

OK
~~PAH~~

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

2^{ème} Période

INTITULE DE LA COMPÉTENCE VISÉE

utiliser les fractions pour le partage du terrain

APPRECIATION AU NIVEAU DE LA COMPÉTENCE (à cocher absolument)

Non acquis	En cours d'acquisition	Acquis

NOTE DE L'ÉVALUATION

PARTIE 1 : PARTIE 2 : PARTIE 3 : PARTIE 4 : NOTE TOTALE

NOMS ET PRENOMS :

.....

DATE : Tél :

OBSERVATIONS DU PARENT :

.....

Signature

Partie A : Évaluation des ressources / 15,5pts

Exercice 1 : 7pts

A- Résoudre dans \mathbb{R} :

$|2x - 5| \leq 4$; 2) $|x + 3| > 2$.

1pt

B- On considère le polynôme P définie par : $P(x) = -x^3 + 7x - 6$.

a) Calculer $P(-3)$.

0,5pt

b) Déterminer un polynôme du second degré $q(x)$ tel que :

$P(x) = (x + 3) \times q(x)$

0,75pt

c) Ecrire $q(x)$ sous forme canonique.

0,75pt

d) Étudier le signe de $q(x)$ suivant les valeurs de x .

1pt

C- Soit H la fraction rationnelle $H(x) = \frac{(x^3-1)+x^2(1-x)}{(x-1)(x-2)}$.

a) Déterminer le domaine de définition D_H de H .

0,5pt

b) Simplifier H sur D_H puis calculer $H(2\sqrt{3})$.

1,5pt

c) Étudier le signe de $H(x)$ suivant les valeurs de x .

1pt

Exercice 2 : 4pts

On considère l'ensemble : $E = \mathbb{R} - \{-1\}$ et la loi $*$ définie sur E par :

1/2

$$\forall (a, b) \in E^2, a * b = a + b + ab.$$

- | | |
|--|---------------|
| 1- Montrer que la loi * est commutative, associative. | 1,5pt |
| 2- Déterminer l'élément neutre de E pour la loi *. | 0,75pt |
| 3- Démontrer que tout élément de E est symétrisable. | 1pt |
| 4- Que peut-on dire de (E, *) ? Justifier votre réponse. | 0,75pt |

Exercice 3 : 4pts

ABC est un triangle quelconque de centre de gravité G, on désigne par I le milieu du segment [BC].

- | | |
|--|---------------|
| 1- Faire une figure et justifier que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ base du plan. | 0,75pt |
| 2- Déterminer les coordonnées de chacun des vecteurs $\overrightarrow{GC}, \overrightarrow{AI}$ et \overrightarrow{GI} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. | 1,25pt |
| 3- a) Construire les points M et N du plan tels que : $\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. | 0,5pt |
| b) Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles. | 0,75pt |
| c) Le point P est le milieu du segment [MN]. Démontrer que les points A, I et P sont alignés. | 0,75pt |

Partie B : Evaluation des compétences / 4,5pts

M. ATOUBA est propriétaire d'une caravane de marchands nomades composée de 16 ânes qui transportent chacun 16 petits sacs, chaque petit sac contient 16 sachets contenant chacun 16 dattes ; et un terrain.

Il fait le commerce des dattes de village à village. Il vend la moitié des dattes qu'il possède dans le premier village, puis la moitié du reste dans le second village, ainsi de suite. Après avoir tout vendu il se rend compte qu'il n'a pas la somme prévue. Il décide alors de vendre une parcelle de son terrain : il vend les $\frac{2}{5}$ à un premier client et les $\frac{3}{4}$ du reste à un second client. Un troisième client veut acheter l'équivalent du $\frac{1}{5}$ de ce que M. ATOUBA possédait avant de recevoir le premier client. M. ATOUBA veut savoir s'il peut servir le troisième client, il fait donc appel à son fils ABE qui fait 2^{nde} C et celui-ci affirme que ce n'est pas possible.

M. ATOUBA se retrouve avec une somme totale de 5 637 000 F et veut partager le tiers de cette somme entre ses 11 enfants et de façon équitable. Son fils ABE lui dit qu la part de chacun sera un nombre rationnel non décimal, mais son ordre de grandeur sera de 200 000 F.

Tâches :

- | | |
|--|--------------|
| 1- Dans combien de villages M. ATOUBA a-t-il vendu ses dattes ? | 1,5pt |
| 2- ABE a-t-il raison lorsqu'il affirme que son père ne pourra pas servir le troisième client ? | 1,5pt |
| 3- ABE a-t-il raison dans son dernier propos ? | 1,5pt |

EVALUATION TRIMESTRIELLE N°1

Partie A: Evaluation des ressources

15.5pts

Exercice1 : 6points

On considère le polynôme $P(x) = tx^3 - 8x^2 + 11x + 14$ où a est un nombre reel.

1) a) Calculer $P(-2)$. **0.25pt**

b) Déterminer t pour que $P(-2) = 0$. **0.25pt**

On suppose dans la suite de l'exercice que $t = -5$

2) Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$. **1.5pt**

3) On pose $Q(x) = -5x^2 + 2x + 7$

a) Mettre Q sous la forme canonique. **0.75pt**

b) $Q(x)$ est il factorisable ? Si oui, quelle est sa forme factorisée ? **0.75pt**

c) En déduire une factorisation de $P(x)$. **0.5pt**

4) Soit la fraction rationnelle $f(x) = \frac{-5x^3 - 8x^2 + 11x + 14}{x^2 - 4x + 4}$

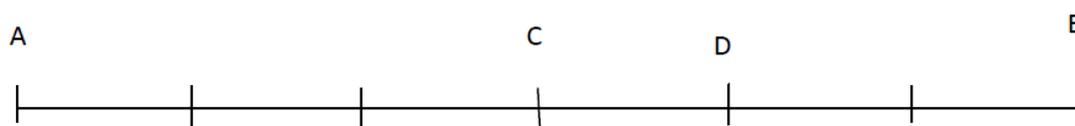
a) Donner la condition d'existence de f . **0.5pt**

b) Simplifier f . **0.5pt**

c) Etudier le signe de $f(x)$ dans un tableau de signe. **1pt**

Exercice 2 : 5pts

I) On considère la figure ci-dessous



1) Compléter les égalités suivantes : $\overrightarrow{BD} = \dots \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AC} = \dots \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BD} = \dots \overrightarrow{AD}$;
 $\overrightarrow{CD} = \dots \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BC} = \dots \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC} = \dots \overrightarrow{DB}$ **1.25pts**

2) Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AM}$ **0.75pt**

II) ABC est un triangle, A' ; B' et C' les milieux respectifs des cotés $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.

1) Soit N et P deux points quelconques du plan. Montrer que

$\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 3\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}$. **1pt**

2) G est le point tel que $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = 3\overrightarrow{PG}$.

a) Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. **0.75pt**

b) Que peut on dire du point G ? **0.5p**

c) Exprimer alors \overrightarrow{AG} en fonction de $\overrightarrow{AA'}$. **0.75pt**

Exercice : 4.5pts

1)) Résoudre dans \mathbb{R}^2 chacun des systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} 28x + 16y = 416 \\ x + y - 20 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + y = 3 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x + y = 7 \\ 14x + 2y = 14 \end{cases}$

2.5pts

2) Résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \\ 3x + 2y \geq 0 \end{cases}$

2pts

Partie B: Evaluation des compétences

4.5pts

Mr Kamdem dispose d'un champ de forme carré de côté 40m. Il souhaite y faire un espace de jeu de forme carré de jeu en laissant une allée de chaque côté comme l'indique la figure ci dessous. Les coins du terrain sont des carrés de côtés 5 m. Il aimerait aussi fixer des piquets d' écart 5m tout au long de son terrain. Le prix d'un piquet est de 300FCFA.



1) Quelle est l'aire des 5 carrés du terrain ?

1.5pt

2) Calculer l'aire des 4 rectangles.

1.5pt

3) Quelle somme doit-il dépenser par l'achat des piquets pour encercler tout son terrain ?

1.5pt



MINI-SESSION DE NOVEMBRE

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES 15,50points

I. ACTIVITES NUMERIQUES

EXERCICE N°1 4,5points

1. On considère les réels suivants : $A = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \div \frac{5}{2}$ et $B = \frac{13 \times 10^{14} \times 10^6}{2 \times (10^3)^7}$.

Montrer en détaillant les étapes de vos calculs que $A = B$. **1pt**

2. a) Développer et réduire $(2 + \sqrt{5})^2$ et $(2 - \sqrt{5})^2$. **1pt**

b) montrer que $y = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ est un entier naturel. **1pt**

3. soient $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $a > b \geq 0$.

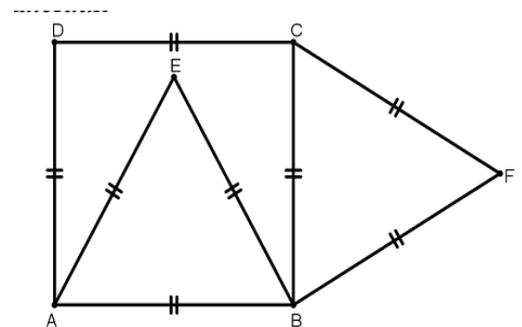
Démontrer que $\left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}} \right)^2 = 2(a + b)$. **1,5pt**

II. ACTIVITES GEOMETRIQUES

EXERCICE N°1 3,5points

Sur la figure codée ci-contre, $ABCD$ est carré ; les triangles ABE et BCF sont équilatéraux.

Le plan est muni du repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.



1. Montrer que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\overrightarrow{AB}$$

1,5pt

2. Donner les coordonnées des points D, E et F dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$. **1pt**

3. Montrer que les points D, E et F sont alignés. **1pt**

EXERCICE N°2 4points

Soit $(\vec{i}; \vec{j})$ une base d'un plan vectoriel \wp . On définit dans \wp les vecteurs \vec{u}, \vec{v} et \vec{w} par :

$$\vec{u} = (m-1)\vec{i} + 3\vec{j} \text{ et } \vec{v} = \vec{i} + (m+1)\vec{j} \text{ où } m \in \mathbb{R} \text{ et } \vec{w} = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$$

1. Déterminer le réel m pour que \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires. 0,5pt
2. Montrer que \vec{w} est un vecteur unitaire. 0,5pt
3. On suppose dans la suite que $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$
 - a) Montrer que (\vec{u}, \vec{v}) est une base de \mathcal{E} . 0,5pt
 - b) Déterminer les coordonnées de \vec{i} et \vec{j} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) . 1pt
4. Soit O un point fixe du plan affine. Soit M un point de coordonnées (x, y) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) et (x', y') dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .
Exprimer x' et y' en fonction de x et y . 1,5pt

EXERCICE N°3 **3,5points**

Soit $ABCD$ un parallélogramme.

1. Placer les points I, J, K et L tels que :

$$\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}, \quad \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{DL} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}.$$
 1pt
2. Exprimer \overrightarrow{IJ} puis \overrightarrow{KL} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} . 1,5pt
3. En déduire que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles. 1pt

PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES **4,5points**

M.EBOUTOU est chauffeur d'un gros porteur dans une entreprise locale qui produit 03 sortes de marchandises respectivement dans les villes de Douala (repérée par le point $D(3,64;3,44)$) ; Bamenda (repérée par le point $B(4,53;7,36)$) et Bertoua (repérée par le point $C(11,76;4,52)$) **voir figure page 3**. Chaque début de semaine, **M.EBOUTOU** part de Douala pour Bamenda avec 650 tonnes de matières brutes, de là charge les 540 tonnes de matières brutes pour Bertoua où il chargera les 980 tonnes de matières brutes qu'il livrera ensuite à Douala en fin de semaine et le cycle recommence la semaine prochaine pour un coût de transport de $500F$ par km . De la matière brute livrée dans chaque entreprise, seuls les $\frac{3}{4}$ sont utiles après transformation et vendu à $12000F$ le kg . Enfin, les affaires étant fructueuses, l'entreprise décide de créer un nouveau local un peu vers le Nord repéré graphiquement par un point N tel que $\overrightarrow{CN} = \frac{7}{2}\overrightarrow{DB}$. **NB** : une unité graphique = $100km$.

1. Quelle est la position précise (coordonnées) du nouveau local ? 1,5pt
2. Quel est le coût pour **M.EBOUTOU** après deux semaines de voyages ? 1,5pt
3. Quel est le prix de vente pour l'entreprise après trois semaines ? 1,5pt



L'épreuve comporte deux parties A et B toutes obligatoires. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation du travail du candidat.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / (15,5 POINTS)

Exercice 1 : (3,5 points)

Un triangle ABC est tel que $BC = 4\text{cm}$; $\widehat{ABC} = 45^\circ$; $\widehat{ACB} = 60^\circ$.

1. Fais une figure. [0,5pt]
2. Énonce le théorème des sinus. [0,5pt]
3. Calcule (*les résultats seront donnés en valeurs approchées*) :
 - (a) Le périmètre P de ce triangle. [1pt]
 - (b) L'aire A de ce triangle. [0,5pt]
 - (c) Le rayon R du cercle circonscrit à ce triangle. [0,5pt]
4. O étant le centre de ce cercle, calcule \widehat{BOC} . [0,5pt]

Exercice 2 : (4 points)

1. On considère le polynôme P défini par $P(x) = -2x^2 - 5x + 12$.
 - (a) Détermine la forme canonique du polynôme P . [0,75pt]
 - (b) En déduis la forme factorisée du polynôme P . [0,5pt]
 - (c) Résous dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$. [0,5pt]
 - (d) Étudie le signe du polynôme P . [0,5pt]
 - (e) En déduis la solution de l'inéquation $P(x) \leq 0$. [0,25pt]
2. Mets sous forme de fraction irréductible chacun des nombres A et B suivants: [1,5pt]
$$A = \frac{64 \times 5^4 \times (14 \times 10^{-3})^2}{125 \times 4^2 \times 49^3 \times 0,004^4} ; B = \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{2 + \frac{3}{4}} - 3.$$

Exercice 3 : (4 points)

1. Montre que pour tout entier naturel n , $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ [0,75pt]
2. Réduis alors la somme $S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ [0,75pt]
3. Soit le réel $C = 10\sqrt{2} - 7\sqrt{3}$.
 - (a) Compare les réels $10\sqrt{2}$ et $7\sqrt{3}$. [0,5pt]
 - (b) En déduis le signe du réel C . Puis l'écriture de $|10\sqrt{2} - 7\sqrt{3}|$ sans symbole $|$. [0,5pt]
 - (c) Sachant que $1,41 \leq \sqrt{2} \leq 1,43$ et que $1,73 \leq \sqrt{3} \leq 1,74$ donne un encadrement du réel C . [0,75pt]
4. Résous dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $|-3x + 5| \leq 4$. [0,75pt]

Exercice 4 : (4 points)

Monsieur ABENA et monsieur BINDY ont créé la même leurs entreprises. Leurs chiffres d'affaire en millions de francs CFA sont donnés respectivement par $A(x) = 2x^2 - 14x + 56$;
 $B(x) = x^2 - 10x + 40$ où x désigne la durée(en année) de l'entreprise.

1. Calcule leurs chiffres d'affaires respectifs après un an de fonctionnement. [1pt]

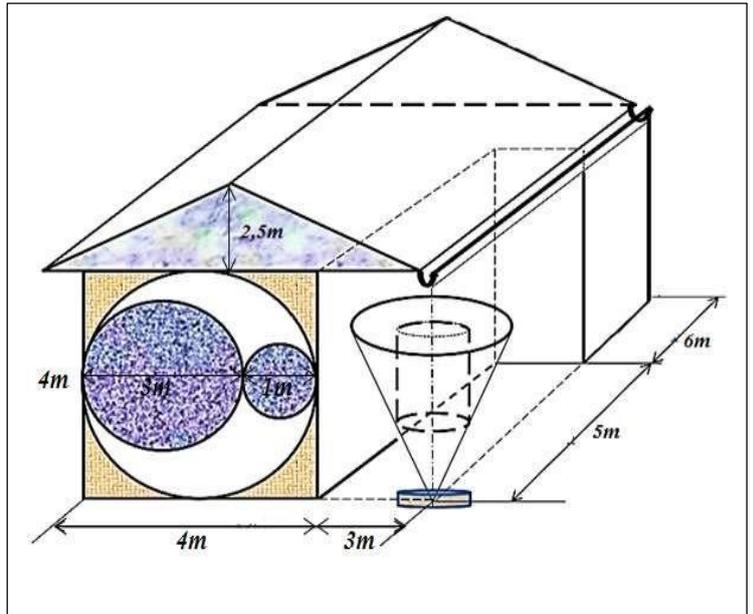
2. Apres combien d'années d'existence le chiffre d'affaire de monsieur ABENA serait de **72 millions de francs CFA** ? [1pt]
3. **Trois ans** après la création de leurs entreprises, M. BINDY contacte son homologue ABENA dans le souci de **fusionner** leurs affaires. Pour une bonne répartition des actions, ce dernier lui propose d'attendre quand la somme de leurs chiffres d'affaires aura atteint **60 millions de Francs CFA**.
 - (a) Etablis une relation entre $A(x)$ et $B(x)$ pour que les deux amis fusionnent leurs affaires. [0,5pt]
 - (b) Détermine alors combien d'années Monsieur BINDY devra-t-il encore attendre pour que son rêve se concrétise ? [1,5pt]

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCE / (4,5 POINTS)

La maquette ci-dessous représente la maison d'habitation de M. Ambroise qui a **11m de longueur, 7m de largeur et 4m de hauteur**. Son toit à lui seul a pour hauteur

2,5m. Pour couvrir son toit, M. Ambroise choisit les tôles **pré-laquées** en couleur verte dont le mètre carré coûte **6000FCFA**.

Sous la véranda de la façade avant se trouve un réservoir d'eau à la forme conique de **3,5 mètres** de hauteur et dont le diamètre de base mesure **2 mètres** qui sert à recueillir l'eau de la pluie coulant sur le toit de la maison à l'aide d'une gouttière. Ce réservoir contient un filtre cylindrique d'une hauteur de **1,5 mètre** et **0,5 mètre** de diamètre.



M. Ambroise a contacté un peintre pour peindre et décorer la face gauche de la maison. Ce dernier apres avoir peint toute la facade en jaune, il crée une partie blanche à l'intérieur du grand disque de diamètre **4 mètres**, puis il peint deux petits disques connexes de diamètres **3 mètres** et **1 mètre** situés à l'intérieur du grand disque. Le coût d'un $1m^2$ de peinture coûte **2500FCFA**.

1. Calcule le coût total en argent pour pouvoir couvrir le toit du bâtiment. [1,5pt]
2. Calcule le coût de peinture pour pouvoir peindre la face gauche du bâtiment. [1,5pt]
3. Quel est le taux d'occupation du volume du filtre par rapport au réservoir ? [1,5pt]

« La plupart des choses ne paraissent extraordinaires que parce qu'elles ne sont point connues ; le merveilleux tombe presque toujours à mesure qu'on s'en approche ; on a pitié de soi-même ; on a honte d'avoir admiré. » Montesquieu



Examineur : M. Mani

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Contrôle N°2	Mathématiques	05	2h	2 nd C	2019/2020

Partie Evaluation Des Ressources

Exercice 1 :5,5pts

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = \left(\frac{x^2-x}{2}\right)^2$

- 1) Montrer que $P(x+1) = \left(\frac{x^2+x}{2}\right)^2$ [1pt]
- 2) Démontrer que $P(x+1) - P(x) = x^3$ [1pt]
- 3) On pose $S_n = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$
 - a) Démontrer que $S_n = P(n+1) - P(1)$ [1.5pt]
 - b) En déduire que $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ [1pt]
 - c) Calculer la somme des cubes des 100 premiers entiers naturels non nuls [1pt]

Exercice 2 :4,5pts

- 1) Répondre par VRAI ou FAUX [0,25pt×3]
 - a) Un quadrilatère est dit convexe si ses angles opposés sont supplémentaires.
 - b) Deux angles inscrits sont égaux si et seulement s'ils interceptent le même arc.
 - c) Le lieu géométrique des points M tels que $\widehat{AMB} = 60^\circ$ est un arc de cercle.
- 2) Soient A et B deux points distants de 3cm. Construire le lieu géométrique des points M tels que $\widehat{AMB} = 30^\circ$. [1,75pt]
- 3) Construire à la règle et au compas uniquement un pentagone régulier. [2pts]

Exercice 3 :5,5pts

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} :
 - a) $|3x - 1| = |-x + 3|$ [1pt]
 - b) $|2x + 7| \leq 3$ [1pt]
 - c) $|x + 2| > 4$ [1,5pt]
 - d) $|8x - 4| = -5$ [0,5pt]
- 2) Soit $x \in [-1; 2]$. Traduire cette relation sous forme d'inégalité, puis sous la forme $|x - a| \leq r$ où a et r sont des réels à déterminer [1,5pt]

Partie Evaluation des Compétences :

Déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du raisonnement mathématique en utilisant les équations et les polygones réguliers pour déterminer l'effectif d'une population, le montant d'une contribution.

Un nombre n d'élèves de la classe de seconde décident d'organiser une rencontre de fin d'année après la remise des bulletins du premier trimestre. Ils décident de faire un pique-nique où chacun contribuera de façon équitable. A l'issue du pique-nique chacun aura droit à un plat de résistance et un jus de fruit le montant de la contribution s'élève alors à 3300frs. Un élève a désisté trouvant que la contribution individuelle est trop élevée pour ses moyens, cela augmenta alors la part des autres de 110frs. TAMO propose d'ajouter un gâteau au lait comme dessert au menu en affirmant que la part de chacun sera augmentée de $\frac{1}{12}$ e du montant total du pique-nique. Le partage du gâteau se fait en tranche de telle sorte que le gâteau soit entièrement partagé, ils décident donc d'utiliser une équerre pour déterminer l'angle au sommet de chaque tranche en bon scientifique qu'ils sont, à cet instant TAMO s'exclama : « pas besoin d'équerre ! l'angle au sommet de chaque tranche est de 75° ».



Tâche 1 : Déterminer le nombre d'élève ayant participé au pique-nique.

[1,5pt]

Tâche 2 : Déterminer le montant total du pique-nique.

[1,5pt]

Tâche 3 : Dire en justifiant si TAMO a raison.

[1,5pt]

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte deux parties A et B indépendantes et réparties sur deux pages !!!

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5POINTS

Exercice 1 : EQUATIONS DANS \mathbb{R} 04POINTS

On se propose de résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $x^3 + 6x^2 + 9x + 4 = 0$.

1. Montre en effectuant le changement de variable $t = x + 2$, que l'équation (E) équivaut à l'équation (E') : $t^3 - 3t + 2 = 0$. 1Pt

2. Détermine les réels a, b et c tels que pour tout réel t : $t^3 - 3t + 2 = (t - 1)(at^2 + bt + c)$. 0.75Pt

3. En déduire les solutions de l'équation (E') puis celles de (E). 02.25Pts

Exercice 2 : THEOREME DES SINUS 04POINTS

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $\text{mes } A = 80^\circ$ et l'aire de ce triangle vaut 2. On appelle R le rayon de son cercle circonscrit.

1. Énoncé le théorème des sinus. 0.5Pt

2. Calcule le périmètre du triangle ABC ; puis la valeur de R. 2Pts

3. Démontre que : $\sin A + \sin B + \sin C = 4R \frac{AB + AC + BC}{AB \cdot AC \cdot BC}$. (Dans cette question, ABC est quelconque et son aire est S). 1.5Pts

Exercice 3 : LES NOMBRES 03.5POINTS

I. 1/ Vérifie que : $\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{(2n+1)}{n^2(n+1)^2}$. 0.25Pt

2/ Donne la valeur exacte de la somme suivante :

$$S = \frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \frac{9}{4^2 \cdot 5^2} + \frac{11}{5^2 \cdot 6^2} + \frac{13}{6^2 \cdot 7^2} + \frac{15}{7^2 \cdot 8^2}$$
1Pt

II. On donne les nombres suivants :

$$A = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}; \quad B = \frac{9^{n+1} + 9^n}{3^{2n+1} - 3^{2n}} \quad \text{et} \quad C = \sqrt{\pi^2 - 2\pi\sqrt{11} + 11}$$

1/ Montre que les nombres A et B sont des entiers naturels. 1.5Pts

2/ Ecris plus simplement le nombre C. 0.25Pt

3/ Développe et réduis $D = (\sqrt{1 + \sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1 - \sqrt{1-x^2}})^2$ avec $x \in [0;1]$. 0.5Pt

Exercice 4 : VECTEURS ET POINTS DU PLAN 04POINTS

A/ Soit ABC un triangle quelconque. M est le milieu de [AB], N est le milieu de [MC] et K le point tel que : $\vec{CK} = \frac{1}{3}\vec{CB}$.

1. Faire une figure claire. 0.5Pt
2. Démontre que les points A, N et K sont alignés. 1Pt

B/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. On donne le point $A(-2 ; 3)$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$.

1. Démontre que $(\vec{u} ; \vec{v})$ est une base du plan. 0.25Pt
2. Quelles sont les coordonnées de \vec{i} et de \vec{j} dans la base $(\vec{u} ; \vec{v})$? 0.5Pt
3. Détermine les coordonnées du vecteur $\vec{w} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ dans la base $(\vec{u} ; \vec{v})$. 0.5Pt
4. Un point M a pour coordonnées $(x ; y)$ dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ et $(x' ; y')$ dans le repère $(A ; \vec{u} ; \vec{v})$. Exprime x' et y' en fonction de x et de y . 01.25Pts

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 04.5POINTS

Thème de la Compétence : UTILISER LES SYSTEMES SE RAMENANT A UNE EQUATIONS DU SECOND DEGRE POUR DETERMINER LES DIMENSIONS D'UN JARDIN.

SITUATION :

Dans votre établissement scolaire, il y'a trois jardin. Le premier jardin est réservé pour la culture du maïs, le second est réservé pour la culture du manioc et la dernière partie est réservé pour planter des fleurs qu'on va entourer l'établissement tout entier dans les années avenir.

Le premier jardin a la forme d'un triangle rectangle de périmètre 24m, d'aire $24m^2$ et la longueur de l'hypoténuse mesure 10m ; le second jardin a la forme d'un rectangle de périmètre 76m et d'aire $357m^2$ et le troisième jardin a aussi la forme d'un triangle rectangle de périmètre 12m, d'aire $6m^2$ et la longueur de l'hypoténuse mesure 5m.

TACHES

1. Détermine les dimensions du premier jardin. 01.5POINTS
2. Détermine les dimensions du deuxième jardin. 01.5POINTS
3. Détermine les dimensions du troisième jardin. 01.5POINTS

“L’important n’est pas ce que la vie a fait de nous, c’est de ce que nous avons fait de ce que la vie a fait de nous qui est important” JEAN PAUL SARTRES !!!

Instructions : *L'épreuve comporte Trois exercices indépendants et un problème, le candidat traitera obligatoirement chacun de ces exercices et le problème ; le soin apporté à la rédaction sera un élément important d'appréciation.*

Compétence Attendue : Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs au partage des biens.

PARTIE A : Evaluation de ressources

15,5 Points

Exercice 1/ 5 points

Soit ABC un triangle. On pose $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$. Soit (C) le cercle circonscrit à ABC de rayon R.

- 1) Faire la figure en prenant $AB = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$ et $BC = 7\text{cm}$ 0,5 pt
- 2) Démontrer que : $\frac{1}{2}bc \sin(\hat{A}) = \frac{1}{2}ac \sin(\hat{B}) = \frac{1}{2}ab \sin(\hat{C})$ 1 pt
- 3) Démontrer que : $\frac{b}{\sin(\hat{B})} = 2R$. 1 pt
- 4) En déduire le théorème des sinus : $\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})} = \frac{abc}{2A} = 2R$ 1 pt
- 5) Utiliser le théorème précédent pour démontrer que : $\sin(\hat{A}) + \sin(\hat{B}) + \sin(\hat{C}) = 2R \left(\frac{a+b+c}{abc} \right)$ 0,5 pt
- 6) **Application :** Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $\text{mes}(\hat{A}) = 30^\circ$. Sachant que le rayon de son cercle circonscrit est égal à 2 cm. Calculer la longueur de chacun des côtés du triangle ABC puis son aire. 1Pt

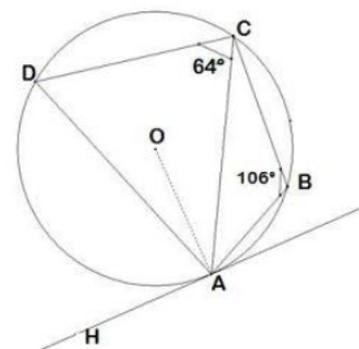
Exercice 2 (4 Points)

- 1. ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.
 - (a) Après avoir déterminé la mesure de l'angle au centre et celui d'un angle du polygone, construire cet hexagone régulier. 1pt
 - (b) Sachant que le rayon du cercle circonscrit à cet hexagone est 2cm, déterminer la longueur de l'apothème, le périmètre du polygone et l'aire totale du polygone. 1.5pt
- 2. Observer la figure ci-contre.

La droite (AH) est la tangente au cercle (C) au point A.

$\text{mes } \widehat{ABC} = 106^\circ \text{ et } \text{mes } \widehat{ACD} = 64^\circ$

- (a) Calculer la mesure de l'angle \widehat{ADC} . 0,25pt
- (b) En déduire les mesures des angles \widehat{AOC} et \widehat{CAH} . 1pt
- (c) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{DAH} . 0,25pt



(6,5 points)

EXERCICE 3

1) Résoudre dans \mathbb{R} chacune des équations suivantes :

- a) $(x - 4)^2 = (2x - 5)^2$ 0,5 pt
- b) $(2x + 3)(3 - 4x) - (4x - 3)^2 = 4x(4x - 3)$ 0,75 pt

2) Résoudre dans \mathbb{R} chacune des inéquations suivantes :

- a) $\frac{2x+1}{x-1} \leq \frac{x-1}{2x+1}$ 1pt
- b) $x^2 + 102x - 880 \geq 0$ 1pt

3) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation et l'inéquation :

- a) $\frac{3x}{x+2} + 1 = \frac{-4x}{x+2} + \frac{1}{4}$ 1 pt

$$b) \frac{2x}{4x-1} + 2 < 3 + \frac{-5x+2}{x-3}$$

1pt

4) Déterminer les dimensions d'un champ rectangulaire d'aire $1200m^2$ sachant que la longueur dépasse la largeur de 10m.

1,25 pt

PARTIE B : Evaluation des compétences

4,5 Points

Situation :

Monsieur FOFONA met un capital de 4500000 FCFA dans une banque qui produit des intérêts chaque année. Il place ce capital à un taux d'intérêt de $t\%$. La deuxième année, il place le nouveau capital obtenu à un taux de $(t+2)\%$ et obtient un intérêt de 468000 FCFA. Avec une partie de ce nouveau capital, il décide d'acheter un terrain de forme carré de côté 4m, à l'intérieur duquel il veut aménager une terrasse de $4m^2$ de forme carrée (partie hachurée) en laissant une allée de largeur constante pour les fleurs. (Figure 1)

Il donne l'autre partie du capital à sa maman, qui décide d'acheter 90 mètres de fil barbelé pour entourer complètement son terrain rectangulaire de superficie $500m^2$ de sorte que le fil ne passe qu'une seule fois et en ligne droite sur chaque côté du terrain.

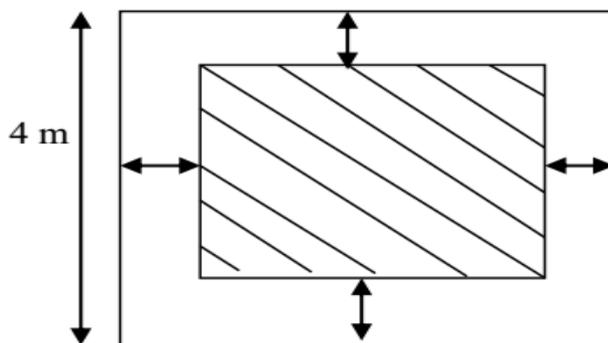


Figure 1

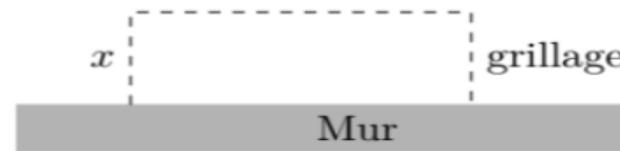


figure 2

Tache 1 : A quel taux d'intérêt Monsieur FOFONA a-t-il placé son capital la première année ? **1.5pt**

Tache 2 : Monsieur FOFONA a oublié la largeur de l'allée occupé par les fleurs dont lui a donné le jardinier. Aider le à retrouver cette largeur. **1.5pt**

Tache 3 : Déterminer les dimensions du terrain de la maman de FOFONA **1.5 pt**

Proposée par Mme NGUEGUIM KEMO et M. SOB NGUEGANG.

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES*Proposé par M. MIKODA Jerry Donal.***I- ÉVALUATION DES RESSOURCES : (points)****EXERCICE 1 :** (04points)1. Soit n un entier naturel.(a) Écrire sans radical au dénominateur l'expression : $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$; (0,5pt)

(b) En déduire une expression simple de la somme :

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}+\sqrt{49}};$$
 (0,5pt)

2. On pose : $x = \frac{a+b}{2}$; $y = \sqrt{ab}$ et $\frac{2}{z} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ avec a et b deux réels strictement positifs ;(a) Déterminer z en fonction de a et b . (0,5pt)(b) Démontrer que : $x^2 - y^2 = \frac{(a-b)^2}{4}$ et $y^2 - z^2 = \frac{ab(a-b)^2}{(a+b)^2}$. (0,5pt×2)(c) Déterminer le signe de $x^2 - y^2$ et $y^2 - z^2$; puis déduire que : $z \leq y \leq x$. (0,5pt×3)**EXERCICE 2 :** (04,5points)1. Soit un triangle ABC. Montrer que ABC est un triangle rectangle en A si et seulement si on a : $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$. (1pt)2. Soit un polygone régulier non étoilé à n cotés inscrit dans un cercle de rayon R (n entier naturel supérieur ou égal à 3). On appelle a la longueur de chacun de ses cotés, h son apothème et S son aire. On pose : $\theta = \frac{180^\circ}{n}$.a) Calculer a et h en fonction de R et θ . (0,5pt×2)b) Calculer S de deux façons différents. (0,5pt×2)c) En déduire que : $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$. (0,5pt)

3.a) Construire un décagone régulier ABCDEFGHIJ. (0,5pt)

b) En déduire deux pentagones réguliers. (0,25pt×2)

EXERCICE 3 : (01,5 points)On muni \mathbb{R} de la loi de composition $*$ définie par : $a * b = a + b - ab$ pour tout $a, b \in \mathbb{R}$.1. Montrer que $*$ est associative. (0,5pt)2. Montrer que $*$ admet un unique élément neutre que vous déterminerez. (0,25pt)3. Montrer que 1 n'a pas d'inverse par la loi $*$. (0,25pt)

4. $(\mathbb{R}, *)$ est-il un groupe ? Justifier votre réponse. (0,5pt)

EXERCICE 3 : (04,5points)

Soient les polynômes suivants :

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6 ; g(x) = (x + 1)(x + 4)(x - 6) \text{ et } h(x) = x^2 + x - 6$$

- 1- a) Calculer $f(-1)$ et conclure (0,5pt)
 - b) Déterminer les réels $a; b$ et c tels que $f(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$. (0,5pt)
 - c) En utilisant la méthode de la forme canonique, factoriser $h(x)$. (0,75pt)
 - d) En déduire la forme factoriser $f(x)$ (0,5pt)
 - e) On suppose que $h(x) = (x - 2)(x + 3)$, étudier alors suivants les valeurs de x le signe du polynôme $f(x)$. (0,75pt)
- 2- Développer et réduire $g(x)$ (0,5pt)
- 3- On considère la fraction rationnelle $i(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
- a) Donner la condition d'existence de $i(x)$. (0,5pt)
 - b) Simplifier $i(x)$ sur son domaine. (0,5pt)

II- ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : (4,5points)

La concession de monsieur Hamadou dispose d'une cour de forme carrée à l'intérieur duquel il a aménagé une pelouse de forme carrée, centrée au milieu de la cour. L'espace non aménagé a une superficie de 464 m^2 et le périmètre de la devanture dépasse celui de la pelouse de 32m .

1. Faire une esquisse d la cour de monsieur Hamadou. 1,5pt
2. Montrer que le cote de la cour de monsieur Hamadou est solution de l'équation $(x - 8)^2 = x^2 - 464$. 1,5pt
3. Calculer l'aire de l'espace occupé par la pelouse. 1,5pt

Présentation (1pt)

Partie a / Évaluation des savoirs (15.5pts)

Exercice 1 : [6 points]

- 1- a. Calculer $(\sqrt{3} - 2)^2$ puis déduire la valeur exacte de $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$. [0.5 pt]
- b. Sachant que : $1.732 < \sqrt{3} < 1.733$. Donner l'encadrement à 10^{-2} près de $7 - 4\sqrt{3}$. [0.5 pt]
- 2- On donne $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
 - a) Vérifier que $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$. [0.5 pt]
 - b) En déduire que $\varphi^2 = \varphi + 1$. [0.25 pt]
- 3- a- Donner la forme canonique des polynômes: $P(x) = -2x^2 - x + 3$, $Q(x) = 4x^2 - 2x + 3$ et $-3x^2 + 6\sqrt{3}x - 9$. [0.75 pt]
- b- Résoudre dans \mathbb{R} : $(E) : P(x) = 0$; $(I_1) : P(x) \leq 0$, $(I_2) : Q(x) > 0$ et $(I_3) : R(x) \geq 0$. [2 pts]
- 4- Résoudre dans \mathbb{R} : $(E') : \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} = \frac{3x}{2}$, $(I_4) : \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} \leq \frac{3x}{2}$ et $(I_5) : |-4x + 7| > 14$. [1.5 pt]

Exercice 2: [6.25 points]

- I- Soit ABCD un rectangle tel que $BD = 2AB = 5\text{cm}$ et (ζ) le cercle circonscrit à ABCD. Les tangentes en A et D au cercle (ζ) ont pour point d'intersection M et coupent la droite (BC) respectivement en N et P.
 - 1- Faire la figure. [0.75 pt]
 - 2- Démontrer que le triangle MNP est isocèle. [0.5 pt]
- II- ABCDE est un pentagone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 3 cm.
 - 1- Faire la figure avec soin. [0.75 pt]
 - 2- Reproduire et compléter le tableau suivant : [1 pt]

Angles	\widehat{AOE}	\widehat{ACE}	\widehat{AOD}	\widehat{DAO}
Mesure en degré				

 - 3- Calculer à 10^{-2} près la longueur des cotés ainsi que l'apothème de ce polygone. [1 pt]
 - 4- a- Déterminer les mesures des angles aux sommets du triangle ABD. [0.75 pt]
 - b- En déduire la nature exacte du triangle ABD ? Justifier. [0.5 pt]
 - c- Énoncer clairement le théorème des sinus. [0.5 pt]
 - d- Calculer 10^{-2} près la longueur du segment [AD], en précisant le théorème utilisé. [0.5 pt]

Exercice 3: [3.25 points]

Soit $G = \mathbb{R} - \{-1\}$. On définit sur G la loi * définie pour tout $a, b \in G$ par $a * b = a + b + ab$.

- 1- Calculer $-3 * 6$ et $(-4 + 2\sqrt{3}) * \frac{2}{\sqrt{3}}$. [0.5 pt]
- 2- Montrer que * est une loi de composition interne dans G. [0.5 pt]
- 3- Montrer que * est une loi de commutative et associative dans G. [0.75 pt]
- 4- Montrer que 0 est l'élément neutre de G pour la loi *. [0.25 pt]
- 5- a- Démontrer que tout élément a de G a pour symétrique $-\frac{a}{a+1}$ par la loi *. [0.5 pt]
- b- En déduire les symétriques de -3 et $\frac{2}{\sqrt{3}}$. [0.5 pt]
- 6- Déduire que $(G; *)$ est un groupe abélien. [0.25 pt]

Partie B : Évaluation des compétences [04.5pts]

Des jeunes veulent acheter un ballon de football qui coutent 3500F. Ils devront se partager équitablement le coût du ballon. À la dernière minute, 10 personnes se sont désengagées et finalement, chacun des restant devra contribuer avec une somme de 140F. Avec ce ballon, ils joueront sur une aire de jeu de forme rectangulaire d'aire 2250 m^2 et dont la longueur du terrain dépasse la largeur de 5m. Non loin de cette aire de jeu se trouve 2 robinet A et B qui mettent ensemble 56 s pour remplir un réservoir de 100 litres. Seul le robinet A met 15 secondes de plus que le robinet B.

- 1- Quelle durée met chacun des robinets A et B pour remplir le réservoir ? [1.5 pt]
- 2- Quelles sont les dimensions du terrain de football ? [1.5 pt]
- 3- Combien de jeunes y avait-il au départ ? Combien devrait payer chacun d'eux ? [1.5 pt]

Bonus question: Solve in \mathbb{R} the equation $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$. [1 mark]

Bonne Chance!!!

MINESEC

Lycée de Tigaza

Département de Mathématiques

Année scolaire : 2019-2020

Classe : 2ndC Durée : 3 H

Contrôle 2 Novembre 2019

Coefficient : 05

Épreuve de Mathématiques

T I G A Z A

Partie A : Evaluation des ressources [15.50pts]

EXERCICE 1 [2.00pts]

Répondre par vrai ou faux

1. Si $a \neq 0$ et $b=0$ alors l'équation $bx^2+ax+c=0$ est du second degré. [0.50pt]
2. La forme canonique de $bx^2+ax+c=0$ est $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$. [0.50pt]
3. \vec{u} et \vec{v} sont colinéaire ssi il existe un nombre réel λ tel que : $\vec{v}=\lambda\vec{u}$ ou $\vec{u}=\lambda\vec{v}$. [0.50pt]
4. Le centre de gravité d'un triangle ABC est l'unique point G tel que : $\vec{GA}+\vec{BG}+\vec{GC}=\vec{O}$. [0.50pt]

EXERCICE 2 [3.50pts]

Soit x et y deux nombres réels strictement positifs, tels que : $x < y$. Notons : $a = \frac{x+y}{2}$;

$$g = \sqrt{xy} \text{ et } h = \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}.$$

1. Démontrer que : $x < h$ et $a < y$. [1.50pt]
2. Démontrer que : $g < a$ [0.50pt]
3. Démontrer que : $g^2 = ah$. En déduire que : $h < g$. [1.00pt]
4. Ranger par ordre croissant les nombres : x, y, a, g et h . [0.50pt]

EXERCICE 3 [6.00pts]

1. Donner la forme canonique des équations suivantes : $h(x) = 3x^2 - 5x - 2$; et $g(x) = x^2 + 102x - 880$. [1.00pt]
2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : $-9x^2 + 6x - 1 = 0$; $2x^2 - 7x + 6 = 0$. [1.00pt]
3. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes : $3x^2 - 5x + 2 \geq 0$; $-x^2 + x + 2 < 0$. [1.00pt]
4. Trouver les dimensions d'un champ rectangulaire d'aire $1200m^2$, sachant que sa longueur dépasse sa largeur de $10m$. [1.50pt]
5. Résoudre graphiquement le système suivant :
$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \\ 3x + 2y \geq 0 \end{cases} .$$
 [1.50pt]

EXERCICE 4 [4.00pts]

Le plan est muni du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . On donne le point $A(-2;3)$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$
 $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.

1. Démontrer que (\vec{u}, \vec{v}) est une base de \mathcal{V} . [0.50pt]
2. Quelles sont les coordonnées de \vec{i} et \vec{j} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) ? [1.00pt]
3. Quelles sont les coordonnées de \vec{a} et \vec{b} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) ? [1.00pt]
4. Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) et (x', y') dans le repère (A, \vec{u}, \vec{v}) .
 Exprimer x' et y' en fonction de x et y [1.50pt]

Partie B : Evaluation des compétences [04.50pts]

Ton père veut aménager une partie de son jardin qui a la forme d'un triangle rectangle de 3m de hauteur et 4m de base, et désire l'entourer du grillage. Papa te demande de mesurer le contour du jardin et de te rendre chez le commerçant. Une fois chez lui, il te dit ceci : le grillage que tu désires coûtait 1000frs mais a subit une baisse de 20% puis une hausse de 10% sur le nouveau prix sans toute fois te dire le prix du mètre du grillage. Papa souhaite planter les gazons sur les $\frac{2}{3}$ de cette surface et le mètre carré du gazon coûte 350frs.

1. Déterminer le prix du grillage entier. [1.50pt]
2. Déterminer le prix d'un mètre de grillage. [1.50pt]
3. Déterminer le prix d'achat du gazon. [1.50pt]

EXERCICE BONUS [2.00pts]

1. ABC est un triangle I milieu de [BC] , démontrer que $2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{IA}$. [0.50pt]
2. Résoudre dans \mathbb{R} le système : (S) :
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 5 \\ 3\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 7 \end{cases} .$$
 [0.50pt]
3. Déterminer un nombre entier de deux chiffres dont la somme des chiffres donne 10 et tel qu'en permutant les deux chiffres le nombre augmente de 54. [0.50pt]
4. Soit $x > \sqrt{2}$, démontrer que $\frac{1}{2}(x + \frac{1}{x}) > \sqrt{2}$. [0.50pt]

EXAMINATEUR: Département de Mathématiques.

« Avant de commencer à prier le Seigneur, il faut d'abord travailler. Pendant que vous travaillez, n'oubliez pas de prier le Seigneur. »