

**Exercice I.**

Calculs de limites suivantes

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)^2}{1-2x^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3 - x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)(x-2)$

f)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+2x-3}{2x^2+3x-9}$

**Exercice II.**

1-

Soit  $f: x \mapsto \frac{2x}{x^2+1}$

- a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$
- b) Déterminer la parité de  $f$ . Que peut-on en déduire pour  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé ?
- c) Déterminer les limites de  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ . Que peut-on en déduire pour  $C_f$  ?

2-

a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x^2} - x)$

b) Que peut-on en déduire pour  $C_f$  la représentation graphique de  $f: x \mapsto \sqrt{1+x^2}$  ?

3- Soit  $a, b$  et  $c$  ( $c \neq 0$ ) trois réels et la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} - \{-\frac{2}{c}\}$  par :  $f: x \mapsto \frac{ax+b}{cx+2}$

Déterminer  $a, b$  et  $c$  sachant que la courbe représentative  $C_f$  de  $f$  admet deux asymptotes d'équation  $x = -2$  et  $y = 2$  et que  $f(0) = -3$

**Exercice III**

Soit  $h$  la fonction définie par  $h(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{x^2}$ ;  $\Gamma$  sa courbe représentative et  $\Delta$  la droite d'équation  $y = \frac{x}{4}$ .

- a) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- b) Montrer que  $\Delta$  est asymptote de  $\Gamma$ .

**Exercice IV.**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} - \{-2; 5\}$ , par :  $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x^2-3x-10}$ .

1. Montrer que, pour tout  $x$  de  $\mathbb{R} - \{-2; 5\}$ ,  $f(x)$  peut s'écrire sous la forme  $f(x) = a + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{x-5}$ , où  $a, b$  et  $c$  sont des réels à déterminer.
2. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
3. Soit  $\Gamma$  la courbe représentative de  $f$ , dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1 cm.
  - 3.a. Montrer que  $\Gamma$  possède trois asymptotes dont on donnera une équation.
  - 3.b. Étudier la position relative de  $\Gamma$  par rapport à son asymptote horizontale.
  - 3.c. Préciser en particulier les coordonnées du point  $I$ , où  $\Gamma$  coupe son asymptote horizontale.

