'un circuit oscillant est $\ddot{q} + 8.000q = 0$. La capacité du condensateur est de $0{,}5\mu F$.

1. Déterminer la pulsation, la fréquence et la période propres.
2. Quelle est l'inductance de la bobine ?

EXERCICE 6: Etude énergétique d'un circuit oscillant

L'énergie électrique d'un condensateur ($C = 0{,}1\mu F$) monté en série avec une bobine non résistive est donnée en fonction du temps par la relation $E_{él} = 0{,}005.\cos^2(40.000t)$ (J). Déterminer la valeur de l'inductance de la bobine et l'expression en fonction du temps de l'énergie magnétique de la bobine.

EXERCICE 7:

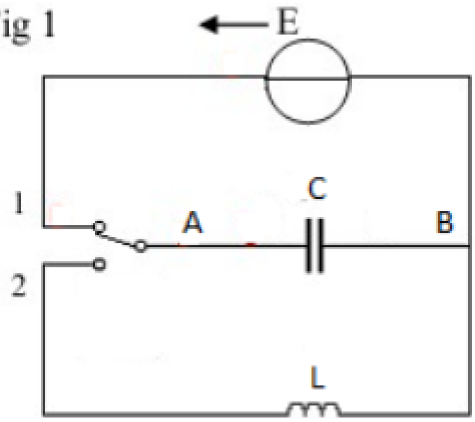
Répondre par vrai ou faux en justifiant au besoin la réponse.

1. Un circuit L,C oscille toujours.
2. Au cours des oscillations, il y a échange d'énergie entre le condensateur et la bobine dans un circuit LC.
3. Les oscillations s'atténuent à cause de la résistance du circuit RLC.

4. Quand la résistance est importante, la décharge est pseudo-périodique.
5. Le condensateur est l'analogue électrique d'un ressort.
6. Les lois du courant continu sont toujours valables en courant alternatif.
7. L'intensité du courant dans les différents dipôles R,L et C en série est la même.
8. Les tensions aux bornes de différents dipôles R,L et C en série sont en phase.
9. La fréquence de résonance d'intensité dépend de la résistance du circuit.
10. A la résonance u et i sont en phase.
11. La résonance est aiguë si la résistance du circuit est faible.
12. La tension efficace aux bornes d'un dipôle est toujours inférieure à la tension efficace délivrée par le générateur.
13. La puissance reçue par un circuit (R,L,C) est transformée en chaleur.

EXERCICE9:

Fig 1



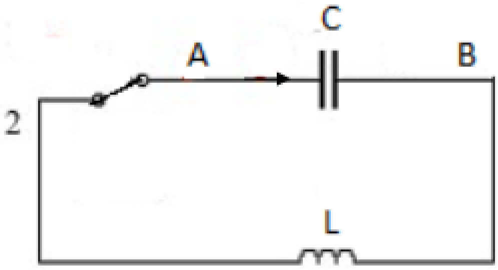


Fig 2

Avec un générateur de tension idéale de f.é.m E=6V constante, un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, on réalise le circuit de la figure1. On donne C=2,2mF et L=1,1H.

1. Charge du condensateur.

On place l'interrupteur K dans la position (1). Calculer :

1.1.La charge Q_0 portée par le condensateur.

1.2.L'énergie électrique $E_{él}$ emmagasinée par le condensateur après la charge.

2. Décharge du condensateur dans la bobine idéale.

L'interrupteur K est basculé dans la position (2), on obtient alors le schéma de la figure (2) ci-dessous.

2.1. Représenter sur le schéma les tensions u_C et u_L respectivement aux bornes du condensateur et de la bobine.

2.2. En appliquant la loi des mailles, établir la relation notée (1) entre u_C et u_L.

2.3.Exprimer u_L en fonction de l'intensité i et L.

2.4.Exprimer l'intensité i en fonction de la capacité C et de la tension u_C.

2.5.A l'aide de la relation (1), établir l'équation différentielle notée (2) à laquelle obéit u_C.

3. Solution de l'équation différentielle.

Une solution de cette équation différentielle est de la forme :

$u_C = U_{cm}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ (3).

3.1.Montrer que la relation (3) vérifie la relation (2) et déterminer l'expression de ω_0.

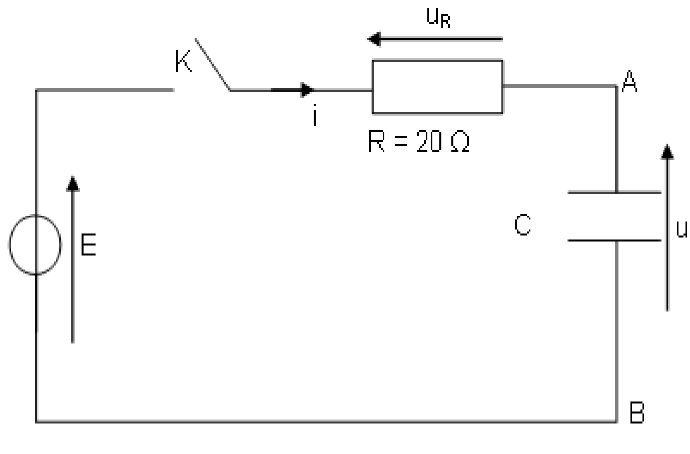
3.2.A la date t=0s, quelle particularité la tension u_C présente-t-elle ? Quelle est alors sa valeur ?

3.3.A la date t=0s, quelle particularité l'intensité du courant traversant le circuit présente-t-elle ?

3.4. En déduire les constantes U_{cm} et φ. Quelle est l'expression de u_C en fonction du temps ?

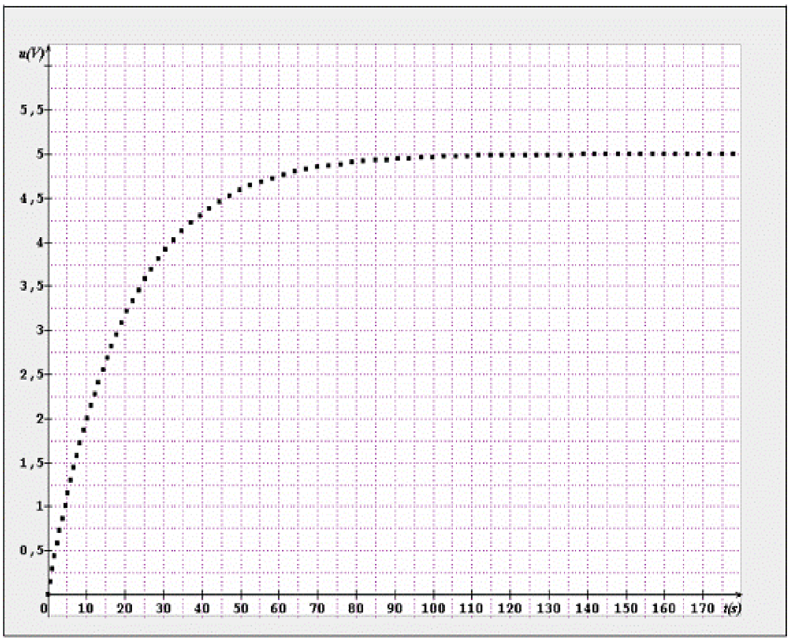
EXERCICE10:

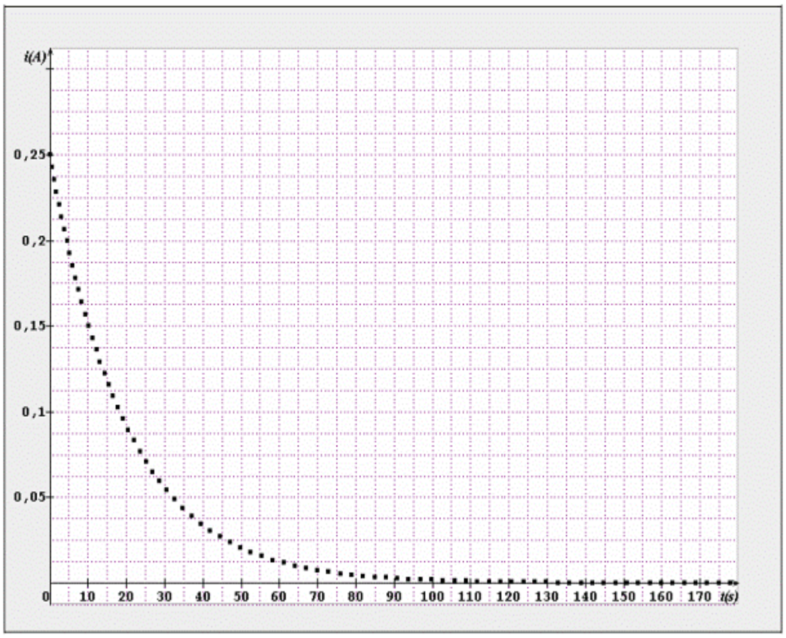
1. **Charge d'un condensateur à tension constante.**



Une autre manière de déterminer la valeur de la capacité d'un condensateur, consiste à charger ce dernier avec un générateur de tension constante E = 5,0 V associé à une résistance R = 20 Ω, en série avec le condensateur selon le schéma suivant :

On ferme l'interrupteur K à t = 0 s, un dispositif informatique (acquisition et traitement) permet d'obtenir les variations de l'intensité dans le circuit et de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps. On obtient les deux courbes ci-dessous :





1.1. D’après les graphes, quelles sont les valeurs de u et i lorsque le condensateur est chargé ?

1.2. Rappeler l’expression de la constante de temps τ du circuit. La déterminer graphiquement en précisant la méthode.

1.3. En déduire la valeur de la capacité du condensateur.

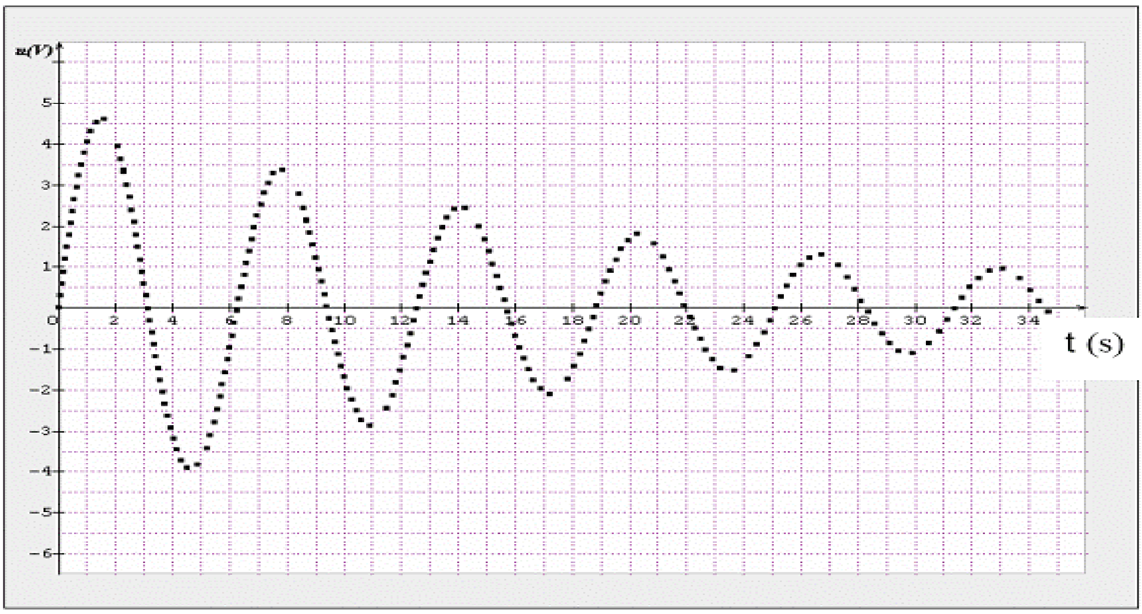
1.4. En respectant les notations du montage, montrer que la tension u vérifie l’équation différentielle : $RC.\frac{du}{dt}+u=E$

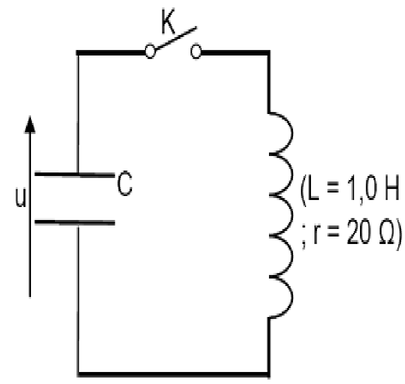
1.5. La solution de cette équation différentielle est de la forme $u(t) = E\,(1 - e^{-t/\tau})$ où τ est la constante de temps du circuit. Montrer que pour $t = 5\tau$, le condensateur est quasiment chargé. Le vérifier graphiquement.

2. <u>Oscillations dans un circuit (R, L, C).</u>

Une autre solution pour déterminer la valeur de la capacité du condensateur est d’établir des oscillations électriques dans un circuit (R, L, C). Le condensateur, préalablement chargé sous une tension E = 5,0 V, est relié à une bobine d’inductance L = 1,0 H et de résistance r=20 Ω, selon le schéma suivant :

L’acquisition de la tension aux bornes du condensateur permet d’obtenir la courbe suivante :





2.1. À l’aide de considérations énergétiques, expliquer pourquoi on observe des oscillations électriques dans le circuit.

2.2. Qualifier le régime d’oscillations obtenu.

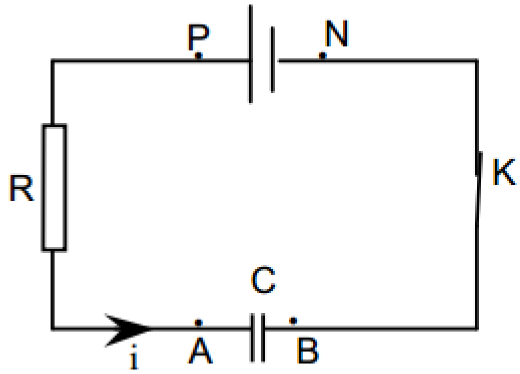
2.3. Etablir l’équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.

2.4. La période propre des oscillations d’un circuit (L, C) est donnée par $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$ où L représente l’inductance de la bobine et C la capacité du condensateur. En assimilant la grandeur temporelle précédente à cette valeur, en déduire la capacité du condensateur. Comparer avec la valeur obtenue dans la partie 1, question 1.3.

EXERCICE11:

On considère le circuit électrique schématisé ci-contre comportant en série :

- Un générateur de force électromotrice E=6V et de résistance interne négligeable ;
- Un condensateur de capacité C ;
- Une résistance R.



A la date t=0s, le condensateur étant chargé, on ferme l'interrupteur K, l'intensité instantanée i du courant est comptée positivement dans le sens qui pointe vers l'armature A(voir figure)

1. Etablir l'équation différentielle liant la charge q de l'armature A, sa dérivée première par rapport au temps $\frac{dq}{dt}$ et les constantes R, E et C.
2. Vérifier que $q = CE(1-e^{-t/RC})$ est solution de cette équation différentielle. Donner l'expression de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.
3. On mesure la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps. On obtient les valeurs suivantes :

t(s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
U_C(V)	0	1,60	2,75	3,80	4,20	4,70	5,00	5,30	5,50	5,60	5,75

3.a) Tracer alors le graphe u_C=f(t). Echelle : 1cm pour 10s et 2cm pour 1,00V.

3.b) Quelle est l'ordonnée de l'asymptote horizontale ? Justifier la réponse.

3.c) Tracer la tangente à l'origine à cette courbe et montrer que celle-ci coupe l'asymptote au point d'abscisse $t = \tau$. Déterminer la valeur de τ.

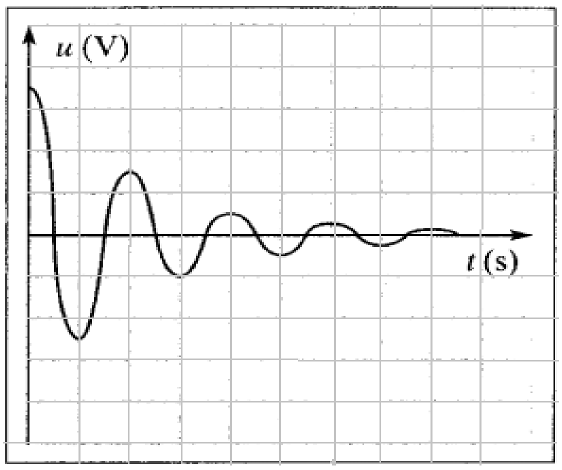
4. Sachant que R=2KΩ, calculer la capacité C du condensateur.

EXERCICE12:

Un circuit série comprend une bobine d'inductance L et de résistance interne r, et un condensateur de capacité C.

La figure représente la variation de la tension u en fonction du temps t aux bornes du condensateur au cours de la décharge de celui-ci le circuit :

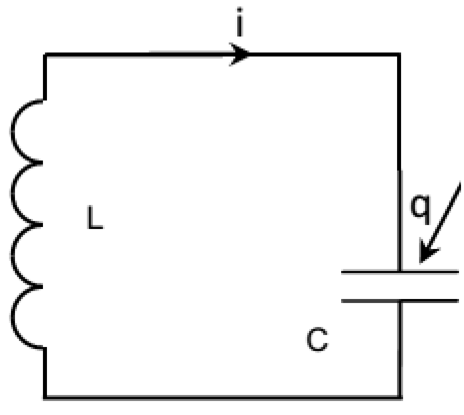
-sensibilité verticale : 2V/div ; - balayage : $100\mu s / div$.



1. Déterminer la période et la fréquence des oscillations électriques pseudopériodiques.
2. Quelle est la cause de l'amortissement des oscillations ?
3. On admet que l'amortissement ne modifie pas sensiblement la fréquence des oscillations. Calculer la capacité du condensateur si l'inductance de la bobine est L=0,1H.
4. Calculer l'énergie initiale $E_{él}$ du condensateur et l'énergie dissipée E_J par effet Joule lors de la première oscillation.

EXERCICE13:

Un circuit est constitué d'une bobine pure d'auto-inductance L = 0,1 H et d'un condensateur de capacité C = 1 F. A la date t = 0, le condensateur porte une charge Q_0 et l'intensité du courant est I_0.



1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge.
2. Donner les expressions de la charge q(t) et de l'intensité du courant i(t).
3. Montrer que l'énergie électromagnétique se conserve au cours des oscillations.
4. Quelles sont les expressions littérales en fonction du temps de l'énergie électrique, l'énergie magnétique et l'énergie électromagnétique. Représenter ces énergie sur le même graphe.

EXERCICE14:

1. Un condensateur de capacité C_1 est chargé sous une tension constante U_1 (fig. 1). Calculer la charge Q_1 portée par l'armature A ainsi que l'énergie emmagasinée E_1. **A.N.** : $C_1 = 10^{-6}$ F; U_1= 40 V.
2. Le condensateur C_1, chargé dans les conditions précédentes, est isolé, puis relié à une bobine d'auto-inductance L. La résistance du circuit est négligeable (fig. 2).

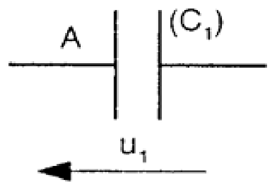


FIG.1

A la date t = 0 on ferme l'interrupteur K. Un oscillographe permet de visualiser la tension u(t) aux bornes de la bobine. On obtient la courbe représentée (fig. 3).

2.1. Soit q(t) la charge portée par l'armature A à la date t. L'intensité i(t) est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma.

a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u(t).

b) En déduire l'expression littérale de la tension u(t).

c) Déterminer les valeurs de la tension maximale et de la pulsation.

2.2. Calculer la valeur de l'auto-inductance L de la bobine.

2.3. Quelles sont les expressions littérales en fonction du temps de l'énergie emmagasinée dans le condensateur, dans la bobine et de l'énergie totale emmagasinée dans le circuit. Comparer à la valeur E_1. Conclure.

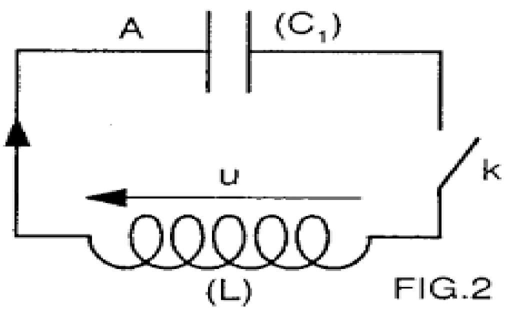


FIG.2

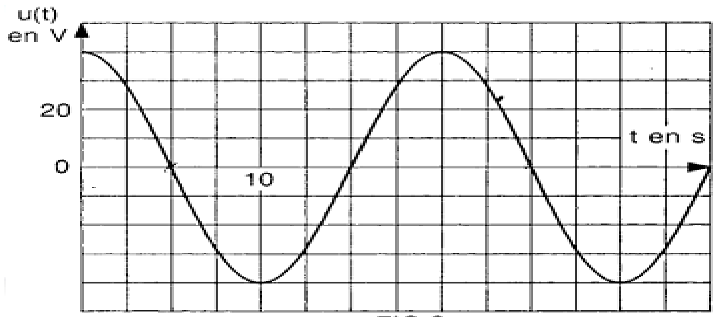


FIG.3

EXERCICE15:

L'objectif visé dans cet exercice est d'étudier la charge d'un condensateur et sa décharge à travers une bobine.

1. Un condensateur de capacité $C = 1\mu F$,initialement déchargé est placé en série avec un conducteur ohmique de résistance R=10kΩ, un interrupteur K et un générateur G de résistance négligeable qui maintient entre ses bornes une tension constante U_0=5V.

Le circuit est schématisé ci-contre (figure1). L'interrupteur K est fermé à la date t=0. Le sens d'orientation choisi est indiqué sur le schéma et q désigne la charge de l'armature liée à A.

Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{AB}(t)$ au cours de cette étape de charge du condensateur.

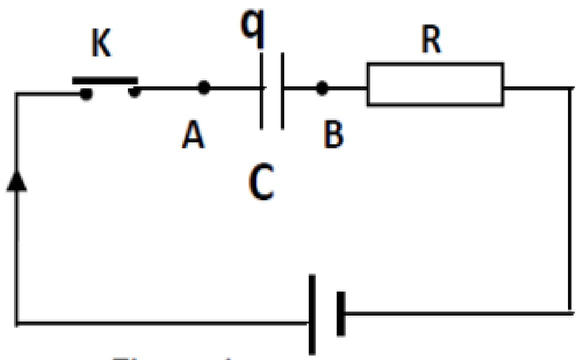


Figure 1

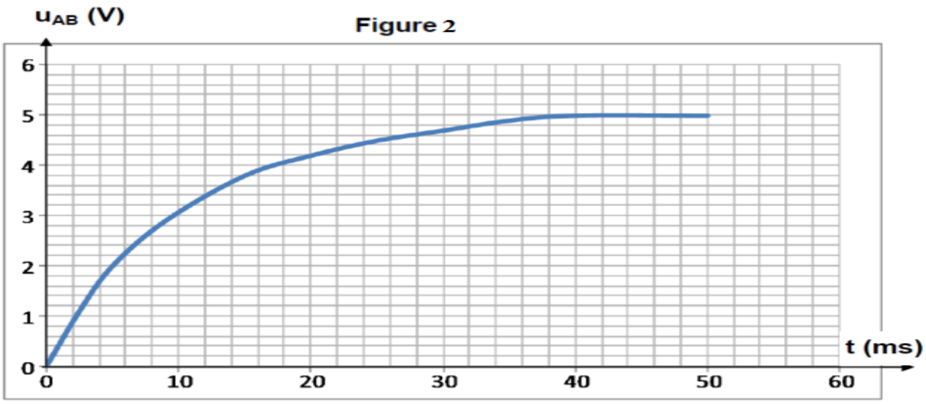
2. Vérifier que $u_{AB} = U_0(1 - e^{-t/\tau})$ est solution de l'équation différentielle précédemment établie, relation où est une constante que l'on exprimera en fonction de R et C. calculer τ .
3. Afin de vérifier expérimentalement la loi de variation de la tension $u_{AB}(t)$ et déterminer la valeur τ , on relève la valeur de u_{AB} à différentes dates t. ce qui a permis de tracer la courbe u_{AB}=f(t) (figure 2).

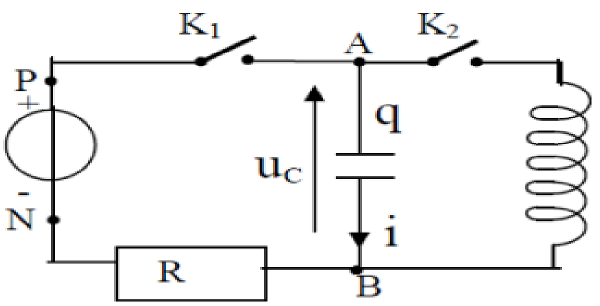
3.1. L'allure du graphe obtenu est-elle en accord avec l'expression de $u_{AB}(t)$ donnée à la question 2 ?

3.2. En utilisant la courbe, déterminer la valeur de la constante de temps τ . Comparer le résultat à la valeur théorique trouvée en 2 et conclure.

4. Exprimer l'intensité instantanée du courant électrique i(t) en fonction de $\frac{du_{AB}}{dt}$. En déduire l'expression de i(t) en fonction de U_0, R, C et t. représenter l'allure de la courbe i(t)=f(t).
5. A la date t=0, le condensateur précédent, chargé sous la tension U_0=5V, est déchargé à travers une bobine d'inductance L et de résistance négligeable (figure 3).

5.1. Etablir l'équation différentielle traduisant les variations de la charge du condensateur en fonction du temps. Calculer la période des oscillations électriques du circuit. On prendra L=10mH.





EXERCICE16:

Soit le montage électrique schématisé ci-contre permettant d'étudier le comportement d'un condensateur de capacité $C = 10\mu F$. Le générateur maintient entre ses bornes une tension constante de valeur E=6,0V. L'inductance de la bobine est L=0,10H. la résistance du conducteur ohmique vaut R=10Ω.

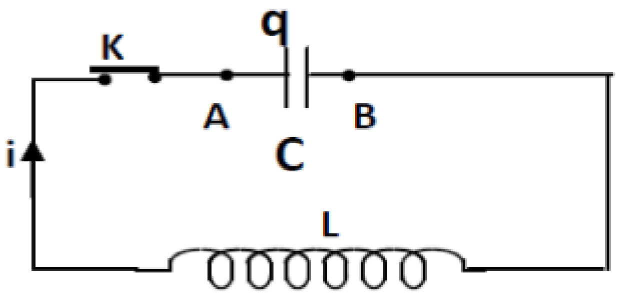


Figure 3

1. Le condensateur étant initialement déchargé, on le charge en fermant K_1 et en maintenant K_2 ouvert. L'opération de charge étant terminée, indiquer, justification à l'appui, les valeurs des grandeurs électriques suivantes :
   a) La tension aux bornes du condensateur ;
   b) La charge du condensateur ;
   c) L'intensité du courant circulant dans le conducteur ohmique ;
   d) La tension aux bornes du conducteur ohmique.
2. Maintenant on ouvre l'interrupteur K_1 et on ferme l'interrupteur K_2 à un instant de date t=0. Pour cette question, on suppose que la résistance de la bobine est nulle.

2.1. Quel phénomène se produit alors ?

2.2. Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes du condensateur en fonction de la charge q du condensateur et celle de la tension instantanée aux bornes de la bobine en de la dérivée seconde par rapport au temps de la charge $\ddot{q}$. Compte tenu de l'orientation choisie pour l'intensité instantanée i.

2.3. En déduire l'expression de l'équation différentielle du circuit vérifier par la tension u_C aux bornes du condensateur.

2.4. Donner la solution littérale de cette équation différentielle et dessiner l'allure de la courbe donnant les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.

2.5. Calculer la période propre T_0 des oscillations qui ont ainsi pris naissance dans le circuit.

3. En réalité, la bobine a une résistance R'=40Ω, on charge d'abord le condensateur comme décrit à la question 1. Puis on ouvre K_1 et ferme K_2.

3.1. Etablir l'équation différentielle relative à la charge q du condensateur à une date quelconque t puis en déduire celle relative à u_C.

3.2. Comment varie l'énergie totale du circuit ? Justifier.

EXERCICE17:

Il n'est pas demandé de faire des applications numériques pour cet exercice.

On réalise le circuit électrique correspondant au schéma de la figure 1.

Dans le circuit correspondant au schéma 1 sont associés, en série, un condensateur de capacité C initialement déchargé, un conducteur ohmique de résistance R et un générateur de f.e.m constante E et de résistance négligeable. Le sens positif de l'intensité du courant i est indiqué sur le schéma.

1. On ferme l'interrupteur K du circuit et on visualise, à l'aide d'un oscillographe, l'évolution de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique au cours du temps. On observe le oscillogramme a ou b.

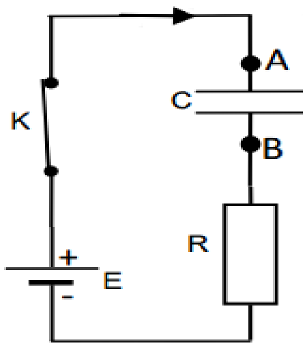
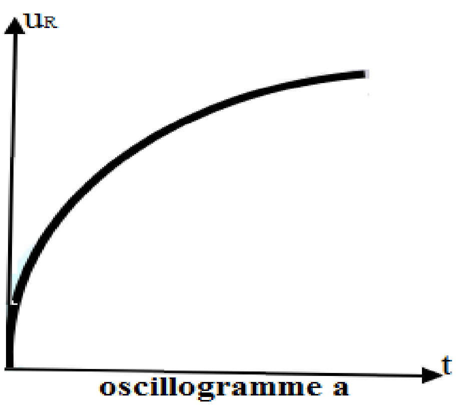
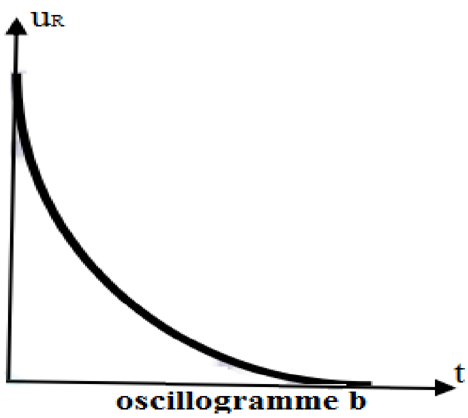


figure 1



oscillogramme a



oscillogramme b

1.1.Montrer que ces oscillogrammes visualisent les variations de l'intensité du courant électrique dans ce circuit.

1.2.Affecter l'oscillogramme correspondant à la figure 1. Justifier les réponses.

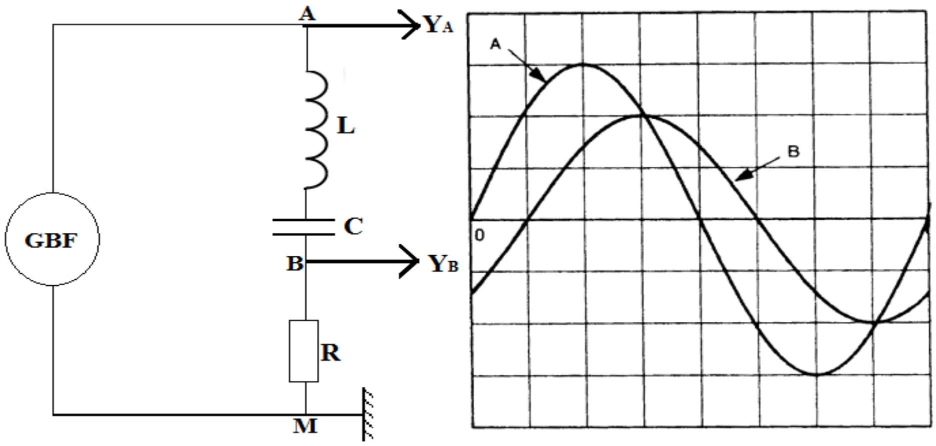
2.On considère la figure 1. Lorsque le condensateur est chargé, le générateur est déconnecté du circuit et remplacé par une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et aussitôt l'interrupteur est fermé à une date prise comme origine des temps t = 0.

2.1.Exprimer l'énergie W_0 initialement emmagasinée par le condensateur.

2.2.Préciser les échanges d'énergie qui ont lieu dans ce nouveau circuit et justifier que pour t suffisamment grand, l'intensité du courant i(t) $\rightarrow 0$. On considérera que la valeur de R est telle que le régime est pseudo périodique.

EXERCICE 18:

Un GBF délivre une tension sinusoïdale de fréquence f aux bornes d'un dipôle comprenant en série :
Une inductance pure L = 1,0 H, un condensateur C, un conducteur ohmique de résistance totale R.
La figure ci-dessous représente ce qu'on observe sur l'écran de l'oscilloscope avec les réglages suivants :
- sensibilités verticales sur les deux voies : 5,0 V/division ;- balayage horizontal : 2,5 ms/division.

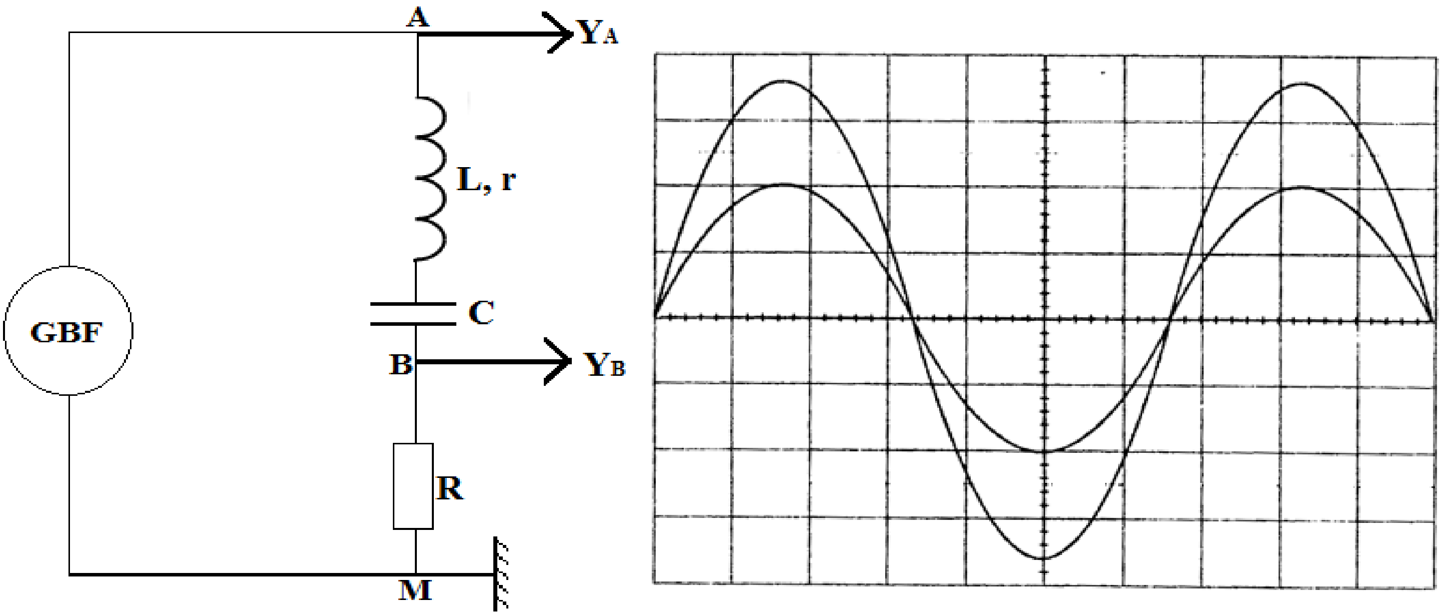


1. Déterminer la période T de la tension sinusoïdale u(t) délivrée par le G.B.F. En déduire la fréquence f et la pulsation correspondantes.
2. Quelle est l'expression de u(t) ?
3. Déterminer les valeurs numériques de la tension efficace U aux bornes du dipôle et de l'intensité efficace I du courant.
4. Déterminer le déphasage φ entre u(t) et i(t). En déduire l'expression de i(t).

5. A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer la relation donnant $\tan\varphi$ en fonction des paramètres du circuit. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

EXERCICE 19:

Le dipôle (AM) est constitué d'une association en série d'une bobine d'inductance L et de résistance r, d'un condensateur C = 100 nF et un conducteur ohmique de résistance R = 10 Ω. Un GBF délivre une tension sinusoïdale u(t) de fréquence f aux bornes de ce dipôle. On choisit l'origine des dates telle que : $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$.



1. Exprimer u(t) en fonction de i, $\frac{di}{dt}$ et $\int idt$, et montrer que u(t) peut se mettre sous la forme :

$u(t) = \alpha\cos(\omega t) + \beta\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \gamma\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ où α, β et γ sont des constante que l'on explicitera.

2. La figure ci-dessus représente ce qu'on observe sur l'écran de l'oscilloscope avec les réglages suivants :
- sensibilités verticales sur les deux voies : 0,5 V/division ; - balayage horizontal : 0,1 ms/division.

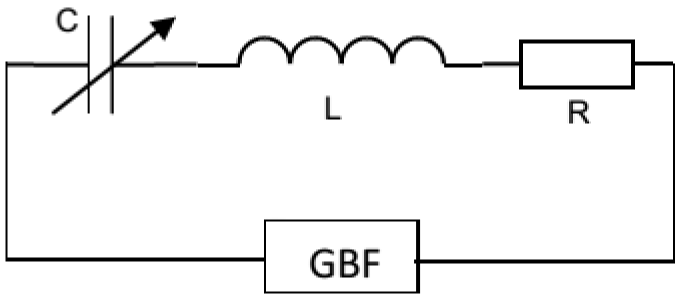
2.1. Déterminer la période T de la tension sinusoïdale u(t) délivrée par le G.B.F. En déduire la fréquence f et la pulsation correspondantes.

2.2. Déterminer les valeurs maximales de la tension U_m aux bornes du dipôle et de la tension U_{Rm} aux bornes du résistor. En déduire la valeur maximale I_m de l'intensité du courant.

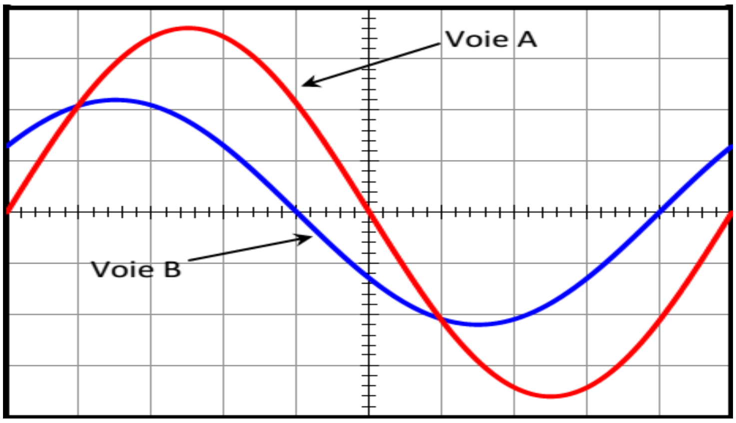
2.3. Déterminer le déphasage φ entre u(t) et i(t). Dans quel état se trouve le circuit ? Etablir la relation entre U_m et U_{Rm} faisant intervenir R et r. Déterminer r.

2.4. Rappeler la relation donnant la fréquence des oscillations en fonction de L et C dans le cas particulier envisagé. Que vaut L?

EXERCICE20:



Un groupe d'élèves de terminale S étudie un dipôle (R, L, C) série.
Ce dipôle est constitué d'une bobine d'inductance L = 0,4 H et de résistance négligeable, d'un conducteur ohmique de résistance R = 60 Ω et d'un condensateur de capacité C réglable.
Il est alimenté par un GBF (schéma cicontre). Les élèves veulent observer l'évolution de l'intensité du courant traversant le circuit, sur la voie A, et la tension délivrée par le GBF, sur la voie B, d'un oscillographe bicourbe.
1. Recopier le schéma du circuit en y indiquant les branchements que le groupe doit effectuer pour faire ces observations.
2. Pour une valeur C1 de la capacité du condensateur et pour les réglages : (2 ms/division), (1 V/ division sur la voie A), (2 V/ division sur la voie B), les élèves observent sur l'écran de l'oscillographe les courbes suivantes :



2.1. Déterminer les valeurs efficaces de la tension aux bornes du GBF et de l'intensité du courant.
2.2. Déterminer la fréquence N de la tension délivrée par le GBF puis l'impédance du dipôle étudié.
2.3. Préciser le comportement capacitif ou inductif du dipôle étudié, puis déterminer la différence de phase, φ, entre la tension délivrée par le GBF et le courant traversant le circuit.
2.4. Ecrire les expressions de l'intensité et de la tension délivrée par le GBF sous les formes : $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ et $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$. On donnera les valeurs numériques des constantes qui figurent dans les deux expressions.
2.5. Calculer la valeur C_1 de la capacité du condensateur.
3. On fait varier la capacité du condensateur. Pour une valeur C_2 de cette capacité l'intensité efficace du courant est maximale.
3.1. Préciser, pour cette valeur C_2 de la capacité du condensateur, le phénomène physique qui se produit dans le circuit.
3.2. Calculer alors la valeur C_2 de la capacité du condensateur pour N = 50 Hz.

EXERCICE21:

Sous le contrôle de leur professeur, un groupe d'élèves se propose de déterminer les caractéristiques électriques d'une bobine et d'un condensateur démontés d'un poste récepteur radio. Ces élèves associent, en série la bobine (L, r), le condensateur de capacité C, un conducteur ohmique de résistance R = 80 Ω et un ampèremètre de résistance négligeable. Aux bornes de cette association, ils branchent un générateur de basse fréquence (G B F) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace U = 3 V et de fréquence N variable.
1. Représenter, par un schéma clair et annoté, le circuit électrique réalisé par ces élèves.
2. Ces élèves font varier la fréquence N de la tension et notent la valeur de l'intensité efficace I du courant traversant le circuit. Ils obtiennent le tableau suivant :

N(Hz)	800	820	840	850	860	863	870	880	890	900	920	940	1000
I(mA)	7,1	10,1	16,8	23,1	29,4	30,0	27,5	20,7	15,4	12,1	8,3	6,3	3,7

2.1. Tracer la courbe représentant les variations de l'intensité efficace en fonction de la fréquence : I = f(N).
Echelle: 1 cm 100 Hz; 1 cm 2,0 mA.
2.2. Déterminer, graphiquement, la valeur No de la fréquence de la tension pour laquelle l'intensité efficace du courant atteint sa valeur maximale Io que l'on précisera.
2.3. Déduire, de l'expression de l'intensité efficace maximale Io, la valeur de la résistance r de la bobine.

3. La bande passante du circuit est délimitée par les fréquences, notées N_1 et N_2, de la tension délivrée par le GBF et correspondant aux intensités efficaces I_1 et I_2 du courant telles que $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

3.1. Déterminer, graphiquement, la largeur de la bande passante de ce circuit.

3.2. En déduire l'inductance L de la bobine et le facteur de qualité Q du circuit.

3.3. Calculer la valeur de la capacité C du condensateur.

4. Pour vérifier que le mode de fonctionnement du circuit correspond à l'intensité efficace maximale du courant, les élèves branchent la voie Y_1 d'un oscillographe bicourbe aux bornes du conducteur ohmique d'une part, et la voie Y_2 aux bornes du GBF d'autre part. Ils observent effectivement, sur l'écran de l'oscillographe, deux courbes disposées comme prévues.

4.1. Représenter le schéma du circuit en indiquant les branchements de l'oscillographe.

4.2. Représenter, qualitativement, les courbes observées sur l'écran de l'oscillographe.

EXERCICE22:

On applique aux bornes d'une bobine de résistance r et d'inductance L une tension $u(t) = 220\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$ de fréquence f variable. On mesure à l'aide d'un ampèremètre à aiguille, l'intensité efficace I du courant électrique qui traverse la bobine pour différentes valeurs de f. On obtient les résultats groupés dans le tableau ci-dessous :

f (Hz)	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
I(A)	2,1	1,80	1,60	1,37	1,18	1,03	0,91	0,81	0,73	0,67	0,61	0,56	0,52
Z(Ω)													
$Z^2(10^4\ \Omega^2)$													

Z désigne l'impédance de la bobine.

1. Compléter le tableau et tracer le graphe $Z^2 = g(f)$.
2. Donner sans démonstration l'expression de l'impédance Z d'une bobine de résistance r et de coefficient d'auto-inductance L.
3. Déduire du graphe les caractéristiques r et L de la bobine.
4. La bobine de résistance r = 100Ω, de coefficient d'auto-inductance L=0,1H est branchée en série avec un condensateur un conducteur ohmique R=65,6Ω et un condensateur de capacité $C = 10\mu F$.

4.1. Calculer le déphasage φ de l'intensité i du courant par rapport à la tension aux bornes de l'association dans le cas où $u(t) = 220\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$. Faire le diagramme de Fresnel.

4.2. Donner l'expression de la tension aux bornes de la bobine en fonction du temps.

EXERCICE23:

Un dipôle, constitué par un conducteur ohmique de résistance R e série avec une bobine d'inductance $L=10^{-2}$H, alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace U=5V et de fréquence $f = 250Hz$. L'intensité instantanée s'exprime sous la forme $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$ avec I=0,128A. la mesure de la tension efficace aux bornes de la bobine donne $U_b = 2,56V$.

1. Montrer que la bobine possède une résistance r, la calculer.
2. Déterminer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique.
3. La tension instantanée aux bornes de l'association est la forme $u(t) = U\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \varphi)$.

3.1. Faire la construction de Fresnel et déterminer φ graphiquement.

3.2. Retrouver cette valeur de φ par calcul.

4. On considère dans ce circuit, en série avec les autres éléments, un condensateur de capacité C variable.

4.1. Quelle doit être la valeur de C_0 de C pour que la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit soit maximale ?

4.2. Quel qualificatif donne-t-on alors à ce phénomène ?

4.3. Déterminer la largeur Δf de la bande passante et le facteur de qualité Q du circuit.

EXERCICE 24:

On considère 3 dipôles électriques : un conducteur ohmique de résistance R, un condensateur de capacité C et une bobine de résistance r et d'auto-inductance L. Chaque dipôle est placé dans un boîtier. Le but des deux expériences est d'identifier le contenu de chaque boîtier.

Expérience a :

On soumet successivement les trois boîtiers à une tension continue U = 12 volts. On mesure alors l'intensité I du courant traversant chaque dipôle :

Boîtier	1	2	3
Intensité I en mA	0	240	240

Expérience b :
On soumet successivement ces trois boîtiers à une tension sinusoïdale de fréquence f = 50 hertz et de valeur efficace U' = 12 volts. On mesure alors l'intensité efficace I' du courant traversant chaque dipôle :

Boîtier	1	2	3
Intensité I' en mA	37,7	240	203

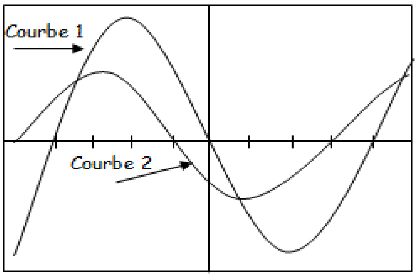
1- Donner, après justification, le contenu de chaque boîtier.
2- Calculer R, C, r et L.
3- Les trois dipôles sont ensuite associés en série. On alimente cette association par une alimentation délivrant une tension alternative et sinusoïdale de valeur efficace 12 volts et de fréquence réglable.
3.1. Quelle relation doit satisfaire la fréquence pour que l'intensité et la tension soient en phase ? (Il n'est pas demandé de calculer cette fréquence)
3.2. Quelle est alors l'intensité efficace du courant traversant les dipôles ?

EXERCICE25: ***Détermination de la capacité d'un condensateur***
Pour déterminer la capacité C d'un condensateur, on dispose du matériel suivant :
- un oscilloscope bicourbe ;
- un générateur délivrant une tension alternative, sinusoïdal, de valeur efficace constante U = 5V et la fréquence variable ;
- deux voltmètres
- un conducteur ohmique de résistance R = 250 Ω ;
- une bobine d'inductance L = 0,20 H et la résistance r négligeable devant R.

1. Premier montage : On branche en série, le générateur, le conducteur ohmique, la bobine et le condensateur.
1.1. Faire un schéma du montage et indiquer comment relier l'oscilloscope pour visualiser :
- la tension u(t) aux bornes du générateur ;
- l'intensité i(t) dans le circuit. Faire figurer sur le schéma u(t) et i(t)

1.2. On fait varier la fréquence de la tension délivrée par le générateur pour atteindre la résonance d'intensité.
a) Donner un moyen de vérifier que la résonance est atteinte.
b) Comment faut – il procéder pour mesurer la fréquence de résonance f_0 à l'oscillographe ?
c) La mesure donne f_0 = 200Hz. En déduire une valeur de la capacité C du condensateur

2.Deuxième montage : On branche en série le conducteur ohmique, le condensateur et le générateur dont la fréquence est fixée à 200 Hz. L'oscillographe permet de visualiser la tension u(t) aux bornes du générateur et la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique. (Voir figure)



2.1. Quelle courbe (1 ou 2) correspond à la tension u (t) ?
2.2. Déterminer la phase ϕ de u(t) par rapport à $u_R(t)$ et en déduire une valeur de la capacité C du condensateur.
2.3. La fréquence étant toujours de 200 Hz, On branche un voltmètre aux bornes du conducteur ohmique et un autre voltmètre aux bornes du condensateur. Ils indiquent alors une même tension de 3,54 V. Retrouver C à partir de l'égalité de ces deux tensions.

EXERCICE26:
N.B. Les parties 1 et 2 sont indépendantes
1. On applique aux bornes d'une bobine de résistance R et d'inductance L une tension sinusoïdale de fréquence 50/πHz. Les valeurs instantanées de la tension et de l'intensité sont de la forme : $u= -2\sqrt{26}\sin\omega t$; $i = \sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$

La puissance consommée par la bobine est P = 4w. Calculer
1.1 La résistance R de la bobine
1.2 Le facteur de puissance et l'inductance L de la bobine
2. Un conducteur ohmique non inductif, de résistance r = 4Ω est associé en série avec une bobine de résistance R = 4Ω et d'inductance L = 0,06 H. L'ensemble est alimenté par une source alternative sinusoïdale de fréquence N sous une tension efficace U = 4V. L'intensité efficace dans le circuit est I = 1A.
2.1 Calculer l'impédance Z du circuit et le facteur de puissance.
2.2 Calculer le déphasage φ entre l'intensité et la tension instantanée aux bornes du circuit.
2.3 Calculer l'impédance Z_b de la bobine
2.4 Déterminer le déphasage φ en utilisant la construction de Fresnel.

EXERCICE27:

1. Avec une bobine (B) on réalise deux expériences :

Première expérience : On établit aux bornes de (B) une tension continue $U_1 = 12V$, l'intensité du courant traversant (B) est $I_1 = 0,24A$.

Deuxième expérience : On établit aux bornes de (B) une tension alternative sinusoïdale de fréquence f = 50 Hz et de valeur efficace $U_2 = 12V$; l'intensité du courant traversant (B) a pour valeur efficace $I_2 = 0,2A$.

De ces deux expériences, déduire la résistance R et l'inductance L de la bobine.

2. On monte en série avec la bobine (B) un condensateur de capacité C. Aux bornes de la portion ainsi constituée, on applique une tension alternative sinusoïdale de fréquence variable et de valeur efficace U = 12V

2.1 Pour f = 50Hz l'intensité efficace du courant est I = 15,7mA. En utilisant la construction de FRESNEL, calculer C. (on précise que le circuit est capacitif).

Dans la suite de l'exercice, on prendra C = 4µF.

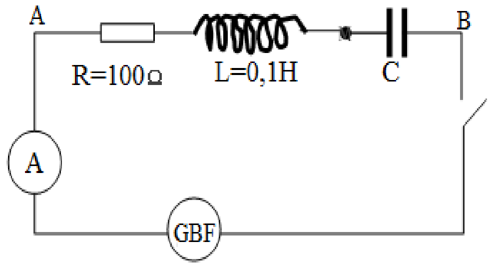
2.2 Exprimer la puissance moyenne P consommée dans le circuit en fonction de U, R et Z l'impédance du circuit.

2.3 Montrer que P est maximal à la résonance ; Calculer f_o, I_o, P_o valeurs de f, I, P à la résonance.

2.4 Pour quelles valeurs f_1 et f_2 ($f_2 > f_1$) de la fréquence, la puissance dissipée P est-elle égale à la moitié de P_o ?

2.5. Montrer que $f_2 - f_1$ est égale à la largeur de la bande passante du circuit.

EXERCICE28:



Le schéma de la figure ci-contre est celui d'un circuit électrique alimenté par un générateur de basse fréquence qui délivre une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50 Hz et valeur efficace U = 96V. Lorsque le circuit est fermé l'ampèremètre de résistance négligeable indique 0,7A.

1. Rappeler l'expression générale de l'impédance d'un dipôle AB comprenant : un résistor, une bobine et un condensateur montés en série.
2. Calculer l'impédance du dipôle AB du circuit ci-dessus.
3. On branche entre les bornes du condensateur un voltmètre de grande résistance. Celui-ci indique une tension $U_C = 70V$. Calculer la capacité de ce condensateur.
4. On considère que le condensateur du circuit a une capacité C = 32µF.
   a) Calculer la résistance totale, R_T du dipôle AB.
   b) En déduire la résistance R_B de la bobine.
5. Faire la construction de Fresnel relative au dipôle AB en prenant l'intensité comme référence pour les phrases et calculer le déphasage φ entre la tension et l'intensité
6. Écrire les expressions numériques des valeurs instantanées i et u de l'intensité et de la tension

NB : On prendra $\tan(\frac{\pi}{6}) = 0,577$.

EXERCICE29:

On branche en série, aux bornes d'un générateur délivrant un tension sinusoïdale de fréquence 500Hz, un conducteur ohmique de résistance R=100Ω, une bobine résistive d'inductance L et de résistance r et un condensateur de capacité C. A l'aide d'un voltmètre, on mesure les tensions efficaces et on trouve :

- Aux bornes du conducteur ohmique : U_R=12V ;
- Aux bornes du condensateur : U_C=25V ;
- Aux bornes de l'ensemble : U=15V.

A l'aide d'un oscilloscope, on mesure le déphasage de la tension par rapport au courant et l'on trouve $\varphi = -\frac{\pi}{6} rad$.

1. Représenter sur un diagramme de Fresnel, les tensions efficaces U_R, U_B (aux bornes de la bobine), U_C et U. Echelle : 1cm pour 2V.
2. Déterminer graphiquement, à l'aide de ce diagramme, la tension efficace U_B, aux bornes de la bobine, ainsi que le déphasage φ_B aux bornes de la bobine.
3. Montrer que : $\tan\varphi = \frac{U_C - U\sin|\varphi|}{U\cos\varphi - U_R}$ et $U_B = \frac{U\cos\varphi - U_R}{\cos\varphi_B}$.
4. Calculer les valeurs numériques de φ_B et U_B et comparer avec les résultats obtenus par la méthode graphique.
5. Déterminer l'impédance de la bobine et déduire son inductance L et sa résistance r.
6. Déterminer la capacité C du condensateur.

EXERCICE30:

Partie A :

On alimente par une tension alternative sinusoïdale de fréquence $f = 50Hz$ une bobine B de résistance R et d'inductance L. on note u(t) la valeur instantanée de la tension aux bornes de la bobine B et i(t) l'intensité instantanée du courant qui traverse B.

1. Donner l'expression de u(t) en fonction de R, L, i(t) et $\frac{di}{dt}$. En déduire l'expression de l'impédance Z de la bobine.
2. La bobine est soumise à une tension sinusoidale de la valeur efficace U=110V et traversée par un un courant d'intensité I=0,80A ; elle cosomme un e puissance moyenne P=40W. Déduire de ses indications :
   a) La valeur de R et celle de L.
   b) La valeur du facteur de puissance de la bobine
3. Ecrire les expressions en fonction du temps de l'intensité instantanée et de la tension instantanée aux bornes de la bobine. On choisira comme date 0 le moment ou l'intensité instantanée est nulle croissante.
4. Représenter le diagramme de Fresnel relatif aux valeurs efficaces. Echelle : $1cm \leftrightarrow 10V$.

Partie B :

La bobine B est branchée en série avec un condensateur de capacité $C = 1,0\mu F$. L'ensemble est alimenté par une tension alternative sinusoïdale de fréquence variable, de valeur efficace U constante.

1. Montrer que pour une valeur ω_0 de la pulsation ω,l'intensité efficace I du courant, prend la valeur $I_0 = \frac{U}{R}$.

   Calculer la valeur numérique de I_0.
2. Si l'on pose : $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$, montrer que l'on peut écrit : $\frac{I}{I_0} = F(x) = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}$
3. Donner une représentation graphique de la fonction $F(x)$ pour les valeur suivantes :

x	0,50	0,70	0,90	1,0	1,1	1,3	1,5
$F(x)$	0,07	0,14	0,43	1	0,47	0,19	0,12

Echelle : abscisse : $10cm \leftrightarrow 1$; ordonnée : $3cm \leftrightarrow 0,20$

4. On appelle bande passante l'intervalle $[x_1; x_2]$ou $[\omega_1; \omega_2]$ tel que $F(x_1) = F(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

   a) Montrer que x_1 et x_2 sont les racines des positives des équations : $x^2 + \frac{x}{Q} - 1 = 0$ et $x^2 - \frac{x}{Q} - 1 = 0$.

   b) Déduire que $x_2 - x_1 = \frac{1}{Q}$ donc $\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}$.
5. Déterminer graphiquement la bande passante et la facteur de qualité Q du circuit.

EXERCICE31:

On dispose de trois dipôles élémentaires (ou dipôles simples), de natures différentes et de caractéristiques inconnues.

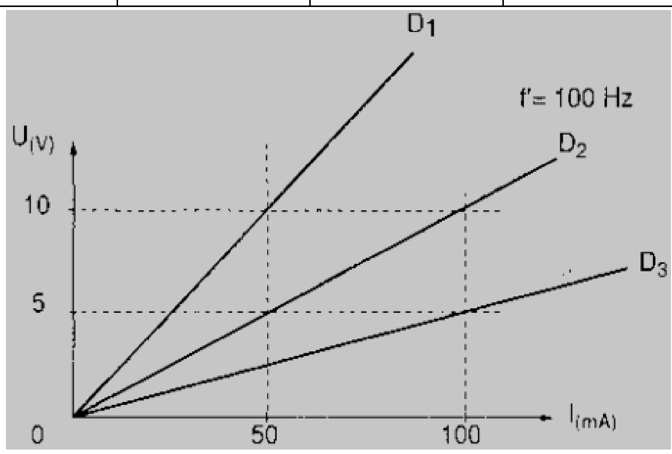
1. Ils sont successivement alimentés par un générateur de tension sinusoïdale et de fréquence variable. A la fréquence $f = 50Hz$, pour différentes valeurs de la tension, on mesure l'intensité du courant I qui parcourt chaque dipôle et on obtient les résultats consignés dans le tableau suivant :

U(V)		0	2	4	6	8	10
I(mA)	Dipôle 1………	0	19	42	58	72	100
	Dipôle 2………	0	19	42	58	72	100
	Dipôle 3………	0	19	42	58	72	100

1.1. Représenter dans le même système d'axes, $U = f(I)$ pour les trois dipôles.

1.2. Calculer l'impédance de ces trois dipôles de nature différente. Que constatez-vous ?

2. Une seconde série de mesures réalisées à la fréquence $f' = 100Hz$ permet de construire les représentations graphiques suivantes :



2.1. Calculer l'impédance de chacun des dipôles à la fréquence $f' = 100Hz$.

2.2. En analysant les résultats de la première série de mesures et ceux de la seconde, identifier la nature de chacun des dipôles élémentaires D1, D2, D3.

2.3.Calculer pour chacun d'eux, la grandeur qui le caractérise.

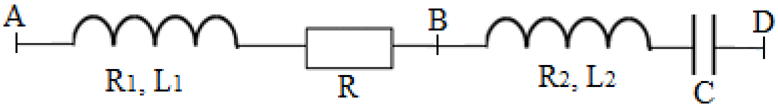
EXERCICE32:

1. Entre deux points A et B on monte en série bobine d'inductance L_1 et de résistance $R_1=25\Omega$ avec une résistance pure $R=75\Omega$. Puis on applique entre A et B une tension sinusoïdale d'expression $u(t)=220\sqrt{2}\cos(314t)$ (Volt).

L'intensité instantanée du courant est alors e retard de $\frac{\pi}{3}$ radians par rapport à la tension instantanée entre A et B.

Trouver la valeur de L_1 puis de l'impédance Z_1 de cette portion de circuit.

2. On met en série avec la première une autre portion de circuit BD d'impédance Z_2, comprenant en série une bobine d'inductance $L_2=0,9H$ et de résistance $R_2=100\Omega$, et un condensateur de capacité C.



On applique la tension précédente entre A et D.

2.1.A quelle condition a-t-on $Z = Z_1 + Z_2$? Cette condition étant satisfaite, déterminer la valeur de la capacité C.

2.2.Donner l'expression de l'intensité instantanée.($\sqrt{3}=1,73$)

EXERCICE33: On prendra $\pi^2=10$.

1. On considère entre deux bornes M et N une portion de circuit $R_1L_1C_1$, où sont montés en série : une résistance pure $R_1=300\Omega$, une inductance non résistive $L_1=0,318H$ et un condensateur de capacité $C_1=6,28\mu F$. On maintient entre M et N une différence de potentiel sinusoïdale de valeur efficace U=220V et de fréquence N=50Hz.

1.1. Calculer la réactance $X_1 = L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}$, l'impédance Z_1 et l'intensité efficace I, du courant traversant cette portion de circuit.

1.2. Construire le diagramme de Fresnel représentant les valeurs instantanées des tensions aux bornes de chaque appareil. En déduire le déphasage φ_1 existant entre l'intensité i_1 et la tension u aux bornes du circuit. Lequel des effets, inductif ou capacitif, est prédominant ?

2. On remplace entre M et N, le circuit précédent par un circuit analogue $R_2L_2C_2$, dans lequel $R_2=50\Omega$, $L_2=0,314H$, $C_2=63,7\mu F$. La différence de potentiel est inchangée.

2.1. Calculer X_2 et l'impédance Z_2 du circuit à 50Hz.

2.2. Pour quelle valeur de la fréquence l'intensité efficace est-elle maximale ? Calculer alors l'intensité correspondante.

2.3. On appelle coefficient de surtension Q_2 du circuit le rapport entre la tension efficace U_C aux bornes du condensateur et la tension efficace U à résonance. Exprimer Q_2 en fonction de R_2 ,C_2 et ω_2 d'une part, et en fonction de R_2, L_2 et ω_2 d'autre part, ω_2 désignant la pulsation à la résonance. Calculer Q_2.

3. On associe maintenant en série les deux circuits précédents, $R_1L_1C_1$ et $R_2L_2C_2$ entre M et N, dont la différence de potentiel est inchangée.

3.1. Montrer que ce circuit est équivalent à un circuit série RLC dont on calculera les valeurs.

3.2. En déduire les valeurs X, de l'impédance Z et de l'intensité efficace I à 50Hz.

3.3. Calculer le déphasage φ existant entre l'intensité et la tension. Laquelle de ces deux grandeurs est en avance de phase sur l'autre ?

3.4. En faisant varier la fréquence, montrer que l'on peut trouver une autre fréquence N' pour laquelle le déphasage φ aura la même valeur absolue.

3.5. Montrer que $N.N'=N_0^2$, N_0 étant la fréquence de résonance et N=50Hz. Calculer N'.

EXERCICE34:

Un circuit électrique comprend : une résistance R, une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C montés en série ; aux bornes de l'ensemble on maintient une différence de potentiel sinusoïdale u de valeur efficace U constante et de fréquence f variable. On désigne par I la valeur efficace du courant et par Z l'impédance du circuit.

1. On se propose d'étudier les variations de la puissance moyenne P absorbée par le circuit en fonction de la fréquence (ou de la pulsation $\omega = 2\pi f$).

Données numériques : U=3,0volts ; R=5,0 ohms ; L=0,25.10^{-3} henry ; C=1,0.10^{-9} farad. On prendra $\frac{1}{\pi} = 0,318$.

1.1. Calculer le facteur de puissance $\cos\varphi$ du circuit en utilisant la construction de Fresnel.

1.2. Exprimer $\cos\varphi$ en fonction de Z et R. En déduire l'expression de P à partir de U, R et Z d'une part, R et I d'autre part.(φ étant la différence de phase entre l'intensité et la tension.)

1.3. On dit que le circuit est en résonance lorsque la puissance P est maximale. Calculer numériquement :

a) f_0, Z_0 , I_0 , P_0 valeurs de f ,Z, I et P à la résonance ;

b) Le coefficient de surtension Q.

c) Mettre P sous la forme $P = \dfrac{P_0}{1+\dfrac{X^2}{R^2}}$, en posant $Z^2 = R^2 + X^2$, où X représente la partie réactive de l'impédance.

1.4. Montrer qu'il existe deux valeurs f_1 et f_2 de f ,de part et d'autre de f_0 pour lesquelles P prend la valeur $P_1 = P_2 = \frac{P_0}{2}$. Pour cela, il suffira d'étudier les variations P avec f (sans calculer f_1 et f_2). Calculer de Z, I et $\cos\varphi$ correspondant à P_1 et P_2.

1.5. On appelle affaiblissement en décibels (dB) l'expression $a = 10\log\frac{P}{P_0}$ (logarithme décimal).

a) Exprimer a en fonction de I et I_0.

b) Calculer numériquement a_1 et a_2 pour $f = f_1$ et $f = f_2$.

2. On étudie P au voisinage de la résonance et l'on pose $\omega = \omega_0 + \Delta\omega = \omega_0(1+\varepsilon)$, $\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$, variation relative de la fréquence ; on supposera $\varepsilon \ll 1$.

2.1. Exprimer $\frac{X}{R}$ et P en fonction de ε et Q. [on rappel la formule d'approximation $(1+\varepsilon)^n \approx 1+n\varepsilon$,si $\varepsilon \ll 1$].

2.2. En supposant l'expression précédente encore valable, pour P_1 et P_2, en déduire les valeur approchée de f_1 et f_2. Calculer la largeur de la bande passante B= f_2 - f_1 et la largeur de la bande passante relative $\frac{B}{f_0}$ du circuit. Les approximations sont-elles justifier ?

<u>EXERCICE35: EVALUATION DES COMPETENCES</u>

Compétence visée : Valider la commande du matériel de laboratoire

<u>EXERCICE36: EVALUATION DES COMPETENCES</u>

Compétence visée : Détecter et sélectionner une chaine de radio.