DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES 2°C

08/12/2020 Durée : 2h

EXERCICE 1 : (2 points) Recopie un numéro de la première colonne suivi de Vrai ou Faux afin d'avoir une affirmation juste.

N°	AFFIRMATIONS
1	ABCD étant un parallélogramme $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD})$ est une base de $\mathcal{V}$.
2	Deux vecteurs de même norme sont égaux.
3	Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a: $\|\vec{u}+\vec{v}\| \geq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.
4	Soit $(\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,)$ une base orthonormée de $\mathcal{V}$. Le vecteur $\vec{w} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{6}}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{6}}\vec{\jmath}$ est unitaire.

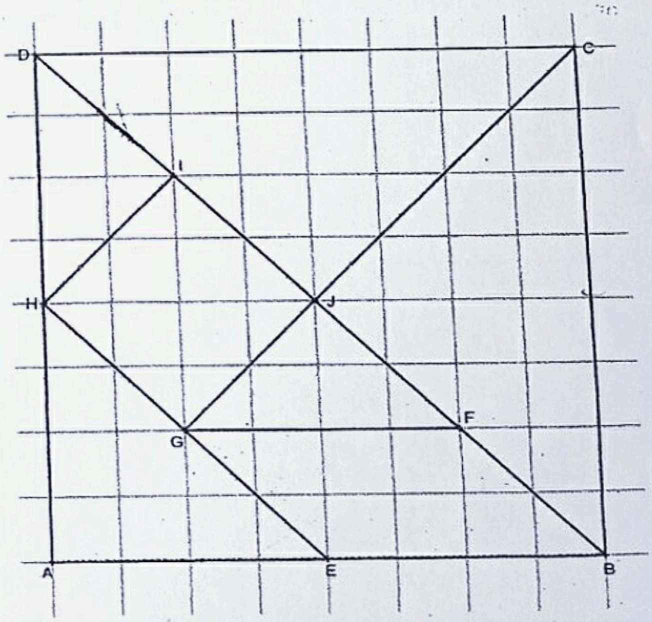
EXERCICE 2: (2 points) Recopie un numéro suivi d'une des lettres A ou B ou C afin d'avoir une affirmation correcte.

N°	Propositions	A	B	C
1	Pour tout réel $a \neq -1$, $\frac{-a+1}{-a-1}$ est égal à	-1	1	$\frac{-1+a}{a+1}$
2	Pour tout réel $a \neq 3$, $\frac{6-a}{3a-9} - \frac{1}{a-3}$ est égal à	$-\frac{1}{3}$	$\frac{-a^2+6a+9}{3(a-3)^2}$	$\frac{1}{3}$
3	Si $A = \sqrt{48}+\sqrt{20}$ et $B = \sqrt{45}-\sqrt{108}$ alors $A \times B$ est	Un nombre irrationnel	Un nombre entier relatif	un nombre entier naturel
4	Soit A un nombre réel positif et B un nombre réel négatif alors	A + B est positif	A + B est négatif	7 - AB est positif

EXERCICE 3 : (4,5 points) Observe ce puzzle ci-dessous d'origine chinoise.

Recopie et complète les égalités suivantes par le point qui correspond au symbole ■

1. $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{H\blacksquare}$
2. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{IH} = \overrightarrow{G\blacksquare}$
3. $\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{EJ} = \overrightarrow{A\blacksquare}$
4. $\overrightarrow{ID} - \overrightarrow{IH} = \overrightarrow{G\blacksquare}$
5. $\overrightarrow{JF} + \overrightarrow{I\blacksquare} = \overrightarrow{DH}$
6. $\overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{\blacksquare H}$



EXERCICE 4 : (6,5 points)

1. Ecris le plus simplement possible

$$\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{\frac{4\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}}}}}$$

2. Démontre que pour $a > b \geq 0$:

   a) $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$

   b) $\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt{ab}$

   c) Démontre que pour tous $a, b \in IR_+^*$, on a : $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 = \frac{(a-b)^2}{ab}$

3. Effectue les opérations suivantes et donne les résultats sous formes de fractions irréductibles

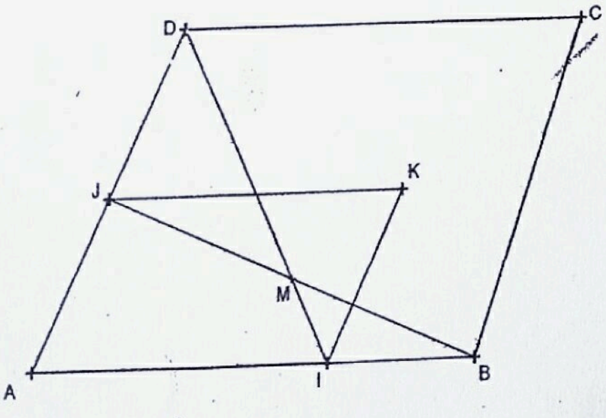
$$A = \frac{2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}{1-\frac{3}{\frac{1}{2}}+3\times\frac{1}{6}} - \frac{2}{5}\left(\frac{1}{3}-3\right) \quad ; \quad B = \left(\frac{5^2\times 24^{-3}}{(100^{-7}\times 15^6)^4}\right)^2 .$$

EXERCICE5 : (5 points) Yao élève en classe de Seconde C, découvre sur le Net la figure ci-dessous avec les hypothèses suivantes : ABCD et AIKJ sont deux parallélogrammes ; $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

Le point M est l'intersection des droites (DI) et (BJ).

L'une de ses camarades de classes, Mariam, affirme que les points M, K et C sont alignés.

Pour les aider, leur professeur de mathématiques donne les instructions suivantes :



On considère le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD})$.

1. a) Détermine les coordonnées des points I ; C ; D et K.

   b) Démontre qu'une équation cartésienne de la droite (DI) est : $3x + 2y - 2 = 0$.

2. Sachant qu'une équation cartésienne de la droite (BJ) est : $x - 1 + 2y = 0$

   a) Détermine les coordonnées du point M .

   b) Dis si Mariam a raison et justifie ta réponse.