

## Série :Barycentre et Produit scalaire

### Exercice 1 :

On donne un triangle ABC. On désigne par : E le barycentre de (B,3) et (C,5) ;F le barycentre (C,5) et (A,2) .  
G le point de concours (AE) et (BF) H le point de concours (CG) et (AB).

Démontrer que G est milieu de [HC]

### Exercice 2 :

Soit ABC un triangle isocèle de sommet A. I est le milieu de [BC], H le projeté orthogonal de I sur (AC) et J le milieu de [IH]. Démontrer que les droites (AJ) et (BH) sont perpendiculaires :

a) En s'appuyant sur le produit scalaire.

b) En introduisant le milieu K de [HC] et en démontrant que J est l'orthocentre du triangle AIK.

### Exercice 3 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) Calculer la distance du point A à la droite (D) dans les cas suivants.

a)  $(D) : y = -3x + 4$  et  $A(3, -1)$     b)  $(D) : \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$  et  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

2) m étant un paramètre réel et soit  $(D_m) : mx - (2m + 1)y + m - 3 = 0$

a) Calculer la distance d(m) du point A(1,1) à  $(D_m)$ .

b) Déterminer  $(D_m)$  sachant que d(m)=1.



### Exercice 4 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .  $A(-2; -1)$ ,  $B(-4; 3)$  et  $C(-3; 6)$

Donner une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ABC en précisant son centre et son rayon.

### Exercice 5 :

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé, On considère  $A(2, -1)$ ,  $B(3, -2)$  et  $C(0, 1)$ .

1. Démontrer analytiquement que l'ensemble  $\zeta$  des points M(x, y) tels que  $\frac{MA}{MB} = 2$  est un cercle.

Précises son centre et son rayon.

2. Déterminer analytiquement les ensembles des points suivants :

a)  $C_1 = \{ M(x, y) / MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 13 \}$     b)  $C_2 = \{ M(x, y) / MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 13 \}$

d)  $C_3 = \{ M(x, y) / \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} \}$     e)  $C_4 = \{ M(x, y) / \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -1 \}$

### Exercice 6 :

A et B sont deux points tels que AB=3cm.

Déterminer l'ensemble des points M du plan dans les cas suivants :

a)  $2MA^2 - MB^2 = 3$     b)  $\overrightarrow{AB} \cdot (2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = -3$     c)  $(2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}) = 0$     d)  $\frac{MA}{MB} = 2$

### Exercice 7 :

ABC, un triangle tel que BC= 4cm,  $\hat{B} = \frac{\pi}{6}$  et  $\hat{C} = \frac{3\pi}{4}$ .

Soit f l'application du plan dans IR définie par :  $f(M) = MB^2 - 3MC^2$

1) Calculer AB et AC

2) Calculer f(A), f(B) et f(C)

3) Déterminer k pour la ligne de niveau k de f passe par : a) le milieu I de BC    b) le point A

**Exercice 8 :**

Soit ABC, un triangle équilatéral et  $\varphi$  l'application qui a tout point M du plan associe le réel :

$$\varphi(M) = MA^2 + 2MB^2 - MC^2. \text{ On pose } \|\overrightarrow{AB}\| = a \text{ avec } a > 0$$

- 1) Soit G défini par :  $\overrightarrow{GB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ . Calculer  $GA^2$ ,  $GB^2$  et  $GC^2$  en fonction a
- 2) Déterminer les réels  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\delta$  tels que G soit le barycentre du système  $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \delta)\}$
- 3) Trouver et représenter l'ensemble  $\Gamma$  des points M satisfaisant à :  $\varphi(M) = a^2$ .

**Exercice 9 :**

Soit ABC un triangle isocèle de sommet A tel que :  $BC = 2a$  et  $AB = AC = 3a$  où  $a > 0$ .

Soit G le barycentre des points (A, 2) (B, 3) (C, 3). Soit I le milieu de [BC], J le milieu de [AI].

- 1) Montrer que G est le milieu de [IJ].
- 2) M étant un point du plan, calculer en fonction de MG et de a :  $2MA^2 + 3MB^2 + 3MC^2$
- 3) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :  $2MA^2 + 3MB^2 + 3MC^2 = 18a^2$
- 4) Déterminer l'ensemble E des points M du plan tels que :  $2MA^2 + 3MB^2 + 3MC^2 = 22a^2$
- 5) Montrer que les droites (BC), (AB) et (AC) ont, chacune, un unique point commun avec E  
Que représente le point G pour le triangle ABC

**Compléments exercices dans livre CIAM 1SM**

**Barycentre :** N 26-27-30-31 Page 21

**Ligne de Niveau :** N 20-21-22 Page 21

**Cercle :** N 20-21-24-30 Page 59