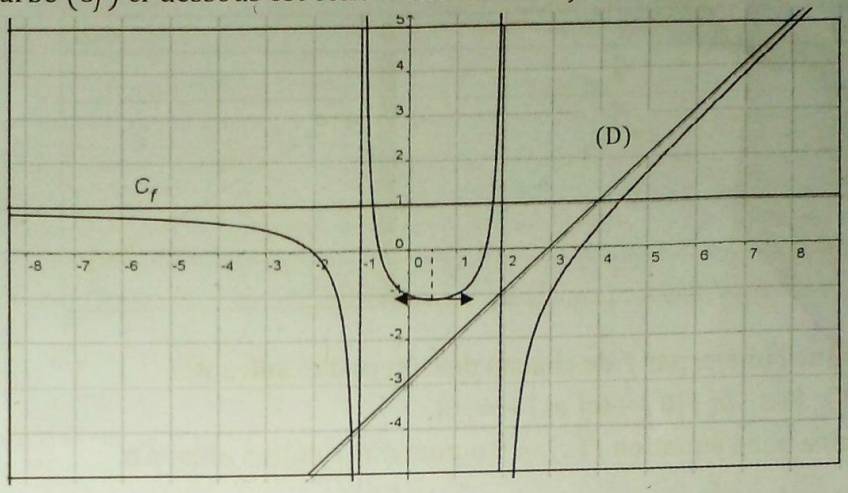
Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES SUR LIMITES ET CONTINUITE : PARTIE II

Exercice n°1

La courbe (C_f) ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\,;2\}$.



1. Détermine $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et interprète graphiquement le résultat.
2. Détermine $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ et interprète graphiquement ces résultats.
3. Détermine $\lim\limits_{\substack{x\to2\\<}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to2\\>}} f(x)$ et interprète graphiquement ces résultats.
4. a) Détermine $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   b) Que représente la droite (D) pour la courbe (C_f) ? Détermine une équation de (D).
5. a) Dresse le tableau de variation de f.

   b) Détermine le nombre de solutions de l'équation : $x \in D_f, f(x) = 0$.

Exercice n°2

1. Soit f la fonction définie sur $[-3\,;\,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{2-\sqrt{x+3}}{x-1}, \text{si } x \neq 1 \\ f(1) = -\frac{1}{4} \end{cases}$.

a) Démontre que f est continue en 1.

b) Calcule la limite de f en $+\infty$ et donne une interprétation graphique du résultat.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{2\sqrt{1+x^2}}, \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = \frac{1-cosx}{xsinx}, \text{si } x > 0 \end{cases}$.

Démontre que f est continue en 0.

Exercice 3

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x^2-2x}{x^3-8}$.

1. Détermine l'ensemble de définition de f.
2. Démontre que f admet en 2 un prolongement par continuité et définis ce prolongement.

Fomesoutra.com
ça soutra
Docs à portée de main

Exercice n°4

On considère f une fonction continue sur $]-\infty\,;\,0[$ et sur $]0\,;\,+\infty[$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	+	
f	-2	↗	5	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{2}$

1. Détermine l'image par f de chacun des intervalles suivants :
$]-\infty\,;\,-1]$; $[-1\,;0[$; $]0\,;\,+\infty[$ et $]-\infty\,;0[$.
2. Démontre que l'équation $f(x)=0$ admet ~~une~~ deux solution~~ unique~~ α.

Exercice n° 5

Soit f : $[0\,;\,+\infty[\to \mathbb{R}$

$x \mapsto \frac{x^2}{1+x^2}$.

1. Démontre que f réalise une bijection de $[0\,;\,+\infty[$ sur un intervalle K à déterminer.
2. a) Détermine la bijection réciproque f^{-1} de f.
   b) Dresse le tableau de variation de f^{-1}.

Exercice n°6

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=2x^3+3x-1$.

1. Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
2. a) Démontre que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$.
   b) Justifie que $0<\alpha<1$.
   c) Donne un encadrement de α à 10^{-2} près.

Exercice n°7

1. Etudie les variations de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x^3-3x-4$.
2. a) Démontre que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$.
   b) Donne un encadrement de α d'amplitude 0,1.
   c) Etudie le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

On donne $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$. On note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère (O,I,J)

3. Calcule les limites de f aux bornes de D_f et interprète graphiquement les résultats.
4. Démontre que la droite (D) d'équation $y=x+2$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
5. a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\,;\,1\}, f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$.
   b) Etudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
6. Détermine une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 2.
7. Trace (T), (C_f) et toutes ses asymptotes.