La raison et le réel

Introduction : l'hypothèse du rêve

Ce que j'appelle l'hypothèse du rêve, c'est une expérience de pensée que l'on trouve sous la plume de nombreux auteurs, mais qui consiste toujours à supposer que l'ensemble du monde pourrait être tout autre chose que ce que l'on croit : un rêve, une illusion, une ombre, un programme informatique, etc.

Tchouang-tseu : « Est-ce Tchouang-tseu qui rêve qu'il est papillon, ou un papillon qui rêve qu'il est Tchouang-tseu ? » Descartes : le doute hyperbolique et l'hypothèse d'un malin génie qui me tromperait en toute chose. Putnam (philosophe américain contemporain), le film *Matrix* des frères Wachowski : nous pourrions n'être que des cerveaux dans une cuve, le monde pourrait n'être qu'une sorte de grand jeu vidéo. La tradition philosophique occidentale a retenu, comme point de départ de cette interrogation, le début du livre VII de la *République* de Platon, où se trouve ***l'allégorie de la caverne*** :

> SOCRATE : Maintenant, représente-toi de la façon que voici l'état de notre nature relativement à l'instruction et à l'ignorance. Figure-toi des hommes dans une habitation souterraine, en forme de caverne, ayant sur toute sa largeur une entrée ouverte à la lumière ; ces hommes sont là depuis leur enfance, les jambes et le cou enchaînés, de sorte qu'ils ne peuvent bouger ni voir ailleurs que devant eux, la chaîne les empêchant de tourner la tête ; la lumière leur vient d'un feu allumé sur une hauteur, au loin derrière eux ; entre le feu et les prisonniers passe une route élevée ; imagine que le long de cette route est construit un petit mur, pareil

aux cloisons que les montreurs de marionnettes dressent devant eux, et au-dessus desquelles ils font voir leurs merveilles.
GLAUCON : Je vois.
– Figure-toi maintenant le long de ce petit mur des hommes portant des objets de toute sorte, qui dépassent le mur, et des statuettes d'hommes et d'animaux, en pierre, en bois, et en toute espèce de matière ; parmi ces porteurs, les uns parlent et les autres se taisent.
– Voilà un étrange tableau et d'étranges prisonniers.
– Ils nous ressemblent. Et d'abord, penses-tu que dans une telle situation ils aient jamais vu autre chose d'eux-mêmes et de leurs voisins que les ombres projetées par le feu sur la paroi de la caverne qui leur fait face ?
– Comment auraient-ils pu, puisqu'ils ont été forcés leur vie durant de garder la tête immobile ?
– Et pour les objets qui défilent, n'en est-il pas de même ?
– Bien sûr que si.
– Si donc ils pouvaient discuter ensembles, ne penses-tu pas qu'ils prendraient les ombres qu'ils voient pour des objets réels ?
– Si, nécessairement.
– Et si la paroi du fond de la prison avait un écho, chaque fois que l'un des porteurs parlerait, croiraient-ils entendre autre chose que l'ombre qui passerait devant eux ?
– Non, par Zeus.
– Mais alors, de tels hommes n'attribueront de réalité qu'aux ombres des objets fabriqués.
– De toute nécessité.
– Considère maintenant ce qui arrivera naturellement si on les délivre de leurs chaînes et qu'on les guérisse de leur ignorance. Qu'on détache l'un de ces prisonniers, qu'on le force à se dresser immédiatement, à tourner le cou, à marcher, à lever les yeux vers la lumière : en faisant tous ces mouvements il souffrira, et l'éblouissement l'empêchera de distinguer ces objets dont tout à l'heure il voyait les ombres. Que crois-tu donc qu'il répondra si quelqu'un vient lui dire qu'il n'a vu jusqu'alors que de vains fantômes, mais qu'à présent, plus près de la réalité et tourné vers des objets plus réels, il voit plus juste ? Si, enfin, lui montrant chacune des choses qui passent, on l'oblige, à force de questions, à dire ce que c'est ? Ne penses-tu pas qu'il sera embarrassé, et que les ombres qu'il voyait tout à l'heure lui paraîtront plus vraies que les objets qu'on lui montre maintenant ?
– Beaucoup plus vraies.
– Et si on le force à regarder la lumière elle-même, ses yeux n'en seront-ils pas blessés ? N'en fuira-t-il pas la vue pour retourner aux choses qu'il peut regarder, et ne croira-t-il pas que ces dernières sont réellement plus distinctes que celles qu'on lui montre ?
– Assurément.
– Et si on l'arrache de sa caverne par force, qu'on lui fasse gravir la montée rude et escarpée, et qu'on ne le lâche pas avant de l'avoir traîné jusqu'à la lumière du soleil, ne souffrira-t-il pas vivement, et ne se plaindra-t-il pas de ces violences ? Et lorsqu'il sera parvenu à la lumière, pourra-t-il, les yeux tout éblouis par son éclat, distinguer une seule des choses que maintenant nous appelons vraies ?
– Non, il ne le pourra pas, en tout cas pas tout de suite.
– Je crois bien qu'il aurait besoin de s'habituer, s'il doit en venir à voir les choses d'en haut. Il distinguerait d'abord plus aisément les ombres, et après cela, sur les eaux, les images des hommes et des autres êtres qui s'y reflètent, et plus tard encore ces êtres eux-mêmes. A la suite de quoi, il pourrait contempler plus facilement, de nuit, ce qui se trouve dans le ciel, et le ciel lui-même, en dirigeant son regard vers la lumière des astres et de la lune, qu'il ne contemplerait de jour le soleil et sa lumière.
– Comment faire autrement ?
– A la fin, j'imagine, ce sera le soleil – non ses vaines images réfléchies dans les eaux ou en quelque autre endroit, mais le soleil lui-même à sa vraie place – qu'il pourra voir et contempler tel qu'il est.
– Nécessairement.
– Après cela il en viendra à conclure au sujet du soleil, que c'est lui qui fait les saisons et les années, qui gouverne tout dans le monde visible, et qui, d'une certaine manière, est la cause de tout ce qu'il voyait avec ses compagnons dans la caverne.
– Evidemment, c'est à cette conclusion qu'il arrivera.

– Or donc, se souvenant de sa première demeure, de la sagesse que l'on y professe, et de ceux qui y furent ses compagnons de captivité, ne crois-tu pas qu'il se réjouira du changement et plaindra ces derniers ?
– Si, certes. (…)
– Maintenant, mon cher Glaucon, il faut assimiler le monde visible au séjour de la prison, et la lumière du feu qui l'éclaire à la puissance du soleil. Quant à la montée dans la région supérieure et à la contemplation de ses objets, si tu la considères comme l'ascension de l'âme vers le lieu intelligible, tu ne te tromperas pas sur ma pensée, puisque aussi bien tu désires la connaître. Dieu sait si elle est vraie. Pour moi, telle est mon opinion : dans le monde intelligible, l'idée du Bien est perçue la dernière et avec peine, mais on ne peut la percevoir sans conclure qu'elle est la cause de tout ce qu'il y a de droit et de beau en toute choses ; qu'elle a, dans le monde visible, engendré la lumière et le seigneur de la lumière ; que, dans le monde intelligible, c'est elle-même qui est souveraine et dispense la vérité et l'intelligence ; et qu'il faut la voir pour se conduire avec sagesse dans la vie privée et dans la vie publique. (…) Ne t'étonne pas que ceux qui se sont élevés à ces hauteurs ne veuillent plus s'occuper des affaires humaines, et que leurs âmes aspirent sans cesse à demeurer là-haut.

Platon, *République*, VII, 514a-517c

Résumons l'analogie platonicienne dans un petit tableau :

	Image de la caverne	Monde réel
Monde intelligible et vrai	soleil : condition de la visibilité et de l'existence des choses visibles	idée de Bien : condition de l'intelligibilité et de l'existence des idées
	feu	soleil
	objets	idées (= vraie réalité)
Monde sensible et illusoire	ombres	choses visibles

Retenons bien cette allégorie, et l'idée de ce mystérieux soleil. Nous y reviendrons par la suite.

La question que pose cette « hypothèse du rêve » est de savoir ce qui nous garantit la réalité du monde sensible. Une première réponse à cette question est la réponse idéaliste : rien ne nous garantit la réalité de ce monde, qui est d'ailleurs fluctuant et qui nous induit sans cesse en erreur. Puisque les sens sont trompeurs, il faut se fier à l'esprit, qui peut nous donner accès à des vérités éternelles, évidentes et indubitables. Les idées mathématiques sont le modèle par excellence de ces vérités. Cette réponse est celle de Platon, de Descartes et de Kant. Elle repose sur l'idée qu'une *connaissance a priori* est possible. A priori, c'est-à-dire antérieure à toute expérience, donc indépendante de nos sens. Cela semble mystérieux : comment peut-on connaître le monde avant de l'avoir vu ? Pour le comprendre, il faut se placer dans un cadre idéaliste, et admettre que le monde est avant tout une réalité idéale que notre âme a connu dans le passé (Platon) ou qu'un Dieu a déposé dans nos âmes sous forme de « semences de vérités » (Descartes). Mais cette hypothèse idéaliste est peut-être encore plus étonnante et mystérieuse que ce qu'elle est censée expliquer : comment croire en l'immortalité des âmes ou en l'existence de Dieu ? Il est difficile de faire reposer toute notre connaissance du monde sur des hypothèses aussi fragiles !

Pour savoir ce qu'il en est vraiment, attaquons-nous à ces fameuses connaissances qui se prétendent a priori et qui ont constitué si longtemps le modèle de toute science : les connaissances logiques et mathématiques.

I. Les sciences déductives [la démonstration]

On peut ranger les sciences en trois grandes catégories : les sciences déductives (logique et mathématiques), les sciences naturelles (physique, chimie, astronomie, biologie, etc.) et les sciences humaines (histoire, économie, sociologie, psychologie, psychanalyse, linguistique, anthropologie, etc.). A ces trois catégories correspondent trois types de rationalité, de méthode et de preuve. Les sciences déductives procèdent par hypothèse et démonstration. C'est pourquoi leur étude est étroitement liée à la notion de démonstration.

A. La logique

1. Présentation

La logique est la science du *logos*, c'est-à-dire du discours et de la pensée. La logique a été fondée par Aristote. Elle a relativement peu progressé au cours des siècles, jusqu'au XIX^{e} siècle où, sous l'impulsion de Frege, des progrès considérables ont été réalisés, au terme desquels on a vu exploser la logique en une multitude de logiques différentes adaptées à des situations et des types de rationalités différentes (mathématiques, sciences physiques, médecine, politique, etc.). Il est frappant de remarquer que l'évolution des mathématiques est similaire, surtout en ce qui concerne la géométrie : la géométrie euclidienne n'a pas changé depuis Euclide jusqu'au XIX^{e} siècle, où elle a été soudain remise en cause de manière spectaculaire. Mais n'anticipons pas.

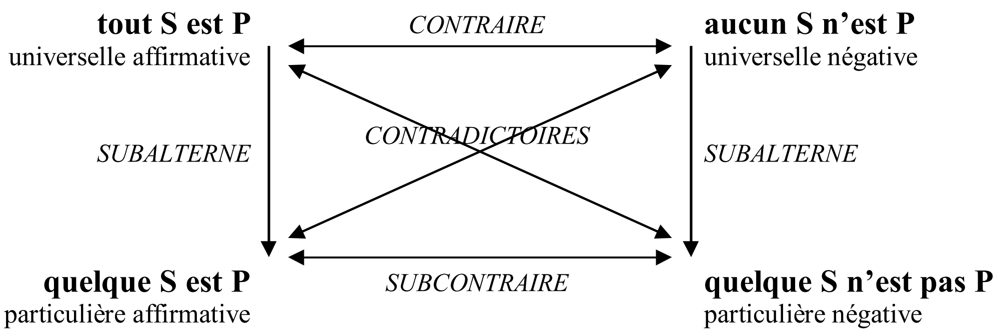
a. La logique d'Aristote

L'objet premier de la logique est la ***proposition***, c'est-à-dire le discours déclaratif porteur d'une assertion et donc susceptible d'être vrai ou faux (discours apophantique). La proposition se compose d'un prédicat (qui est affirmé ou nié), d'un sujet, et d'une copule qui relie les deux. Exemple : *Socrate* (sujet) *est* (copule) *mortel* (prédicat). Tout jugement, selon Aristote, peut ainsi s'analyser comme l'attribution d'un prédicat à un sujet.

Une proposition peut être une affirmation ou une négation (c'est la ***qualité*** de la proposition). L'opposition entre une affirmation et sa négation est appelée une contradiction. Le principe de contradiction, que nous verrons plus loin, pose qu'une affirmation et une négation ne peuvent être vraies en même temps : on ne peut dire une chose et son contraire.

La ***quantité*** d'une proposition est ce qui distingue propositions universelles, particulières et singulières. Ex : « tout S est P » et « aucun S n'est P » sont des propositions universelles, « certains S sont P » et « certains S ne sont pas P » sont des propositions particulières et « *x* est P » et « *x* n'est pas P » sont des propositions singulières.

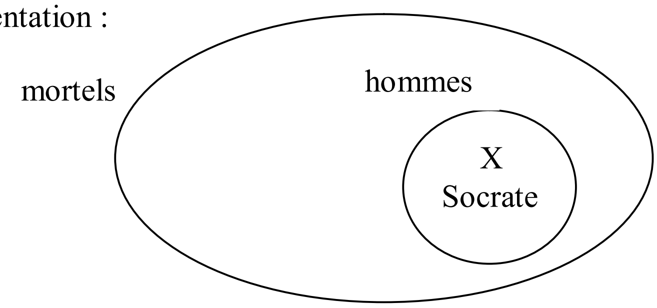
On peut schématiser les rapports entre les différentes propositions dans le *carré logique* suivant :



Le ***syllogisme***, objet central de la logique d'Aristote, est un ensemble de 3 propositions, la dernière (ou conclusion) étant déduite des deux premières (la majeure et la mineure). On peut représenter un syllogisme par des cercles emboîtés. Il existe différents types de syllogismes. Exemple :

Majeure		Tous les hommes sont mortels		Tout B est C
Mineure		Socrate est un homme		A est B
Conclusion	donc	Socrate est mortel	donc	A est C

Représentation :



La logique vise à débusquer les erreurs de raisonnement, qu'elles soient volontaires (on parle alors de *sophismes*, en référence aux sophistes qui essayaient d'embrouiller leur interlocuteur par des raisonnements complexes) ou involontaires (on parle alors de *paralogismes*, du grec *para* qui signifie contre : parapluie, parachute, paratonnerre, paradoxe). Saurez-vous débusquer les erreurs des paralogismes suivants ?

> Tout ce qui est rare est cher.
> Un cheval bon marché, c'est rare.
> Donc un cheval bon marché, c'est cher.
>
> Le saucisson donne soif. La soif fait boire. Boire désaltère. Donc le saucisson désaltère.
>
> Si j'enlève un grain de sable d'un tas de sable, j'ai encore un tas de sable.
> Donc, par récurrence, un grain de sable est un tas de sable.

Il y a un paradoxe beaucoup plus difficile à résoudre : le paradoxe du menteur. Il est tout simple : quelle est la valeur de vérité de la proposition « Je mens » ? Si elle est vraie, je mens, donc elle est fausse. Mais si elle est fausse, je ne mens pas, donc ce que dis est vrai, donc elle est vraie ! Bref, cette phrase ne peut être ni vraie ni fausse. Autre version du même paradoxe :

> La phrase suivante est vraie.
> La phrase précédente est fausse.

Si la première phrase est vraie, la seconde est vraie donc la première est fausse : contradiction. Mais si la première phrase est fausse, la seconde est fausse donc la première phrase est vraie : nouvelle contradiction. Donc ces phrases ne peuvent être ni vraies ni fausses. Ce cas illustre la circularité ou (autoréférence) encore plus clairement que le paradoxe du menteur.

Quand le logicien grec Eubulide a découvert ce paradoxe, il s'est suicidé. Un tel « fanatisme logique » peut nous étonner. Mais il faut bien voir que si la logique était véritablement paradoxale, ce serait absolument terrible, car toute rationalité, et donc toute pensée et toute science, seraient impossible. Heureusement, le paradoxe du menteur (et les autres paradoxes semblables, qui reposent tous sur une forme de circularité) ne remettent pas en cause la validité de la logique en général. D'ailleurs le paradoxe du menteur ne remet en cause que le principe du tiers exclu.

b. Gottlob Frege

La logique aristotélicienne a eu cours, sans amélioration significative, pendant plusieurs siècles. Ce n'est qu'au XIXe siècle qu'elle se voit profondément rénovée par le logicien allemand Gottlob Frege.

Frege supprime la copule car il analyse le prédicat comme une fonction (exactement comme une fonction mathématique). Ainsi, au lieu d'écrire « Socrate est mortel », Frege écrit M(S) = V (M(S) est vrai), ou plus simplement M(S) : la mortalité est une fonction dont la valeur « en » Socrate est « Vrai », tout comme x^2 est une fonction dont la valeur en 2 est 4. Le concept est donc une fonction qui n'associe pas un nombre à un nombre (comme la plupart des fonctions mathématiques que vous connaissez), mais une valeur de vérité (vrai ou faux) à un objet. A partir de cette découverte, Frege a pu construire un langage logique formel, une langue parfaite exprimant la pensée sans ambiguïté et permettant de penser mécaniquement (en manipulant les symboles sans se préoccuper de leur sens[1]), réalisant ainsi le rêve de Leibniz.

Cette « mathématisation » de la logique a rendu possible l'informatique, c'est-à-dire la mécanisation de la pensée : les signaux électriques, correspondants à des bits – l'absence de courant se traduit par la valeur 0, ou « faux », la présence d'un courant par la valeur 1, ou « vrai » – permettent de coder les deux valeurs des fonctions logiques. Les *portes logiques* sont des montages simples qui reproduisent les opérateurs logiques de base. Par exemple, le « et » logique correspond à un montage en série, et le « ou » à un montage en parallèle : dans le premier cas le courant ne passe que si l'interrupteur 1 *et* l'interrupteur 2 sont fermés, dans le second cas le courant passe si l'interrupteur 1 *ou* l'interrupteur 2 est fermé.

Frege établit également la logique des relations : il remarque que certains prédicats apparents sont en fait des relations. Par exemple, la proposition « Pierre est amoureux de Sophie » s'analyse mieux comme une relation – que l'on peut écrire A(P,S) – que comme une attribution de prédicat – que l'on écrirait A(P), et où A désignerait la propriété complexe « être amoureux de Sophie ». Cette nouvelle fonction enrichit et simplifie considérablement le calcul de la vérité de certaines propositions complexes.

c. Le formalisme logique

La logique des propositions peut être formalisée en introduisant des signes qui représentent les opérations primitives : et, ou, non, etc. On peut ensuite établir des théorèmes et réaliser des calculs logiques.

Langage naturel	Ecriture logique
propositions	p, q
et	$\circ$
ou	v
non	$\neg$
implique	$\Rightarrow$
équivalent	$\Leftrightarrow$
p et q	$p \circ q$
p ou q	p v q
non p	$\neg$ p
p est vraie ou q est fausse	p v $\neg$ q
p implique q	$p \Rightarrow q$

[1] L'exemple des nombres complexes en mathématiques offre un autre exemple frappant de l'efficacité des signes indépendamment de leur signification. Cf. annexe sur les nombres complexes.

On peut aussi établir les *tables de vérités* de chaque fonction logique, qui donnent la vérité d'une proposition complexe en fonction de la vérité de ses composantes. Voici la table de la fonction *ou* et celle de la fonction *et* :

p	q	p v q
V	V	**V**
V	F	**V**
F	V	**V**
F	F	**F**

p	q	p ° q
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**F**
F	F	**F**

Pour que la proposition complexe « p et q » soit vraie, il faut que les propositions p et q soient toutes deux vraies. Si je prétends avoir une pomme *et* une banane dans mon pique-nique, il faut que les deux propositions soient vraies pour que je dise la vérité. Alors que si j'affirme avoir une pomme *ou* une banane, il suffit que l'une ou l'autre soit vraie pour que l'ensemble soit vrai. On peut construire ainsi les tables de vérité de toutes les fonctions logiques. L'intérêt est que l'on peut obtenir des équivalences : ainsi, dire que p implique q revient à dire que si p est vraie, q est vraie, donc que ou bien p est fausse, ou bien q est vraie. Ce qu'on peut écrire ainsi : $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg\ p \vee q)$. On le vérifie en constant que les tables de vérité des deux fonctions sont bien les mêmes :

p	q	¬ p	¬ p v q
V	V	F	**V**
V	F	F	**F**
F	V	V	**V**
F	F	V	**V**

p	q	p ⇒ q
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**V**
F	F	**V**

D'ailleurs on peut ajouter que $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg\ p \vee q) \Leftrightarrow (\neg\ q \Rightarrow \neg\ p)$: dire que p implique q revient à dire que non q implique non p. Par exemple, si étudier implique logiquement d'obtenir le bac, alors échouer au bac implique logiquement que l'on n'a pas étudié.

2. Vérité et validité

Revenons sur la distinction entre validité et vérité. Le syllogisme *Tous les hommes sont mortels, or Socrate est un homme, donc Socrate est mortel* est un raisonnement valide : c'est-à-dire que si les prémisses sont vraies, alors la conclusion et vraie. La validité ne dépend pas de la vérité des prémisses, elle dépend seulement de la forme du syllogisme : c'est une propriété purement *formelle* du raisonnement. Ainsi, tout raisonnement de la forme *A est B et B est C donc A est C* est valide. Par exemple, le syllogisme suivant est valide :

> Tous les oiseaux sont des pingouins.
> Nicolas Sarkozy est un oiseau.
> Donc Nicolas Sarkozy est un pingouin.

Ce raisonnement est parfaitement valide : si les prémisses étaient vraies, la conclusion serait vraie. Mais comme les prémisses sont fausses la conclusion est fausse. La vérité de la conclusion dépend donc à la fois de la *vérité* des prémisses et de la *validité* du raisonnement.

La logique n'étudie pas la vérité des prémisses, qui relève des autres sciences. La logique étudie seulement la validité des raisonnements. Mais comment établir cette validité ? Comment démontrer qu'un raisonnement est valide ?

3. Les limites de la démonstration

Nous sommes ici face à un véritable paradoxe. En effet, toute démonstration part de certaines propositions (les prémisses) pour aboutir à une conclusion. Pour démontrer ces prémisses, il faudrait donc faire appel à d'autres prémisses, qui devraient être à leur tour démontrées à partir d'autres prémisses : nous sommes face à une régression à l'infini. Nous devons donc reconnaître l'impossibilité de tout démontrer. Il faut admettre des *premiers principes* qui ne peuvent pas être démontrés car ils sont au fondement de toute démonstration. Or les *principes logiques* sont justement ces premiers principes. Par conséquent, ***on ne peut absolument pas démontrer les principes logiques***.

Voilà un paradoxe étonnant ! La logique, science de la démonstration, est elle-même indémontrable ! Quel échec retentissant ! En vérité, ce n'est pas un échec. Cela montre que la démonstration est, par définition, limitée. Contrairement aux apparences, la démonstration ne nous donne pas la vérité, elle ne nous donne que la validité, la rigueur du raisonnement, la cohérence. Toute démonstration repose sur des principes qui doivent être acceptés, bien qu'ils soient indémontrables.

Mais alors qu'est-ce qui nous prouve la vérité de ces premiers principes, si ce ne peut être une démonstration ? Cette question est capitale, car la validité de tous nos raisonnements et donc la vérité de toutes nos conclusions dépend de la vérité de ces premiers principes. Aristote, qui reconnaissait déjà les limites de la démonstration (ou *science*) a parlé d'***intuition*** et d'*induction* pour désigner cette faculté qui permet de connaître les premiers principes :

> C'est nécessairement l'induction qui nous fait connaître les principes, car c'est de cette façon que la sensation elle-même produit en nous l'universel. Quant aux *habitus* de l'entendement par lesquels nous saisissons la vérité, puisque les uns sont toujours vrais et que les autres sont susceptibles d'erreur, comme l'opinion, par exemple, et le raisonnement, la science et l'intuition étant au contraire toujours vraies ; que, d'autre part, à l'exception de l'intuition, aucun genre de connaissance n'est plus exact que la science, tandis que les principes sont plus connaissables que les démonstrations, et que toute science s'accompagne de raisonnement : il en résulte que **des principes il n'y aura pas science**. Et puisque, à l'exception de l'intuition, aucun genre de connaissance ne peut être plus vrai que la science, c'est une intuition qui appréhendera les principes. (…) Si donc nous ne possédons en dehors de la science aucun genre de connaissance vraie, il reste que c'est l'intuition qui sera principe de la science. Et l'intuition est au principe du principe lui-même, et la science tout entière se comporte à l'égard de l'ensemble des choses comme l'intuition à l'égard du principe.
>
> Aristote, *Seconds analytiques*, II, 19

4. Les « premiers principes », ou principes logiques

De quoi s'agit-il ? Pour le savoir, il faut d'abord savoir quels sont ces fameux premiers principes logiques au fondement de toute démonstration. Ils sont au nombre de trois.

(1) Le ***principe d'identité*** affirme que toute chose est identique à elle-même. ($A = A$)

(2) Le ***principe de contradiction*** pose qu'on ne peut pas affirmer à la fois une chose et son contraire : « il est impossible que le même attribut appartienne et n'appartienne pas en même temps au même sujet et sous le même rapport »[2]. En langage logique : $\neg(A \circ \neg A)$.

(3) Le ***principe du tiers exclu*** pose que toute proposition est vraie ou fausse. Il n'y a pas de troisième possibilité. ($A \vee \neg A$)

Ces trois principes nous semblent absolument évidents. C'est précisément pour cette raison que nous sommes incapables de les démontrer : car toute chose par lesquels on tenterait de les expliquer serait moins évidente qu'eux. Les choses les plus évidentes ne peuvent être démontrées, car démontrer c'est ramener une idée à des idées plus évidentes.

---

[2] Aristote, *Métaphysique*, IV.

5. L'intuition, principe des principes

On peut tout de même avancer des arguments en faveur de ces principes. Aristote en propose trois principaux, qui nous permettent de comprendre ce qu'il veut dire par *intuition* (il ne s'agit en aucun cas de l'intuition féminine !).

Premier argument : ces principes sont la condition de toute pensée. Sans eux on ne peut rien dire ni penser. Si quand je dis ou pense une chose, je dis ou pense aussi son contraire, ce que je dis ou pense n'a aucun sens. Nous pouvons ainsi comprendre que ces principes sont la condition du sens et de la pensée. Nous explorons, de l'intérieur, les limites de la pensée en « voyant » que ce qui est de l'autre côté n'est pas pensable. Nous « voyons » bien que si nous ne respectons pas le principe de contradiction nous ne pouvons pas penser du tout.

Le deuxième argument, lié au premier, est que même ceux qui prétendent rejeter ces principes les acceptent en réalité, comme le prouve leur comportement. Car celui qui penserait véritablement que le poison, par exemple, est à la fois mortel et n'est pas mortel, celui-là ne survivrait pas longtemps. Il y a un lien étroit entre pensée et comportement. Quand on doute de la sincérité d'un homme, on fera bien de se fier à ses actes plutôt qu'à ses paroles. Le comportement des hommes nous prouve que le principe de contradiction est la condition de la pensée : on peut le rejeter par nos mots, mais pas par nos actes. On pourrait même dire qu'il est la condition de la vie.

Enfin, on peut aussi considérer que ces principes sont obtenus par *induction*, c'est-à-dire qu'ils sont le résultat de nos observations du monde, dont ils résument les traits les plus généraux. Dans toute science en effet, on observe que les choses sont identiques à elles-mêmes, etc. Ce dernier argument est ambigu car il part du principe que les principes logiques portent sur le monde dont ils expriment les traits les plus généraux, ce qui est contradictoire avec l'idée qu'ils ne concernent que la pensée dont ils indiquent l'exigence de cohérence interne.

6. La logique ne dit rien sur le monde

Il serait d'ailleurs tout à fait paradoxal que ces principes portent sur le monde, car leur connaissance semble innée : nous savons a priori (c'est-à-dire avant toute expérience) que toute chose est identique à elle-même, qu'un homme ne peut pas être à la fois mortel et immortel, etc. Si ces principes sont innés, c'est donc qu'ils ne disent rien. Dire que A = A, c'est ne rien dire du tout, c'est se contenter de poser les conditions de la pensée. C'est une répétition, une redondance, une ***tautologie***.

Ainsi pour Wittgenstein, les lois logiques sont *vides de sens*, au sens où elles ne nous apprennent rien sur le monde : ce sont des tautologies. Les propositions mal formées (du type : « 4 est rouge » ou « le ciel est ou » ou même « Xyszwt ») sont *dénuées de sens* (*unsinning*). Les propositions bien formées sont ou bien des propositions qui portent sur le monde (du type « A = B » ou « le ciel est bleu ») et qui peuvent être vraies ou fausses, ou bien des propositions *vides de sens* (*sinnlos*), c'est-à-dire des lois logiques, des tautologies.

<table>
<tr><td colspan="3">propositions</td></tr>
<tr><td rowspan="2">mal formées
dénuées de sens
(unsinning)</td><td colspan="2">bien formées</td></tr>
<tr><td>vides de sens
(sinnlos)
tautologies
lois logiques</td><td>propositions
atomiques
vraies ou fausses</td></tr>
<tr><td>« 4 est rouge », « le ciel est ou »,
« Xyszwt »</td><td>« A = A », « si A est B et B est C alors A est C »</td><td>« A = B »,
« le ciel est bleu »</td></tr>
</table>

C'est pour cela que les lois logiques sont toujours vraies et incontestables : car elles ne disent *rien*. Comment nier *rien* ? Comment dire que celui qui ne dit rien se trompe ? Ce sont des jugements *analytiques* (ils analysent un concept) et non des jugements *synthétiques* (qui, reliant un concept à un autre, apportent une connaissance). Dire que le mètre-étalon (la barre métallique conservée à Paris et qui définit le mètre) mesure un mètre, c'est énoncer un jugement analytique, qui est vrai a priori, par définition. C'est un jugement logique. En revanche, dire que tout autre objet mesure un mètre, c'est énoncer un jugement synthétique dont la vérité doit se vérifier a posteriori (par une expérience), et dont la vérité n'est pas nécessaire mais contingente.

Jugements analytiques	Jugements synthétiques
« A = A » « Le mètre-étalon mesure un mètre »	« A = B » « Ma règle mesure un mètre »
vérité nécessaire	vérité contingente (vrai ou faux)
vrai a priori	vrai (ou faux) a posteriori
vrai par définition	vrai par expérience
jugement sur le langage (porte sur les mots : définit le sens du mot « mètre »)	jugement sur le monde (porte sur les objets : établit une relation physique entre deux corps)

7. La valeur de la logique

Mais si la logique ne nous apprend rien sur le monde, à quoi sert-elle ? Elle sert à clarifier la pensée et à éviter de tomber dans des erreurs de raisonnement. Cela peut sembler peu de choses, mais en vérité la logique a apporté des clarifications importantes, notamment dans les questions philosophiques. Wittgenstein a même pensé que *tous* les problèmes philosophiques étaient des problèmes mal posés, des problèmes de langage et de logique, et que la logique allait les faire disparaître. Ou, pour le dire autrement, que la philosophie ne dit rien du monde mais ne vise qu'à dissiper des malentendus.

L'idée de Wittgenstein est que le langage est en isomorphisme avec le monde : il y a une analogie de forme entre la proposition (« le chat est sur le tapis ») et un fait du monde (le fait que le chat sur le tapis) : à chaque fois, en effet, la proposition exprime des relations logiques entres des objets du monde, c'est-à-dire des états de choses.

Par conséquent, il n'y a pas d'énigme : toute question bien posée peut aussi recevoir une réponse, car elle correspond à un fait du monde et à une certaine expérience. Si les problèmes philosophiques sont insolubles, c'est donc qu'ils sont mal posés. En ramenant toute vérité à une expérience possible (c'est aussi la grande idée de Peirce), le positivisme logique exclut les questions métaphysiques insolubles, qui sont désormais considérées comme dénuées de sens.

Concrètement, un argument philosophique comme l'argument ontologique qui croit pouvoir prouver l'existence de Dieu par un raisonnement purement logique est réfuté par l'analyse logique, qui montre que la logique ne dit rien du monde et que l'existence n'est pas une propriété.

Les positivistes logiques allèrent jusqu'à dire que les métaphysiciens parlaient dans le vide, que confondant vivre et connaître, ils étaient en quelque sorte de mauvais poètes, des musiciens sans don musical. Montaigne disait déjà que toute la philosophie n'est qu'une « poésie sophistiquée ».

B. Les mathématiques

On peut admettre que les principes logiques sont innés car ils ne font que poser une exigence de cohérence interne à la pensée qui est la condition du sens. Les mathématiques aussi paraissent évidentes et innées, et pourtant elles semblent bien nous délivrer une connaissance du monde (espace, quantités). Cela est problématique : à moins de supposer qu'un dieu ait mis en nous ces « semences de vérité » (Descartes), comment expliquer la conformité des mathématiques, c'est-à-dire de notre esprit, au monde ? Pour répondre à cette question nous allons commencer par une présentation des mathématiques afin de mieux comprendre, comme pour la logique, de quoi il retourne.

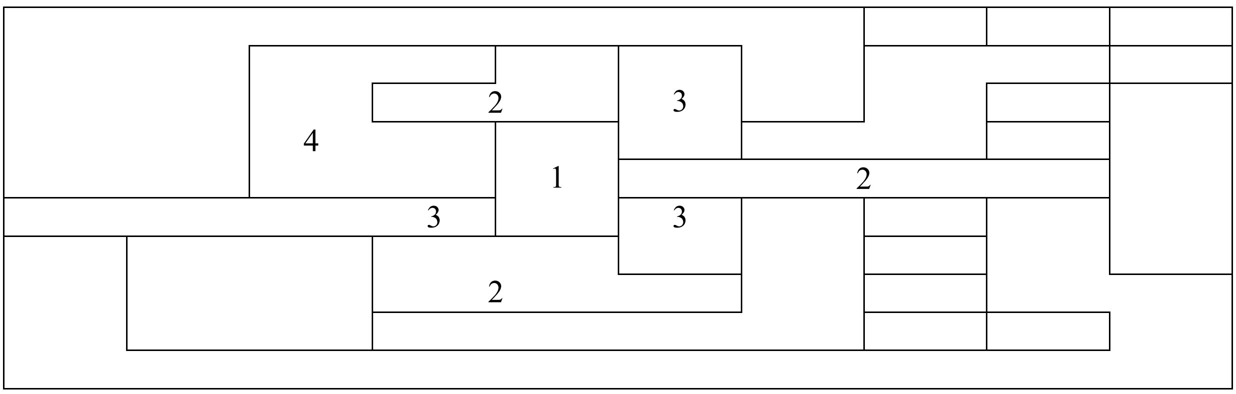
1. Présentation

Les mathématiques ont un statut extrêmement prestigieux parmi les sciences. Elles sont au fondement du développement de la raison humaine, et en particulier de la philosophie grecque. En effet, depuis Thalès, Pythagore et Euclide, les mathématiques ont constitué le modèle de toute science et ont considérablement inspiré la philosophie. Par exemple, l'idéalisme platonicien que nous avons vu avec l'allégorie de la caverne est fortement inspiré des mathématiques, qui nous révèlent l'existence d'être idéaux et éternels (points, droites, triangles, cercles) qui transcendent les êtres physiques soumis au temps et au devenir (traits tracés au tableau, bulles de savon, etc.).

A quoi est dû un tel prestige ? Sans doute d'abord au succès des mathématiques, qui a permis aux hommes d'agir avec succès sur le monde. Aujourd'hui encore, n'importe quel pont, n'importe quel ouvrage d'ingénieur repose sur la vérité des mathématiques. Mais leur prestige est sans doute aussi dû à leur grande rigueur, qui en fait un modèle de raisonnement et de scientificité. Tout, dans une démonstration mathématique, est clairement défini et démontré, rien n'est laissé au hasard. Enfin, tout ou presque.

Avant de nous lancer dans l'analyse de la vérité des mathématiques, soulignons la grande variété de leur objet. On dit souvent que les mathématiques sont les sciences de la *quantité* (arithmétique). Mais il faut au moins ajouter à cela l'espace (géométrie). Et il faut bien voir la richesse et la diversité des mathématiques, qui les apparente parfois à une théorie si générale qu'elle confine à la simple logique. D'ailleurs mathématiques et logique sont étroitement liées. Je donnerai ici deux exemples de théories mathématiques exotiques qui donnent une idée de leur diversité.

(1) La théorie des quatre couleurs. Cette théorie affirme qu'il suffit de quatre couleurs pour pouvoir colorier toute carte (c'est-à-dire tout plan découpé en territoires par des lignes quelconques) sans que deux territoires ne soient jamais de la même couleur. Voici un exemple illustratif :



On commence par colorier le carré central avec la couleur 1. La surface au-dessus ne peut pas être coloriée avec la même couleur : il faut donc une deuxième couleur, 2. Le carré à droite ne peut être colorié ni avec la couleur 1, ni avec la couleur 2, car il les touche toutes deux. On doit donc utiliser une nouvelle couleur de notre palette, 3. La surface au-dessous de ce carré touche 1 et 3, mais pas 2. On peut donc réutiliser 2 pour la colorier, afin de ne pas introduire inutilement une nouvelle couleur. La surface au-dessous touche 1 et 2, on peut donc réutiliser 3. En continuant à tourner, on utilise encore 2, puis 3. Mais la dernière surface touche à la fois 1, 2 et 3. Il faut donc une quatrième couleur, 4. Vous pouvez vérifier que toute la carte, et n'importe quelle autre, peut être coloriée avec seulement quatre couleurs. La théorie des quatre couleurs démontre ce résultat mathématiquement.

(2) La théorie des nœuds. Cette théorie porte sur tout anneau de ficelle, aussi embrouillé qu'on veut. Elle établit des opérations possibles sur les nœuds qui sont exactement analogues aux opérations que l'on peut faire sur les nombres. Nous l'évoquerons plus précisément plus loin.

Remarquons toutefois que ces deux théories, aussi diverses soient-elles, sont toutes deux liées à l'espace. Il n'est donc pas faux de dire que les mathématiques traitent de nombres et d'espace. Mais d'autres exemples[3], que nous verrons par la suite, montreront que les mathématiques sont parfois beaucoup plus générales, et peuvent traiter d'objets parfaitement indéterminés.

Voici, pour terminer, deux exemples de raisonnements mathématiques pour vous convaincre de leur utilité et de leur puissance. Premier exemple : on veut créer une feuille de papier rectangulaire telle que, si on la plie en deux, on obtient un nouveau rectangle ayant exactement la même proportion. Comment faire ? Ce genre de problème montre la puissance des mathématiques. Car on peut trouver le résultat par tâtonnement, en multipliant les essais et erreurs ; mais les mathématiques nous donnent une méthode pour trouver le résultat exact du premier coup. En effet, on veut un rectangle de petit côté a et de grand côté b tels que $a/(b/2) = b/a$. Résolvons cette équation : $a/(b/2) = b/a \Leftrightarrow 2a/b = b/a \Leftrightarrow 2a^2 = b^2$. Pour $a = 1$, on a donc $b^2 = 2$, soit $b = \sqrt{2}$. Cette proportion, découverte par Léonard de Vinci, est celle de nos feuilles de format A4.

Un autre raisonnement mathématique célèbre, qui en illustre la puissance, est celui d'Euclide visant à démontrer qu'il existe une infinité de nombres premiers. Cela semble particulièrement difficile, car il faut démontrer l'existence d'une infinité d'éléments. Mais on y parvient en renversant le problème et en démontrant qu'il *ne peut pas* en exister un nombre fini.

> Supposons qu'il existe un nombre fini de nombres premiers. Appelons P le plus grand nombre premier. Soit le nombre $1 \times 2 \times 3 \ldots \times (P-1) \times P + 1$. Appelons-le N. N est supérieur à P. N n'est pas divisible par 2, car le reste de sa division par 2 est 1. (En effet, $N = 2 \times (3 \times 4 \times 5 \ldots \times (P-1) \times P) + 1$.) De même, ce nombre n'est divisible par aucun nombre inférieur ou égal à P. Or tout entier naturel autre que 0 et 1 est soit un nombre premier, soit un produit de facteurs premiers. Si N est premier, alors P n'est pas le plus grand nombre premier, ce qui est contradictoire avec l'hypothèse de départ. Mais si N n'est pas premier, il doit être un produit de facteurs premiers, et comme il n'est divisible par aucun nombre inférieur ou égal à P, il doit donc être divisible par un nombre premier plus grand que P, donc P n'est pas le plus grand nombre premier. Là aussi nous aboutissons à une contradiction. Puisque l'hypothèse « P est le plus grand nombre premier » nous mène nécessairement à une contradiction, nous devons rejeter cette hypothèse. Il existe donc une infinité de nombres premiers.

Cette méthode qui consiste à supposer le contraire de ce qu'on veut démontrer pour aboutir à une contradiction (une absurdité) est appelée un raisonnement par l'absurde. Notons qu'elle repose sur le principe du tiers exclu, car on suppose que si A n'est pas faux (ici, A = « il existe une infinité de nombres premiers »), alors A est vrai. Ce principe a été contesté, et la possibilité de construire des systèmes cohérents qui admettent une troisième valeur de vérité (la valeur « indécidable ») montrent que le principe du tiers exclu est moins fondamental que

[3] Par exemple la théorie des groupes.

le principe d'identité et le principe de contradiction. Nous voyons ici que les mathématiques, comme toute science et toute pensée, reposent sur les principes logiques.

2. Quel est le fondement des mathématiques ?

Mais les mathématiques ne se réduisent pas à la logique : en plus des principes logiques, elles reposent sur des principes proprement mathématiques. La question fondamentale qui se pose est de savoir d'où vient la vérité de ces principes mathématiques. Sur quoi repose une démonstration mathématique ?

Platon, dans le *Ménon*, montre qu'un simple esclave ignorant, répondant aux questions de Socrate, parvient à effectuer une démonstration mathématique (il s'agit de construire un carré dont la surface soit le double d'un carré donné). Il en conclut que les principes mathématiques sont innés en nous : nous ne les apprenons pas, nous les redécouvrons par ***réminiscence***. Il en va d'ailleurs ainsi, conclut Platon, pour toute connaissance : apprendre, c'est se souvenir de ce que l'on savait déjà. Ces réminiscences sont le signe que notre âme est immortelle : avant d'entrer dans notre corps elle devait être dans un monde idéal où elle appréhendait directement la vérité.

Cette vision des choses, outre son caractère peu convaincant, ne nous dit pas ce qu'est à proprement parler la spécificité des mathématiques sur la logique. Considérons un raisonnement mathématique, par exemple celui qui établit que la somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. Pour démontrer cela on peut tracer une parallèle à un côté d'un triangle qui passe par le sommet opposé. Par symétrie (sur les angles alternes internes), on remarque alors que la somme des angles vaut 180 degrés. Il est clair que dans ce cas il ne s'agit pas d'une simple tautologie, mais que nous avons découvert une véritable connaissance sur l'espace : d'où vient-elle, alors que nous avons l'impression que nous n'avons rien supposé, sinon des choses parfaitement évidentes et innées ?

En première analyse, on peut dire que ce raisonnement repose sur une intuition de l'espace. C'est cette intuition qui nous permet de « voir » une symétrie, par exemple. De même, l'arithmétique reposerait sur une intuition des nombres. A chaque fois, on remonte à des notions si évidentes qu'on ne peut les démontrer et qu'elles nous semblent indubitables. Mais peut-on véritablement tenir ces idées intuitives pour des « semences de vérité » mises en nous par Dieu (Descartes), pour des évidences indubitables (Pascal), bref pour des ***jugements synthétiques a priori*** (Kant), c'est-à-dire une connaissance innée du monde ?

Kant pense pouvoir prouver que l'intuition de l'espace et du temps[4] n'est pas a posteriori (issue de l'expérience) mais qu'au contraire elle est la condition de toute expérience : car sans la notion d'espace (et de causalité) je n'aurais même pas l'idée de choses indépendantes de moi, donc je n'aurais pas d'« expérience ». C'est sur la base de raisonnements de ce genre que Kant nous demande d'admettre l'idée que les connaissances mathématiques sont des *jugements synthétiques a priori*.

Pascal tire de ces limites de la démonstration l'idée que « le cœur a ses raisons, que la raison ne connaît point »[5], qu'« il n'y a rien de si conforme à la raison que ce désaveu de la raison »[6] et même que Dieu existe, car nous le connaissons par le « cœur », le « sentiment ». Bref, il voit surtout dans ces limites une humiliation de la raison :

> Nous connaissons la vérité, non seulement par la raison, mais encore par le cœur ; c'est de cette dernière sorte que nous connaissons les premiers principes, et c'est en vain que le raisonnement qui n'y a point de part essaye de les combattre. Les pyrrhoniens qui n'ont que

[4] NB : pour Kant l'intuition du nombre repose sur l'intuition du temps, car elle repose sur le fait de compter, opération mentale temporelle.

[5] Pascal, *Pensées*, éd. Brunschvicg, § 277.

[6] *Id.*, § 272.

> cela pour objet, y travaillent inutilement. Nous savons que nous ne rêvons point ; quelque impuissance où nous soyons de le prouver par raison, cette impuissance ne conclut autre chose que la faiblesse de notre raison, mais non point l'incertitude de toutes nos connaissances, comme ils le prétendent. Car la connaissance des premiers principes, comme qu'il y a espace, temps, mouvement, nombres, est aussi ferme qu'aucune de celles que nos raisonnements nous donnent. Et c'est sur ces connaissances du cœur et de l'instinct qu'il faut que la raison s'appuie, et qu'elle y fonde tout son discours. Le cœur sent qu'il y a trois dimensions dans l'espace et que les nombres sont infinis ; et la raison démontre ensuite qu'il n'y a point deux nombres carrés dont l'un soit le double de l'autre. Les principes se sentent, les propositions se concluent ; et le tout avec certitude, quoique par différentes voies. Et il est aussi ridicule et inutile que la raison demande au cœur des preuves de ses premiers principes, pour vouloir y consentir, qu'il serait ridicule que le cœur demandât à la raison un sentiment de toutes les propositions qu'elle démontre, pour vouloir les recevoir.
>
> Cette impuissance ne doit donc servir qu'à humilier la raison, qui voudrait juger de tout, mais non pas à combattre notre certitude, comme s'il n'y avait que la raison capable de nous instruire.
>
> Pascal, *Pensées*, éd. Brunschvicg, § 282

Il est bien entendu que la raison – ou plus précisément, la démonstration – a des limites infranchissable et que la vérité des démonstrations dépend tout entière d'autre chose que de la démonstration. Mais peut-on accepter pour autant sans autre forme de procès le « sentiment » comme critère ultime de toute vérité ? Sans doute que non, et les mathématiques elles-mêmes nous donnent une preuve éclatante de cet échec du « cœur », qui n'est pas moindre que celui de la « raison ».

3. La crise de la représentation

Reprenons notre raisonnement démontrant que la sommes des trois angles d'un triangle vaut 180 degrés. Nous nous sommes appuyés uniquement sur des choses « évidentes », sur des vérités du « cœur ». Parmi elles, il y avait l'idée que par le sommet du triangle il passe une unique parallèle au côté opposé. Cette idée était si évidente que nous nous sommes à peine aperçus que nous la supposions. C'est pourtant là un principe mathématique indémontrable.

Ce principe était bien connu des géomètres, depuis Euclide qui en avait fait le cinquième postulat de son système. Un *postulat* est une « demande », c'est-à-dire un principe que l'on pose au départ et que l'on demande au lecteur d'accepter, bien qu'il n'ait pas l'évidence d'un axiome. Ainsi, au fondement de la géométrie euclidienne on trouve 23 définitions (ex : le point est ce qui n'a pas de partie ; la droite est le plus court chemin d'un point à un autre, etc.), 10 axiomes ou notions communes (ex : deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles ; le tout est plus grand que la partie) et 5 postulats, dont ce fameux cinquième postulat (une droite et un point étant donnés, il passe par le point une unique parallèle à la droite). Ce cinquième postulat était très célèbre, car il n'avait pas l'évidence des autres, et on pensait qu'il était possible de le démontrer. Les savants alexandrins, arabes et européens s'y essayèrent pendant plus de vingt siècles, sans succès. Au XIX^{e} siècle, le mathématicien Lobatchevski décida de procéder par l'absurde : il supposa que le cinquième postulat était faux, et en tira les conséquences logiques dans l'espoir de parvenir à une contradiction. Surprise, au lieu de parvenir à une contradiction il élabora un système parfaitement cohérent, créant ainsi la première ***géométrie non-euclidienne***, dans laquelle par un point il passe *plusieurs* parallèles à une droite donnée, et la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180 degrés. Quelques années plus tard, Riemann supposa que par un point il ne passe *aucune* parallèle à une droite donnée, et il aboutit lui aussi à une géométrie cohérente.

Ce fut un véritable coup de tonnerre dans le ciel des mathématiques : si d'autres géométries que la géométrie euclidienne sont possibles, qu'est-ce qui prouve la vérité de celle-ci ? Ce ne peut pas être en tout cas la simple cohérence logique. C'est ainsi que commença la *crise du fondement des mathématiques*, qui n'est qu'une composante de la vaste ***crise de la représentation*** qui se produit au tournant du XIX^e siècle et qui touche aussi bien la peinture (avec l'invention de la photographie et l'essor de l'art non figuratif), la musique (avec la création du système atonal par Schönberg à Vienne), la physique (avec la relativité d'Einstein), la philosophie (avec l'apparition de l'inconscient et de la psychanalyse), le langage (avec la linguistique de Saussure), et même la logique elle-même (avec la découverte du paradoxe des classes par Russell en 1902) que les mathématiques proprement dites.

La crise du fondement des mathématiques redoubla d'ailleurs quand il fut établi par Einstein que la géométrie de notre monde n'est pas euclidienne mais riemannienne. L'espace de l'univers ne serait pas « plat », mais « sphérique ».

> Pour comprendre à quoi ressemble une géométrie non euclidienne, imaginons une sphère. Une droite est un cercle dont le rayon est celui de la sphère (ex : l'équateur pour la Terre). Un point étant donné, la droit passant par ce point passe donc par l'antipode de ce point : toute droite passant par le pôle Nord passe par le pôle Sud.
>
> Supposons une droite (par exemple l'équateur) et un point donnés. Par ce point il ne passe *aucune* parallèle à la droite. En effet, si le point est dans l'hémisphère nord, son antipode est dans l'hémisphère sud, et vice versa : par conséquent dans les deux cas la droite qui passe par ce point coupe nécessairement l'équateur (pour rejoindre l'antipode qui est dans l'autre hémisphère). Elle le coupe même deux fois. Dans cette géométrie, la somme des angles d'un triangle est supérieure à 180 degrés et le périmètre d'un cercle inférieur à $2\pi r$.
>
> La sphère nous donne l'image d'un espace de Riemann à deux dimensions. Pour imaginer, ou au moins concevoir, ce qu'est un espace sphérique à trois dimensions, on peut utiliser cette analogie de la sphère. Sur Terre, si on part dans n'importe quelle direction, on fait le tour de la Terre et on revient à son point de départ. De même, dans un espace sphérique à trois dimensions, il faut imaginer que si on part dans n'importe quelle direction (à gauche, à droite, en haut, en bas, en avant, en arrière, etc.), on finit par revenir à son point de départ par la direction opposée.
>
> Autre expérience : sur une sphère, si on trace un cercle autour de soi, puis qu'on augmente son rayon, ce cercle grandit d'abord, puis il atteint le diamètre de la sphère, puis il diminue et finit par se réduire en un point, le point à l'antipode du point où l'on se trouve. Dans notre espace, cela signifie que si on imagine une sphère autour de soi et qu'on augmente le rayon de cette sphère (un ballon de baudruche qu'on gonflerait de plus en plus), cette sphère va grossir, jusqu'au moment où elle atteindra le « diamètre » de l'univers ; alors elle commencera à se rétrécir, sa paroi extérieure deviendra sa paroi intérieure, et elle finira par se refermer sur le point antipode.
>
> Autre image pour comprendre la même chose : les droites qui partent d'un point, par exemple les rayons du soleil, sont comme les méridiens qui partent du pôle Nord : ils s'éloignent d'abord les uns des autres, puis s'infléchissent et se rapprochent, et finissent par converger au point antipode.
>
> Retenons de tout cela au moins cette idée toute simple : illimité ne veut pas dire infini. Une sphère est un espace à deux dimensions illimité (en se déplaçant sur cette surface on ne rencontre jamais aucune limite, ni trou ni mur), mais fini. (Cf. annexe pour quelques compléments et paradoxes liés à l'infini et à sa mathématisation par Cantor, ainsi que sur la relativité d'Einstein.)

Avec cette découverte fracassante, il devint évident que les intuitions mathématiques ne sont pas des « semences de vérité » ni des « jugements synthétiques a priori » car elles peuvent tout à fait se révéler fausses. On peut penser au contraire que ces intuitions, loin d'être innées et a priori, sont a posteriori, elles proviennent de l'expérience. Par exemple, notre intuition de l'espace à trois dimensions est issue de notre expérience du mouvement dans le monde. On obtient l'idée d'espace à partir de la possibilité du mouvement, par abstraction.

Ainsi, aux arguments de Kant on peut répondre que c'est par l'expérience que se fait l'apprentissage de la distinction entre le moi et le monde (Freud), ainsi que l'acquisition des intuitions mathématiques (Piaget). Puisque cette intuition vient de l'expérience, il ne s'agit de rien de transcendant ou de divin et sa vérité est limitée à l'expérience humaine ordinaire, ce qui explique qu'elle puisse se révéler fausse à l'échelle cosmique.

Bref, les mathématiques sont bien *synthétiques* (elles disent bien quelque chose du monde, par exemple de l'espace), mais elles ne sont pas *a priori* (innées, antérieures à l'expérience), mais *a posteriori* : elles découlent d'une intuition qui vient elle-même de l'expérience, et on peut penser contre cette intuition. Par conséquent aucune intuition ne garantit a priori la conformité d'un système formel au monde : il faut vérifier expérimentalement, dans chaque cas, que le système conceptuel qu'on utilise correspond bel et bien au monde réel. Toute connaissance vient de l'expérience.

4. Les limites de la logique

La remise en cause de la géométrie euclidienne a jeté le doute sur l'ensemble des mathématiques : si l'on ne peut se fier aux « vérités du cœur », à l'intuition mathématique, à nos idées naturelles d'espace, de temps et de nombre, à quoi peut-on se fier ? Face à cette difficulté, on pourrait vouloir tenter de fonder les mathématiques sur la logique, c'est-à-dire de réduire les mathématiques à la logique pour en exclure la part « intuitive ».

C'est ce qu'a tenté de faire le philosophe, logicien et mathématicien anglais Bertrand Russell au début du XX^e^ siècle. On peut formaliser ainsi l'arithmétique[7], mais il reste quelques axiomes irréductibles à la logique. Conclusion : les mathématiques ne peuvent pas être réduites à la logique. Elles reposent sur des axiomes de base qui ne sont pas de simples principes logiques.

De plus, Russell s'est confronté à un paradoxe logique fondamental, similaire au paradoxe du menteur. Il s'agit du paradoxe des classes :

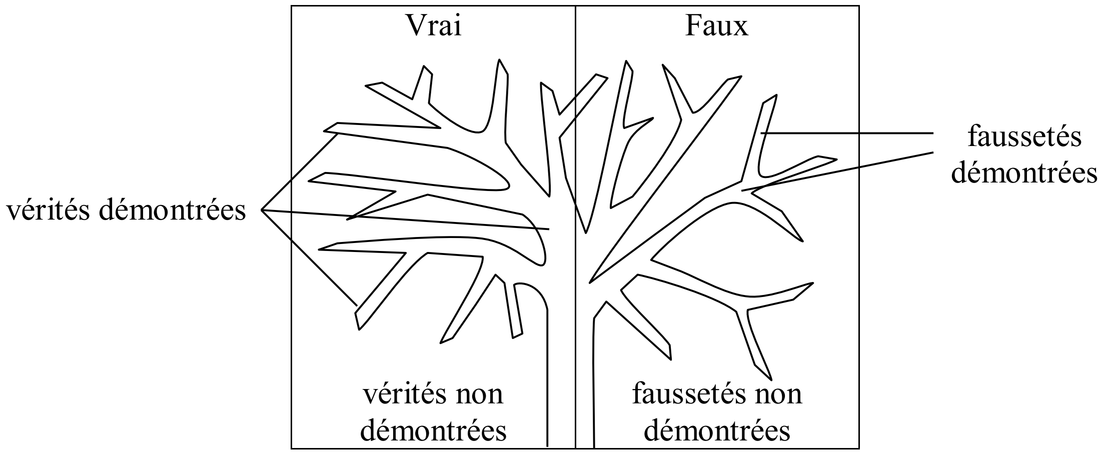
> Pour réduire les mathématiques à la logique, Russell raisonnait à partir de *classes*, ensembles d'éléments indéterminés. Par exemple, le nombre peut être défini comme l'ensemble des classes ayant le même cardinal. Dans cette stratégie, Russell s'est trouvé confronté au paradoxe suivant : soit l'ensemble de tous les ensembles qui ne font pas partie d'eux-mêmes à titre d'élément ; cet ensemble appartient-il ou n'appartient-il pas à lui-même ? S'il appartient à lui-même, alors par définition il ne devrait pas appartenir à lui-même. Mais s'il n'appartient pas à lui-même, alors il devrait appartenir à lui-même. Comme le paradoxe du menteur, ce cas (qui repose aussi sur une forme de circularité) est insoluble. Et comme Eubulide quelques siècles plus tôt, Russell a failli se suicider. Pour résoudre malgré tout ce problème, il a introduit une théorie *ad hoc* : la ***théorie des types***, qui stipule qu'un élément ne peut pas appartenir à un élément du même « niveau », du même « type ». Un club de foot ne peut contenir que des joueurs de foot, et non des clubs de foot. Cet argument ne satisfait pas complètement Russell, car il semblait sans fondement autre que la résolution du paradoxe des classes ; pourtant on peut remarquer la bizarrerie intense de l'idée d'un ensemble qui se contient lui-même : car un tel ensemble a alors une structure infinie, un peu à la manière d'une fractale.

Finalement, c'est le logicien autrichien Kurt Gödel qui a établi, par une démonstration rigoureuse, les limites de la logique. Ce sont les célèbres ***théorèmes d'incomplétude*** de 1931 :

> Introduisons d'abord deux notions : la consistance et la complétude. Un système formel est *consistant* si toute formule déductible est valide. Un système est *complet* si toute formule valide est déductible. Gödel a montré que tout système logique assez puissant pour formaliser l'arithmétique est *incomplet* : il existe au moins une proposition valide qui ne peut être démontrée. Gödel a aussi montré qu'un tel système ne peut pas démontrer par lui-même qu'il est consistant.

[7] Cf. annexe.

Ces limites ne sont pas dramatiques, car elles ne remettent pas en cause la consistance, qui est le point le plus important. Un système inconsistant serait inutilisable, il n'aurait aucune valeur car on ne saurait pas si ce qui est démontrable est valide. Le théorème de Gödel affirme qu'on ne peut pas prouver la consistance du système par ses propres moyens, mais on peut néanmoins supposer qu'il est consistant.



Arbre dans l'espace logique représentant les propositions déductibles (théorèmes) dans un système formel. Si le système était *complet*, il remplirait tout l'espace logique, c'est-à-dire toute la surface. Gödel a montré que pour tout système formel assez puissant, l'arbre n'atteint pas toutes les régions de l'espace logique.

Les théorèmes d'incomplétude font partie des grands arguments, très célèbres, maintes fois cités pour souligner les limites de la connaissance humaine. On peut les rapprocher d'autres « théorèmes » qui établissent les limites de notre connaissance dans d'autres domaines : en philosophie, l'idée de Kant affirmant que le sujet transcendantal (ainsi que la chose en soi) est inconnaissable ; en linguistique, l'idée de Wittgenstein affirmant que le langage ne peut représenter sa propre « forme de représentation » ; en physique, le principe d'incertitude de Heisenberg qui montre que l'on ne peut connaître à la fois la vitesse et la position d'une particule ; etc.

Conclusion : la notion de système formel

Finalement, le cas est fondamentalement le même pour la logique et pour les mathématiques : à chaque fois, il s'agit d'un ***système formel*** qu'il s'agit d'interpréter à bon escient. Un système formel est un ensemble d'*axiomes* (ou énoncés de départ) et de règles de transformation permettant de produire de nouveaux énoncés. A partir de là, on peut produire des théorèmes, c'est-à-dire des propositions qui seront « vraies » pour ce système. La question essentielle qui se pose est de savoir comment interpréter ce système. L'interpréter, c'est lui attribuer une signification, c'est-à-dire proposer une manière de l'utiliser qui fonctionne. Par exemple, le mettre en correspondance avec le monde. Le système formel de l'addition mathématique peut être ainsi mis en correspondance avec les additions d'objets que nous faisons dans le monde concret ; la géométrie euclidienne avec l'espace dans lequel nous vivons ; etc.

Prenons un exemple idiot. Imaginons un système formel qui permet de produire des chaînes de caractères. Il existe un axiome unique, la chaîne de caractères « aPaEaa ». Il y a deux règles de transformations : (1) on peut ajouter simultanément deux « a » aux extrémités de la chaîne ; (2) on peut ajouter simultanément deux « a » de chaque côté du « E ».

En appliquant ces règles, on peut produire les théorèmes suivants : aaPaEaaa (règle 1), aPaaEaaa (règle 2), aaPaaEaaaa (règle 1 puis règle 2), aaaPaEaaaa (règle 1 appliquée deux fois), etc.

Tel quel, ce système formel n'a aucune signification car nous ne l'avons pas encore interpréter. Maintenant, on peut l'interpréter comme le système formel de l'addition : « P » signifie « plus » et « E » signifie « égal ». On remarque que les quatre théorèmes ci-dessus sont « vrais », c'est-à-dire que notre interprétation fonctionne pour ces théorèmes, autrement dit qu'ils sont « vrais » une fois traduits dans le langage de l'addition : 2 + 1 = 3, 1 + 2 = 3, 2 + 2 = 4 et 3 + 1 = 4.

Mais rien ne nous garantit, tant que nous n'en faisons pas la démonstration, que ce système formel correspondra *toujours*, dans chaque cas, à l'addition : il se pourrait tout à fait que dans certains cas les deux systèmes ne correspondent plus. En réalité dans ce cas précis on pourrait démontrer (un simple raisonnement par récurrence y suffit) qu'il sera toujours « vrai » au sens de l'addition.

Conclusion : face à un système formel comme la logique ou les mathématiques, toute la question est de savoir ce que l'on peut faire avec le système, c'est-à-dire comment on peut l'interpréter, ou encore à quoi il correspond. Le problème ne se pose guère, à vrai dire, pour la logique : car elle correspond à la pensée, à la cohérence de tout discours. En revanche la correspondance d'une théorie mathématique avec tel ou tel domaine d'application n'est pas donnée d'avance.

Contrairement à ce que croyait Kant il n'y a donc pas de *jugements synthétiques a priori*, c'est-à-dire de connaissance innée du monde. Toutes les connaissances qui portent sur le monde sont issues de l'expérience. L'adéquation des systèmes formels au monde n'est pas donnée, elle doit être vérifiée expérimentalement. Les « connaissances » les plus innées sont les principes logiques, et ils ne disent rien du monde, ce sont de simple principes de cohérence que nous devons appliquer à notre discours et à notre pensée.

Finalement, tout système *démonstratif* repose sur autre chose que la démonstration, à savoir sur ce que l'on appelle, d'un terme générique, l'« *intuition* ». C'est l'intuition qui nous assure la validité des principes. C'est pourquoi Aristote appelle l'intuition le « principe des principes »[8]. Il y a autant de formes d'intuition que de types de sciences :

type de science		intuition correspondante
sciences déductives	logique	intuition logique
	mathématiques	intuition mathématique (intuition de l'espace, du temps, du nombre)
sciences naturelles (physique, chimie, biologie, etc.)		intuition empirique (observation) et induction
sciences humaines (économie, sociologie, psychologie, etc.)		intuition empirique (observation) et interprétation

Nous allons voir maintenant de plus près ce qu'il en est pour les deux autres grands types de sciences – sciences naturelles et sciences humaines.

II. Les sciences naturelles [la raison et le réel]

Si on caricature le débat, le problème philosophique central est le même dans les sciences naturelles que dans les sciences déductives : là aussi il y a une opposition entre *idéalistes* et *empiristes*. D'un côté, on défend l'idée de connaissances innées qui sont au fondement de la science ; de l'autre, on affirme que de telles connaissances n'existent pas, que tout vient de

[8] Aristote, *Seconds analytiques*, II, § 19.

l'expérience. Avant de se lancer dans ce conflit en faveur d'un parti ou de l'autre, il faut bien savoir ce que chacun veut dire. Il est en effet assez évident que même dans une perspective empiriste, l'esprit joue un rôle dans l'élaboration de la connaissance dans la mesure où il rassemble les sensations (expériences) en catégories afin d'en induire des lois générales. Seulement, par ce travail d'*organisation* du donné l'esprit n'introduit jamais véritablement de connaissance positive dans les faits. Bref, il ne faudrait pas que l'opposition entre idéalistes et empiristes vire à une fausse question comme celle de savoir ce qui, du papier ou de l'encre, est le « plus important » pour écrire.

A. L'idéalisme : le système déductif de Descartes

1. Les sens sont trompeurs

Le constat de base des philosophes idéalistes (Platon et Descartes notamment) est que l'on ne peut se fier à l'expérience. D'une part, tout change, tout bouge, tout coule. Comme dit Héraclite, « on ne se baigne jamais deux fois dans le même fleuve ». Montaigne aussi a souligné la fluctuation perpétuelle des choses : « le monde n'est qu'une branloire pérenne ». Or on considère classiquement que l'*être*, ce qui *est* véritablement, est éternel. Ce qui change, pensent les idéalistes, n'existe pas véritablement. C'est à partir de cette idée que Platon disqualifie les objets sensibles, qu'il assimile à des ombres dans l'allégorie de la caverne, au profit des idées, comme les idées mathématiques : les cercles dans l'eau ou tracés dans le sable s'effacent et périssent, mais le cercle idéal, celui des mathématiciens, est intemporel, donc éternel.

D'autre part, *les sens sont trompeurs*. Des illusions d'optiques aux mirages en passant par les rêves, les exemples ne manquent pas où nos sens nous induisent en erreur. C'est ce qui pousse Descartes au doute hyperbolique : car l'ensemble du monde ne pourrait être qu'un rêve, qu'une illusion. Nos sens nous ont trompés une fois, alors pourquoi ne nous tromperaient-ils pas toujours ?[9]

2. Il y a des connaissances innées

Le deuxième constat des idéalistes est que l'esprit nous fournit des vérités. Ce sont les fameuses *Idées* platoniciennes, les semences de vérité de Descartes, les jugements synthétiques a priori de Kant. En effet, pour rejeter l'expérience comme mode de connaissance, il ne suffit pas de dire que l'expérience est trompeuse : encore faut-il avoir une autre source de certitude à lui opposer. Pour les idéalistes, donc, le corps ment, mais l'esprit nous fournit des vérités.

Nous avons déjà vu les différentes manières d'expliquer cela : origine passée (la réminiscence platonicienne), origine divine (les semences de vérité de Descartes, la connaissance intuitive de Spinoza) ou origine « transcendantale »[10] (l'intuition a priori de l'espace et du temps qui nous permet de dériver des jugements synthétiques a priori selon Kant). Par exemple, Platon voit dans le simple fait de chercher une preuve de la réminiscence : car pour chercher une chose, il faut déjà savoir ce que l'on cherche, sinon comment saura-t-on que l'on a trouvé ?[11]

Concrètement, le modèle de ces connaissances est donné par les mathématiques, qui sont restés, de Platon à Kant, l'exemple type des connaissances innées. Même un empiriste comme

---

[9] S'ils nous trompaient toujours, ce serait toutefois en un sens différent que s'ils ne nous trompent qu'à l'occasion. Nous reviendrons sur ce point par la suite.

[10] Transcendantal signifie ce qui est antérieur à toute expérience et la conditionne.

[11] Cf. manuel p. 283.

Hume reconnaissait que les mathématiques ne dépendent pas de l'expérience[12]. De plus, le passage du général à l'universel ne saurait être le fait de l'expérience : l'universel ne dérive pas de l'expérience, il est posé par l'esprit[13]. Enfin, même Einstein, qui a pourtant connu la remise en cause la géométrie euclidienne, considère que les concepts sont des libres créations de l'esprit humain et ne sont pas déterminés par le monde extérieur. Le scientifique est comme un homme qui essaie de comprendre le mécanisme d'une montre fermée :

> Les concepts physiques sont des créations libres de l'esprit humain et ne sont pas, comme on pourrait le croire, uniquement déterminés par le monde extérieur. Dans l'effort que nous faisons pour comprendre le monde, nous ressemblons quelque peu à l'homme qui essaie de comprendre le mécanisme d'une montre fermée. Il voit le cadran et les aiguilles en mouvement, il entend le tic-tac, mais il n'a aucun moyen d'ouvrir le boîtier. S'il est ingénieux il pourra se former quelque image du mécanisme, qu'il rendra responsable de tout ce qu'il observe, mais il ne sera jamais sûr que son image soit la seule capable d'expliquer ses observations. Il ne sera jamais en état de comparer son image avec le mécanisme réel, et il ne peut même pas se représenter la possibilité ou la signification d'une telle comparaison. Mais le chercheur croit certainement qu'à mesure que ses connaissances s'accroîtront, son image de la réalité deviendra de plus en plus simple et expliquera des domaines de plus en plus étendus de ses impressions sensibles. Il pourra croire à l'existence d'une limite idéale de la connaissance que l'esprit humain peut atteindre. Il pourra appeler cette limite idéale la vérité objective.
>
> Albert Einstein, *L'Evolution des idées en physique*, 1938

Ce texte montre bien toutes les nuances qu'il y a dans l'idée d'une contribution active de l'esprit à l'élaboration de la connaissance : car Einstein est loin d'être un idéaliste au sens de Platon, de Descartes ou même de Kant !

3. La perception elle-même est intellectuelle

Descartes, pour étayer sa thèse, montre que la perception des corps physiques elle-même se fait par l'esprit et non par les sens. Dans les *Méditations métaphysiques*, Descartes prend le célèbre exemple du morceau de cire pour montrer que tout ce que nous connaissons par les sens est illusoire et changeant, et que, par conséquent, tout ce que nous connaissons véritablement du morceau de cire, nous le connaissons par l'esprit :

> Prenons pour exemple ce morceau de cire qui vient d'être tiré de la ruche : il n'a pas encore perdu la douceur du miel qu'il contenait, il retient encore quelque chose de l'odeur des fleurs dont il a été recueilli ; sa couleur, sa figure, sa grandeur, sont apparentes ; il est dur, il est froid, on le touche, et si vous le frappez, il rendra quelque son. Enfin, toutes les choses qui peuvent distinctement faire connaître un corps se rencontrent en celui-ci.
>
> Mais voici que, cependant que je parle, on l'approche du feu : ce qui y restait de sa saveur s'exhale, l'odeur s'évanouit, sa couleur se change, sa figure se perd, sa grandeur augmente, il devient liquide, il s'échauffe, à peine peut-on le toucher, et quoiqu'on le frappe, il ne rendra plus aucun son. La même cire demeure-t-elle après ce changement ? Il faut avouer qu'elle demeure et personne ne le peut nier. Qu'est-ce donc que l'on connaissait en ce morceau de cire avec tant de distinction ? Certes ce ne peut être rien de tout ce que j'y ai remarqué par l'entremise des sens, puisque toutes les choses qui tombaient sous le goût, ou l'odorat, ou la vue ou l'attouchement ou l'ouïe, se trouvent changées, et cependant la même cire demeure.
>
> René Descartes, *Méditations métaphysiques*, 1641

Cet exemple nous permet de comprendre ce qu'est une « intuition intellectuelle » : ici il s'agit de l'appréhension d'un corps physique par l'esprit, à partir de l'idée (innée selon

---

[12] Cf. manuel p. 286.
[13] Cf. manuel p. 285.

Descartes) de l'espace. On retrouve un exemple tout à fait similaire chez Husserl, qui s'inspire de Descartes :

> Partons d'un exemple. Je vois continuellement cette table ; j'en fais le tour et change comme toujours ma position dans l'espace ; j'ai sans cesse conscience de l'existence corporelle d'une seule et même table, de la même table qui en soi demeure inchangée. Or la perception de la table ne cesse de varier ; c'est une série continue de perceptions changeantes. Je ferme les yeux. Par mes autres sens je n'ai pas de rapport à la table. Je n'ai plus d'elle aucune perception. J'ouvre les yeux et la perception reparaît de nouveau. La perception ? Soyons plus exacts. En reparaissant, elle n'est à aucun égard individuellement identique. Seule la table est la même : je prends conscience de son identité dans la conscience synthétique qui rattache la nouvelle perception au souvenir. La chose perçue peut être sans être perçue. (…) ; elle peut être sans changer. Quant à la perception elle-même, elle est ce qu'elle est, entraînée dans le flux incessant de la conscience et elle-même sans cesse fluante.
>
> Edmund Husserl, *Idées directrices pour une phénoménologie*, 1913

4. Le système déductif du savoir (Descartes)

Le système déductif de Descartes offre une vision synthétique et très claire de la conception idéaliste de la science. Selon Descartes, toute connaissance part des semences de vérité qui sont mises en nous par « Dieu » (il serait intéressant de se demander ce que Descartes entend par là) et que nous appréhendons par une *intuition* immédiate de l'esprit. A partir de ces premiers principes, d'ordre logique ou mathématique, nous pouvons déduire, selon Descartes, l'ensemble de nos connaissances scientifiques sur le monde.

B. L'empirisme : le système hypothético-déductif de Newton

1. Il n'y a pas de connaissance a priori

La vision déductive de Descartes est très étonnante. L'exemple des mathématiques lui donne quelque crédibilité ; mais nous avons vu la réfutation de cette idée, puisque même les connaissances mathématiques se sont révélées issues de l'expérience. Il n'y a pas de connaissance a priori (il n'y a pas de jugements synthétiques a priori, pour le dire dans le langage de Kant). Toute connaissance est a posteriori. Tout jugement synthétique est a posteriori. (On savait déjà que tout jugement analytique est a priori.)

Il faut donc plutôt opter pour la vision empiriste, par exemple celle de Locke, qui considère que toute connaissance vient de l'expérience : l'esprit est comme une « table rase » qui reçoit des impressions des sens, et toute idée renvoie, *in fine*, à ces impressions sensibles[14].

2. La raison elle-même provient de l'expérience

On pourrait d'ailleurs s'opposer aux arguments idéalistes un par un. D'abord, les sens ne sont pas trompeurs : l'œil ne ment pas, il réagit physiquement donc il restitue toujours les impressions qu'il reçoit. C'est l'esprit qui, en interprétant les stimuli reçus par les sens, se trompe et nous induit en erreur. De plus, comme il n'y a pas de connaissance a priori ce ne peut être l'esprit qui vient corriger les erreurs de nos sens. Au contraire, c'est l'expérience qui corrige l'expérience : si par exemple je perçois une flaque d'eau au loin, c'est en marchant vers cette flaque que je pourrai découvrir qu'il s'agissait en réalité d'un mirage, car je la verrai disparaître. Bref, on peut dire avec Lucrèce que les sens ne sauraient être trompeurs car

[14] Cf. manuel p. 281.

toute notre connaissance et toute notre raison en procèdent : si l'erreur en procède, la vérité aussi, donc on ne peut se contenter de dire qu'ils sont trompeurs :

> Tu verras que les sens sont les premiers à nous avoir donné la notion du vrai et qu'ils ne peuvent être convaincus d'erreur. Car le plus haut degré de confiance doit aller à ce qui a le pouvoir de faire triompher le vrai du faux. Or quel témoignage a plus de valeur que celui des sens ? Dira-t-on que s'ils nous trompent, c'est la raison qui aura mission de les contredire, elle qui est sortie d'eux tout entière ? Nous trompent-ils, alors la raison tout entière est un mensonge. (…)
>
> La raison ne peut-elle expliquer pourquoi des objets carrés de près semblent ronds de loin ? Il vaut mieux, dans cette carence de la raison, donner une explication fausse de la double apparence, que laisser échapper des vérités manifestes, rejeter la première des certitudes et ruiner les bases mêmes sur lesquelles reposent notre vie et notre salut. Car ce n'est pas seulement la raison qui risquerait de s'écrouler tout entière, mais la vie elle-même périrait, si perdant confiance en nos sens nous renoncions à éviter les précipices et tous les autres périls, ou à suivre ce qu'il est bon de suivre. Ainsi donc, il n'y a qu'un flot de vaines paroles dans tout ce qu'on reproche aux sens.
>
> Lucrèce, *De la nature*, IV

3. Le système hypothético-déductif de Newton

Fort de toutes ces raisons, Newton rejette le système déductif cartésien au profit d'un système hypothético-déductif. Les « principes », c'est-à-dire les lois physiques, ne viennent plus d'une intuition mystérieuse, mais de l'observation et de l'***induction***. L'induction consiste à tirer, d'une multitude d'observations, une loi générale.

Plus généralement, Newton abandonne les questions métaphysiques, qu'il laisse avec plaisir aux philosophes. Par exemple, il ne se soucie pas de connaître la « nature » profonde des choses, leur « essence » ; il se contente d'en étudier les effets. Il renverse ainsi la logique des philosophes, qui considéraient classiquement qu'on ne connaît une chose que quand on en connaît les causes. Newton substitue la connaissance par les *effets* à la connaissance par les *causes*. Par exemple, il ne se soucie pas de connaître l'« essence » de la force : il se contente d'en observer les effets, de les mesurer et d'en établir une loi, comme la loi de Newton qui régit l'attraction entre les corps, exprimant la force en fonction de la masse des corps et de leur distance.

> Un jour, alors qu'il rêvassait assis sous un pommier en regardant la lune, Newton vit une pomme tomber, et il comprit que c'est la même force qui attire la pomme et la lune vers la Terre. Il réunit ainsi Galilée (qui avait établit la loi de la chute des corps) et Kepler (qui avait établi la loi du mouvement des planètes) en une seule équation, que voici : deux corps A et B de masse mA et mB et séparés par une distance d sont attirés par une force F dont l'intensité est donnée par la formule $F = G \times mA \times mB / d^2$, où G est une constante. Comme d'autre part Newton a établi la loi fondamentale selon laquelle l'accélération d'un corps est égale à la somme des forces qui lui sont appliquées divisée par sa masse ($a = F/m$), on peut en déduire les lois du mouvement d'un corps soumis à la gravitation terrestre.
>
> En particulier, on découvre qu'un corps de masse m a la surface de la Terre est soumis à une force $F = G \times m \times m\mathit{Terre} / r^2$, où $m\mathit{Terre}$ désigne la masse de la Terre et r son rayon. Il est donc soumis à une force $F = mg$, où g est une constante (qui vaut $G \times m\mathit{Terre} / r^2$). L'accélération qu'il subit vaut donc $a = F/m = mg/m = g$. Par conséquent, l'accélération d'un corps soumis à la pesanteur terrestre ne dépend pas de sa masse. Ce résultat avait été vérifié par Galilée, qui avait observé qu'une boule de terre et une boule de fer de mêmes dimensions mais de masses différentes lâchées au même instant du haut de la tour de Pise atteignaient le sol au même instant.
>
> Ce résultat étonnant peut se comprendre intuitivement ainsi : la force qui s'exerce sur le corps est d'autant plus grande que sa masse est grande ; mais la force nécessaire pour mettre un objet en mouvement est d'autant plus grande que sa masse est grande : il faut plus de force

pour déplacer une voiture qu'un vélo. Les deux contributions s'annulent, et tous les corps tombent à la même vitesse, quelle que soit leur masse. (On néglige les frottements.)

C. Le problème de l'induction

1. Le problème de l'induction

Le problème de l'induction est qu'elle ne repose sur aucun fondement. Le fait que le soleil se soit levé tous les matins jusqu'à présent ne prouve aucunement qu'il se lèvera demain. Le fait que tous les corbeaux observés jusqu'à présent soient noirs ne prouve pas que tous les corbeaux sont noirs. L'induction est une généralisation (ou plutôt une universalisation : on passe de la généralité « les corbeaux observés sont noirs » à la proposition universelle « tous les corbeaux sont noirs ») qui revient à supposer que le monde est régulier, que l'identité est plus probable que la différence. Mais rien ne prouve que cette supposition est juste, sinon qu'elle a fonctionné assez efficacement dans le passé… C'est-à-dire une autre induction ! Or on ne peut évidemment pas prouver la validité de l'induction par une induction : ce serait supposer acquis ce qui est en question.

2. La validité de l'induction dépend du cadre théorique

La fragilité logique de l'induction est un grave problème, car l'ensemble de la science repose sur elle. Russell prend l'exemple d'un poulet qui induit qu'on lui servira du grain tous les matins ; mais voilà qu'un matin on lui tord le cou !

Pour commencer à se sortir de ce problème, on peut déjà remarquer que notre confiance en l'induction varie considérablement selon les cas. Un ornithologue qui découvrirait sur une île une nouvelle espèce d'oiseau bleus n'induirait pas immédiatement que tous les oiseaux de cette espèce sont bleus. Il lui faudrait étudier un grand nombre d'oiseaux, et vérifier que ces oiseaux ne vivent pas aussi dans d'autres régions, avant de proposer cette loi naturelle ; et là encore, il serait prêt à la remettre en question à la première observation venant la contredire. En revanche, il suffit aux chimistes *une seule* expérience correctement réalisée pour admettre aussitôt la composition de tel ou tel matériau. On n'attend pas de répéter cette expérience vingt, cent ou mille fois pour admettre le résultat. C'est dire que la validité de nos inductions dépend du *contexte* dans lequel nous les faisons, du genre de lois que nous supposons être à l'œuvre. John Stuart Mill souligne ce point :

> Quand un chimiste annonce l'existence d'une substance nouvellement découverte et de ses propriétés, si nous avons confiance à son exactitude, nous sommes assurés que ses conclusions doivent valoir universellement, bien que son induction ne se fonde que sur un seul fait. Nous ne retenons pas notre acquiescement pour attendre que l'expérience soit répétée ; ou, si nous le faisons, c'est dans le doute que l'expérience ait été bien faite, et non qu'étant bien faite elle ne soit pas concluante. Ici, donc, une loi de la nature est inférée d'un seul fait ; une proposition universelle d'une proposition singulière. Maintenant, mettons en contraste un autre cas à celui-ci. Tous les exemples connus depuis le commencement du monde à l'appui de la proposition générale que tous les corbeaux sont noirs ne donneraient pas une présomption de la vérité suffisante pour contrebalancer le témoignage d'un homme non suspect d'erreur ou de mensonge, qui affirmerait que dans une contrée encore inexplorée il a pris et examiné un corbeau qui était gris.
>
> John Stuart Mill, *Système de logique*, 1843

John Maynard Keynes reprend cette idée et montre comment elle peut s'appliquer concrètement en économie :

> Examinons la généralisation selon laquelle la proportion de naissances masculines par rapport aux naissances féminines est *m*. Le fait que les statistiques agrégées pour l'Angleterre au

> XIX^e siècle fournissent la proportion *m* ne justifie en aucun cas l'idée que la proportion de naissances masculines à Cambridge l'année prochaine approchera probablement *m*. (…) Mais si nous étions capables de décomposer notre série agrégée de cas en une série de sous-séries, classées selon une grande variété de principes, par exemple selon la date, la saison, la localité, la catégorie de parents, le sexe de l'enfant précédent, et ainsi de suite, et si les proportions de naissances masculines de ces séries montraient une stabilité significative au voisinage de *m*, alors en effet nous aurions un argument valable.
>
> John Maynard Keynes, *Traité de probabilités*, 1921

Autrement dit, l'induction ne vaut que dans un cadre donné. Pour que nous puissions appliquer l'induction il faut que nous ayons des *raisons* de croire qu'elle est légitime dans le cas étudié : « les chercheurs sensés emploient le coefficient de corrélation seulement pour tester ou confirmer les conclusions auxquelles ils sont arrivés sur d'autres fondements. »[15]

3. La solution de Popper

Cette remarque de Mill, quoique très pertinente, ne permet toujours pas de garantir logiquement la validité de l'induction. Remarquons que l'on ne peut même pas appliquer les lois probabilistes, car rien ne nous dit qu'il s'agit d'un phénomène aléatoire (le poulet, s'il appliquait les probabilités, en conclurait au bout de quelques temps qu'il est à peu près impossible qu'on ne lui serve pas du grain).

Bref, une loi scientifique ne peut pas être prouvée, même si elle est « confirmée » par l'expérience. Et en effet, si le soleil se lève demain, la loi selon laquelle « le soleil se lève tous les jours » n'est pas prouvée pour autant : car il pourrait très bien ne pas se lever le jour suivant. En revanche, si le soleil *ne se lève pas* demain, la loi sera absolument *réfutée*. Ce résultat est très important : on ne peut pas prouver qu'une loi scientifique est vraie, mais en revanche on peut prouver qu'elle est fausse ! Il suffit pour cela de réaliser une expérience et d'obtenir un résultat contraire à ce que prédit la loi scientifique.

Par conséquent, on peut dire qu'il n'y a pas de *vérité* scientifique : les « vérités » scientifiques sont en réalité des *hypothèses* que l'on n'a pas encore réussi à réfuter, c'est-à-dire des hypothèses en sursis provisoire. C'est en exploitant ce résultat que Karl Popper a donné une solution au problème de l'induction. Renonçant à établir logiquement la vérité d'une loi induite, il se contente de dire que toute loi scientifique n'est qu'une hypothèse : on ne peut pas prouver qu'elle est vraie, mais on ne peut pas non plus (pour l'instant) prouver qu'elle est fausse.

La conséquence de ce renversement est de faire de la *falsifiabilité* le critère de la scientificité. En effet, selon Popper une théorie scientifique est une théorie *réfutable* (ou falsifiable), c'est-à-dire une théorie assez précise pour qu'elle s'expose à la réfutation. Et une théorie est d'autant plus riche, elle nous dit d'autant plus de choses sur le monde (son « contenu de vérité » est d'autant plus grand) qu'elle s'expose davantage à la réfutation. Les théories qui ne peuvent être réfutées par aucune expérience sont des pseudosciences : c'est le cas de l'astrologie, mais aussi, selon Popper, du marxisme (qui ne prédit pas assez précisément quand aura lieu la révolution), de la psychanalyse (qui ne produit pas de lois assez précises pour être réfutées), et même du darwinisme.

4. Les limites de la falsifiabilité

Ceci nous conduit à plusieurs remarques. D'abord, même une théorie qui n'est pas réfutable peut être utile : par exemple, le darwinisme fournit un cadre général de pensée susceptible d'orienter les recherches, bien qu'en lui-même il soit trop général pour être réfuté. On pourrait d'ailleurs se demander s'il y a des sciences humaines réfutables, car en général il est difficile d'isoler un phénomène pour l'observer ; de sorte que si une prédiction n'est pas

[15] Keynes, *Id.*

vérifiée, il y a généralement de multiples raisons possibles pour expliquer cela tout en maintenant la théorie. Ainsi, l'augmentation du prix d'une marchandise *tend* nécessairement à diminuer la demande de ce bien, mais dans la pratique de très nombreux effets corrélatifs peuvent venir s'opposer à cette tendance, la rendant invérifiable empiriquement. Finalement, une science humaine ne peut atteindre à la scientificité au sens de Popper qu'à partir du moment où elle est capable de quantifier les perturbations ou de s'assurer qu'elles ne sont pas trop importantes, de même que la loi de Newton a pu être vérifiée en négligeant les frottements dans les cas où ils ne sont pas trop importants.

Deuxième remarque : nous avons dit que les théories sont scientifiques si elles sont réfutables, alors que les théories irréfutables ne sont pas scientifiques. Cela semble très étonnant : car une théorie vraie n'est évidemment pas réfutable ! Donc elle n'est pas scientifique ? Bien sûr que si : il faut distinguer la falsifiabilité *en droit* et la falsifiabilité *en fait*. Pour être scientifique, une théorie doit être falsifiable en droit, mais pas nécessairement en fait ; c'est-à-dire que la théorie *peut* être réfutée par une expérience : il existe des expériences, ou plutôt des résultats d'expériences possibles qui rendraient la théorie fausse. Ce qui se passerait si nous avions une théorie vraie, c'est que dans les faits ces résultats ne se produiraient pas. Alors que dans le cas d'une théorie irréfutable a priori, on ne peut même pas indiquer un résultat d'expérience possible qui nous conduirait à rejeter la théorie. Si nous interrogeons un névrosé, aucune réponse ne permet de réfuter la psychanalyse ; de même qu'aucun fait social ou économique ne permet de réfuter le marxisme, et aucune prédiction manquée ne permet de réfuter l'astrologie.

Terminons par une nuance : il ne faudrait pas croire qu'il suffit d'une seule expérience pour réfuter directement telle ou telle loi scientifique. Les lois scientifiques ne sont pas isolées, elles sont étroitement liées entre elles. Les concepts eux-mêmes sont liés entre eux. Par exemple, la loi « tous les corps s'attirent en proportion de leur masse » met en relation deux grandeurs physiques, la force et la masse. Si on découvre un corps qui n'est pas attiré par les autres, dira-t-on que la loi est fausse, ou que ce corps n'a pas de masse ? De manière générale, face à un résultat inattendu, la théorie scientifique se présente « en bloc » : on a le choix entre un grand nombre de modifications de la théorie pour la rendre compatible avec les faits. On parle, pour désigner ce fait, du caractère ***holiste*** des théories scientifiques. Une loi scientifique n'affronte jamais seule le tribunal de l'expérience, mais toujours en bloc avec l'ensemble de la théorie scientifique.

Remarquons enfin que malgré toutes ces remarques, les lois induites ont tout de même une part de vérité, que même la « réfutation » ne peut guère leur ôter : une nouvelle théorie ne rejette pas tant la précédente qu'elle la complète, la précise et l'englobe. Einstein ne rend pas Newton « faux » à proprement parler, en tout cas pas dans les cas généraux et avec une petite marge d'erreur. La physique de Newton a fait ses preuves, ne serait-ce qu'en permettant de décrire et de prédire avec succès, et même de tirer des boulets de canons avec justesse. Ces succès, aucune théorie future ne pourra les lui enlever.

III. L'interprétation [les sciences humaines]

A. Les différents types d'interprétations

1. Typologie générale

Qu'est-ce que l'interprétation ? Nous en connaissons tous de multiples exemples : l'interprétation que donne un pianiste d'une composition ; l'interprétation d'un texte, c'est-à-dire la recherche du sens de ce texte ; l'interprétation du comportement de quelqu'un, quand nous cherchons à deviner le sens de ses actes ; et nous avons parlé de l'interprétation des systèmes formels, qui consiste à leur attribuer un sens.

Dans chaque cas, il s'agit de partir d'un donné, qu'on pourrait appeler le *texte*, et de lui attribuer une *signification* ou un *sens*, c'est-à-dire de le mettre en correspondance avec autre chose (une action, une pensée, une partie du monde). Nous pouvons établir une petite typologie des interprétations :

Objet interprété	Type d'interprétation
(1) Productions d'êtres vivants :	
(1) Animaux en général : comportement	philosophie de l'intentionnalité
(2) Hommes :	
(1) Actions	sciences humaines (histoire, etc.)
(2) Œuvres d'art	histoire de l'art, critique, esthétique
(3) Textes	herméneutique, droit
(2) Monde	
(1) Objets sensibles	perception
(2) Monde en général	langage, philosophie, science

Expliquons-nous. Commençons par le plus simple : l'interprétation d'un texte, par exemple la Bible, est l'origine de la science de l'interprétation, qu'on appelle herméneutique. Il s'agit de trouver non seulement le sens littéral mais aussi le sens allégorique du texte. C'est-à-dire que derrière les mots, il faut retrouver la pensée divine, il faut deviner ce qu'a voulu dire Dieu. Le cas des textes littéraires est similaire, et on peut citer ici Dante, qui affirme que ses écrits, tout comme la Bible, n'ont pas moins de *quatre* niveaux de lecture (sens littéral, allégorique, moral, anagogique) :

> Pour la clarté de ce que j'ai à dire, il faut savoir que le sens de cet ouvrage n'est point simple, et qu'on le peut dire au contraire polysème, c'est-à-dire doué de plusieurs signifiances ; car autre est le sens fourni par la lettre, et autre est le sens qu'on tire des choses signifiées par la lettre. Et le premier est dit littéral, mais le second allégorique, ou moral, ou anagogique[16]. Cette façon de traiter les choses contées se peut considérer, pour plus de clarté, dans un verset comme celui-ci : « Quand Israël sortit de l'Egypte, et la maison de Jacob du sein d'un peuple barbare, la Judée fut faite sanctification du Seigneur, Israël sa puissance.[17] » Car si nous regardons à la lettre seule, nous voyons signifiée la sortie d'Egypte des fils d'Israël, au temps de Moïse ; si c'est à l'allégorie, nous voyons signifié notre rachat, par l'œuvre du Christ ; si c'est au sens moral, le verset signifie la conversation de l'âme quittant le deuil et la misère du péché pour un état de grâce ; si c'est au sens anagogique, il signifie la sortie de l'âme sainte hors de la servitude d'un monde corrompu, et la liberté de la gloire éternelle. Et bien que ces sens mystiques soient appelés de noms divers, tous en général peuvent être dits allégoriques, étant différents du sens littéral ou historial[18]. Car allégorie est un mot venant du grec *alleon*, qui se dit en latin *alienus*, à savoir : différent.
>
> Tout cela bien vu, il est manifeste que double doit être le sujet autour duquel pourront courir des signifiances alternées. Il faut donc considérer le sujet de cet ouvrage en tant qu'il est pris à la lettre ; ensuite le sujet en tant qu'il est pris allégoriquement. Ainsi le sujet de tout l'ouvrage, pris seulement à la lettre, est l'état des âmes après la mort, considéré absolument ; car tout le cours du poème roule sur le sort des trépassés et ses circonstances. Mais, si l'on prend l'ouvrage allégoriquement, le sujet en est l'homme en tant que, par les mérites ou démérites de sa vie, étant doué de libre arbitre, il va au-devant de la justice qui récompense et qui châtie.
>
> Dante Alighieri, *Lettre à Cangrande Della Scala* (v. 1316)

---

[16] L'*anagogê* désigne en grec l'itinéraire de l'âme qui s'élève vers le salut.
[17] Ancien Testament, Psaume CXIII, 1.
[18] Sens qui s'offre à une lecture qui s'en tient à la lettre du texte ou aux faits relatés, sans chercher à interpréter.

Le cas de l'œuvre d'art en général (peinture, composition musicale, etc.) est sensiblement le même : derrière le signe matériel il faut retrouver l'intention de l'artiste. On remonte de l'effet vers la cause, de la matière vers la forme, ou de la forme vers l'idée. Donnons quelques exemples : souvenons-nous de l'interprétation freudienne du tableau de *Sainte Anne, la vierge et l'enfant* de Léonard de Vinci, ou de l'interprétation que nous avons donnée du *Rêve causé par le vol d'une guêpe autour d'une grenade quelques instants avant le réveil* de Dalí. Ou encore de l'interprétation de la littérature européenne par René Girard, qui y voit la révélation du caractère triangulaire et suggéré du désir. Ou encore les interprétations divergentes de l'œuvre de Kafka, entre ceux qui y voient une œuvre annonciatrice du totalitarisme et ceux qui, comme Kundera, y voient une œuvre comique et surréaliste. Plus près de nous, pensons à la multitude d'interprétations qu'a suscité l'énigmatique *Mulholland Drive* de David Lynch. Un cas encore plus évident est l'interprétation d'une œuvre musicale. Enfin, pour achever de nous ouvrir l'esprit, songeons qu'une recette de cuisine, tout comme une partition, doit être interprétée : chaque grand chef donnera son interprétation personnelle d'une même recette. Dans ces deux derniers cas, l'interprétation est particulièrement importante parce que c'est par elle que l'on reconstitue l'œuvre de l'artiste. Mais le cas est au fond le même en littérature et ailleurs : c'est par son esprit que le lecteur reconstruit à chaque fois le roman dans son esprit en interprétant le texte.

A partir de là, il est facile de passer à l'interprétation des actions, car elles aussi sont des signes qui expriment la pensée. Les sciences humaines sont spécialisées dans ce genre d'interprétations. Nous les étudierons plus en détail par la suite.

Mais l'interprétation des œuvres d'art peut aussi nous conduire à l'idée de l'interprétation du monde : qu'est-ce que le monde, en effet, sinon l'œuvre de Dieu ? Dans une perspective théologique en tout cas, il peut être conçu et interprété ainsi. Qu'a voulu dire Dieu, à travers toutes ces créatures ? Mais plus généralement, le monde fait l'objet d'une interprétation. Par exemple, la philosophie l'interprète constamment. Elle se demande par exemple quel est l'objet du désir et de la volonté : est-ce la conservation, la vie, l'éternité, la puissance ? Elle se demande quel est le sens de l'histoire : est-ce l'épanouissement de l'homme, un progrès vers la paix et la « fin de l'histoire », ou l'histoire n'a-t-elle aucun sens ? La science elle-même interprète : comme le dit bien Einstein, le scientifique est comme un homme qui cherche à deviner le mécanisme interne d'une montre qu'il ne peut ouvrir. Il doit donc deviner – inventer – une théorie susceptible de rendre compte des phénomènes qu'il observe. Cette interprétation ne joue pas seulement dans les hautes sphères de l'esprit ; au contraire elle est un fait quotidien, qui se manifeste notamment dans la perception : toute perception est interprétation, comme le démontrent de manière éclatante certaines illusions d'optiques, les dessins en perspective et l'expérience du bouchon de champagne.

> Expérience du bouchon de champagne : prenez la partie métallique d'un bouchon de champagne, tenez-le par la partie vrillée, fermez un œil et inversez la perspective ; quand vous avez réussi, faites tourner le bouchon sur lui-même et vous aurez une belle surprise.

2. Un exemple privilégié : les sciences humaines

Les sciences humaines sont apparues tardivement, au XIX^{e} siècle. Elles incluent l'histoire, l'économie, la sociologie, la linguistique, la psychanalyse, la psychologie, l'anthropologie, etc. Comme leur nom l'indique, ces sciences étudient l'homme, c'est-à-dire un animal rationnel, doué de pensée. C'est pourquoi leur méthode est essentiellement interprétative. Pour pouvoir *expliquer* les phénomènes, les sciences humaines doivent d'abord *comprendre* le sens du comportement des acteurs, donc *interpréter* ce comportement.

> Les sciences morales se distinguent tout d'abord des sciences de la nature en ce que celles-ci ont pour objet des faits qui se présentent à la conscience comme des phénomènes donnés isolément et de l'extérieur, tandis qu'ils se présentent à celles-là de l'intérieur, comme une réalité et un ensemble vivant *originaliter*. Il en résulte qu'il n'existe d'ensemble cohérent de la nature dans les sciences physiques et naturelles que grâce à des raisonnements qui complètent les données de l'expérience au moyen d'une combinaison d'hypothèses ; dans les sciences morales, par contre, l'ensemble de la vie psychique constitue partout une donnée primitive et fondamentale. **Nous expliquons la nature, nous comprenons la vie psychique**. Car les opérations d'acquisition, les différentes façons dont les fonctions, ces éléments particuliers de la vie mentale, se combinent en un tout, nous sont données aussi par l'expérience interne. L'ensemble vécu est ici la chose primitive, la distinction des parties qui le composent ne vient qu'en second lieu. Il s'ensuit que les méthodes au moyen desquelles nous étudions la vie mentale, l'histoire et la société sont très différentes de celles qui ont conduit à la connaissance de la nature.
>
> Wilhelm Dilthey, *Le Monde de l'esprit* (1926), t. I

Cette distinction entre *expliquer* et *comprendre*, introduite par Dilthey et reprise par Max Weber, est une distinction fondamentale qui permet de distinguer les sciences humaines des sciences naturelles. Alors que les sciences naturelles se contente de donner des explications causales des phénomènes (biologiques, physiques ou autres), les sciences humaines veulent en plus saisir le *sens* des comportements. En plus d'expliquer elles cherchent à comprendre les phénomènes. Comprendre, c'est une manière d'interpréter en procédant par empathie, et qui ne vaut évidemment que pour les phénomènes humains (auxquels il faut peut-être ajouter certains comportements animaux).

Il ne faut pas opposer explication et compréhension : pour Max Weber, ces deux moments de la science fonctionnent ensemble, un peu comme l'induction et la déduction dans les sciences naturelles selon Aristote : la compréhension a une valeur explicative, causale. On peut parler de compréhension explicative. L'historien, le sociologue ou l'économiste commencera donc par étudier les faits, il tâchera ensuite de les comprendre par interprétation. Il pourra ainsi construire un *idéal-type* du phénomène en question. Mais l'évidence de la signification ne suffit pas à lui donner une validité causale : une interprétation significative n'est qu'une *hypothèse* causale. Il faut ensuite contrôler l'interprétation significative par le résultat, ce qui constitue une étape difficile, où l'on peut utiliser la comparaison historique. Par exemple, la loi de Gresham (la mauvaise monnaie chasse la bonne) est vérifiée par l'expérience. Il faudrait même pouvoir mesurer la force relative de chaque effet pour le cas où différentes tendances (significations) s'opposent. Weber ne saurait trop insister sur la difficulté de cette estimation :

> Face à des situations données, les agents sont très souvent animés par des tendances opposées, se combattant mutuellement, que nous « comprenons » toutes. Nous savons par expérience que dans de très nombreux cas nous ne sommes pas en mesure d'apprécier, pas même approximativement, avec une entière régularité, mais sans certitude, la force relative avec laquelle s'expriment d'ordinaire dans l'activité les diverses relations significatives qui s'affrontent dans le « conflit des motifs », bien qu'elles nous soient les unes et les autres également compréhensibles. Seule la tournure prise effectivement par le conflit nous fournit des éclaircissements à ce sujet. Tout comme pour tout autre hypothèse, il est indispensable de contrôler l'interprétation significative compréhensible par le résultat, c'est-à-dire la tournure prise par le déroulement réel de l'activité. On n'y parvient avec une relative exactitude que dans les cas, malheureusement très rares, qui s'y prêtent en vertu de leur nature particulière, dans l'expérimentation psychologique. On y arrive aussi avec une approximation extrêmement variable, grâce à la statistique, dans les cas (également limités) de phénomènes collectifs dénombrables et univoques du point de vue de leur imputation.
>
> Max Weber, *Economie et société*, 1921

Bref, pour obtenir une loi sociologique il faut que l'on dispose à la fois d'une signification et d'une régularité statistique. L'un sans l'autre ne suffit pas. L'idéal-type ne décrit pas la société, il constitue un étalon d'une signification donée à partir duquel on peut mesurer la réalité : il faut, dit Weber, discerner, par l'écart entre idéal-type et comportement effectif, les véritables motifs. De sorte qu'au plus l'idéal-type est étranger à la société, au mieux il remplit son rôle méthodologique.

Emile Durkheim, le père de la sociologie française, reconnaît aussi la nécessité d'interpréter les faits. L'observation de corrélations statistiques ne suffisent pas (c'était aussi ce que disait Keynes, cf. chapitre sur l'induction). Par exemple, si on observe une corrélation entre le suicide et l'éducation qui montre que la tendance au suicide varie comme la tendance à l'instruction, on ne peut rien comprendre ni expliquer. Il est impossible de comprendre comment l'instruction peut conduire au suicide (sauf à supposer que les professeurs soient vraiment mauvais) ; une telle explication est en contradiction avec les lois de la psychologie. La solution est ici dans la découverte d'un troisième phénomène qui est la cause des deux autres : l'affaiblissement du traditionalisme religieux entraîne à la fois la hausse de l'instruction et du suicide[19].

Le problème de l'interprétation se pose donc dans toutes les sciences sociales. En histoire, ce problème est particulièrement vif : Napoléon lui-même reconnaissait que la vérité de son histoire ne serait probablement jamais connue, du fait que chaque témoin qui la restituera ne l'aura perçue que sous un jour particulier[20].

La psychanalyse constitue également un exemple privilégié d'interprétation. L'ouvrage fondateur de cette science ne s'intitule-t-il pas (essayez donc de prononcer ça !) *L'Interprétation des rêves* ? Et il en va de même pour l'étude des mythes, des religions, des systèmes de parenté, etc. A chaque fois, il s'agit de découvrir un sens ; ce qui signifie d'ailleurs que ce sens doit être caché aux acteurs eux-mêmes.

3. Interprétation et inconscient

Ceci implique l'existence d'un lien étroit entre interprétation et inconscient : s'il faut interpréter dans les sciences humaines, c'est que la signification que l'on cherche à trouver n'est pas déjà présente à la conscience des hommes. Le sens de nos actes nous échappe, c'est pourquoi les sciences humaines existent. La psychanalyse n'est possible que parce que l'inconscient psychique existe ; et les sciences sociales ne sont possibles que parce qu'il existe aussi un inconscient social : le sens des structures sociales demeure masqué aux acteurs qui les incarnent. Weber reconnaissait déjà cette dimension inconsciente de l'action sociale : la sociologie doit rechercher la signification de l'acte, même si celle-ci est dissimulée à l'agent.

B. Le problème de la multiplicité des interprétations

1. La sous-détermination

Max Weber reconnaissait d'ailleurs, parmi les difficultés liées à l'interprétation, cette difficulté particulière : un même comportement peut avoir des significations très différentes. Ceci révèle un caractère fondamental de l'interprétation : pour qu'il y ait interprétation au sens fort il faut que la signification du texte soit *sous-déterminée* par le texte, c'est-à-dire que plusieurs significations puissent être attribuées au texte. On ne peut alors pas savoir avec certitude quel est le sens du texte. Plusieurs sens pourraient convenir. On parle de *sous-détermination* : de la sous-détermination découle la multiplicité des interprétations.

---

[19] Emile Durkheim, *Les Règles de la méthode sociologique* (1895), VI, 2.

[20] Cf. manuel p. 259.

Or pour qu'il y ait sous-détermination, il faut en quelque sorte passer d'un monde limité à un monde plus vaste, il faut ajouter au moins une « dimension ». Par exemple, la perception visuelle reçoit un « texte » à deux dimensions et doit le transposer dans un espace à trois dimensions. Le degré de liberté (3 - 2 = 1) restant apparaît de manière très nette dans l'expérience du bouchon de champagne, où nous avons le choix entre deux interprétations : ou bien le petit cercle est devant le grand cercle, ou bien il est derrière.

Cette multiplicité des interprétations est un résultat ambigu. D'un côté, on peut se réjouir de la richesse, de la profondeur infinie du monde[21] qui apparaît ainsi. C'est l'attitude que semble adopter Nietzsche :

> Tout au contraire le monde, pour nous, est redevenu infini, en ce sens que nous ne pouvons pas écarter la possibilité qu'il *renferme en lui une infinité d'interprétations*. Nous sommes repris du grand frisson.
>
> Friedrich Nietzsche, *Le Gai savoir*, § 374

Mais la multiplicité des interprétations pose un grave problème : comment choisir la bonne interprétation ? Il y a deux manières de répondre à ce problème : ou bien on cherchera des principes pratiques qui permettront, dans chaque cas, de choisir la bonne interprétation ; ou bien on rejettera carrément toute interprétation, en disant qu'une interprétation ne s'appuie sur rien et n'est donc pas scientifique. Cette seconde thèse est celle des positiviste, qui voulaient faire de la philosophie une science rigoureuse en la débarrassant des questions métaphysiques dépourvues, selon eux, de sens. Mais voyons d'abord la première solution.

2. Principes herméneutiques

Les principes d'interprétation sont au nombre de deux. Le *principe de charité* concerne l'interprétation des productions spirituelles. Il stipule que l'on doit supposer que l'esprit à l'origine des signes interprétés « a raison », c'est-à-dire qu'il est rationnel, cohérent. Initialement, ce principe vient de l'exégèse[22] biblique : puisque la Bible était censée venir de Dieu, on supposait qu'elle était cohérente et rationnelle. Si elle semblait incohérente, il fallait donc trouver une interprétation qui la rende cohérente.

Ce principe s'est ensuite transmis à l'ensemble de la tradition herméneutique occidentale, et il se retrouve en salle de classe, au collège, en cours de français, quand lors d'une explication de texte vous vous écriez soudain : « Mais l'auteur n'a sûrement pas pensé tout ça ! », et que votre professeur vous répond : « Il faut supposer que si, il faut supposer que l'auteur a tout compris. » De manière générale, en art et en philosophie on applique ce principe : quand une œuvre semble incohérente il faut chercher une interprétation qui la rende cohérente ; quand on découvre une nouvelle signification d'une œuvre d'art on peut supposer, ne serait-ce que par « charité » ou bénéfice du doute, que l'auteur y avait pensé.

Le philosophe américain contemporain Donald Davidson a remis au goût du jour ce principe de charité, en montrant qu'il était nécessaire d'y faire appel pour interpréter le comportement des personnes afin d'éviter les indéterminations.

Dans les sciences de la nature, il ne saurait y avoir un tel principe, car l'objet étudié n'est pas un esprit (bien que le monde ait pu être interprété comme la production d'un esprit). L'exigence de cohérence et de rationalité y est d'ailleurs présente, à titre de condition générale de la pensée : nous ne pourrions pas penser le monde s'il n'était pas cohérent. Mais cela, comme nous l'avons vu en parlant de la logique, est un principe normatif de la pensée plutôt qu'un principe descriptif portant sur le monde.

---

[21] « Le monde est profond / Plus profond que n'a pensé le jour » (Nietzsche, *Ainsi parlait Zarathoustra*, IV, « La chanson ivre »).

[22] L'analyse des textes.

Le principe plus significatif qui est utilisé pour départager différentes théories est plutôt le principe de *simplicité*. Comme son nom l'indique, il s'agit de retenir la théorie la plus simple, la plus économe. On y voit d'ailleurs parfois une exigence esthétique : car ce qui est le plus simple est souvent aussi ce qui est le plus élégant. Voilà une passerelle commode pour traduire ce principe dans une perspective théologique !

3. Renoncer à l'interprétation : positivisme et béhaviorisme

Partons d'un exemple introduit par le philosophe américain contemporain Willard Quine pour illustrer l'indétermination de l'interprétation : il prend l'exemple de la traduction et montre que toute traduction est indéterminée, même dans les cas les plus simples. C'est la thèse de l'*indétermination de la traduction*. Supposons un explorateur qui découvre un nouveau peuple dont il ignore absolument la langue. Il voit qu'en présence d'un lapin, ces indigènes disent « *gavagaï* ». Il pourra suppose que « *gavagaï* » signifie « lapin » ou « tiens, voici un lapin ». Mais rien ne prouve que cela ne signifie pas plutôt « voici une partie de lapin » ou « voici un segment temporel de lapin ». Ce que veut dire Quine par cet exemple étrange, c'est que nous ne pouvons savoir quelles sont les pensées exactes d'un locuteur, même si nous connaissons parfaitement sa langue : les états mentaux sont plus riches que les mots, donc ils restent sous-déterminés par nos expressions verbales. Mieux, il n'y a même peut-être aucun sens à chercher la véritable « signification » d'une phrase, il suffirait de s'en tenir à identifier la situation qui la produit (ici, l'apparition d'un lapin).

On rejoint ici les réflexions de Wittgenstein : si nous supposons que ce que nous disons a une véritable signification idéale, comment déterminer cette signification ? Cette signification renvoie à ce qui *se passerait* dans certaines circonstances déterminées, par exemple si un jour un lapin était démembré. Mais alors pour connaître le sens exact de ce que l'on dit, ou pour comprendre véritablement une règle, il faudrait une infinité d'applications. Ce qui est impossible et paradoxal. En réalité, il faut admettre qu'une telle signification idéale n'existe pas, et s'en tenir à l'observation du comportement, sur le mode béhavioriste.

Plus généralement, le positivisme remonte à Newton et à l'idée de renoncer aux questions métaphysiques, considérées comme insolubles, voire dénuées de sens, pour se concentrer sur les questions susceptibles de recevoir une réponse expérimentale. Après Newton, Kant a fait un grand pas dans cette voie, en pointant les limites de la connaissance humaine : nous ne pouvons connaître que ce qui est l'objet d'une intuition, que cette intuition soit a priori (intuition de l'espace et du temps, qui donne lieu aux mathématiques) ou a posteriori (intuition empirique qui donne lieu aux sciences naturelles). Auguste Comte, qui introduit le terme « positivisme », s'inscrit lui aussi dans cette critique de la métaphysique. Comme Newton il renonce à sonder les « causes » et se contente de décrire des « lois ». Il ne faut pas poser la question insoluble et non scientifique du « pourquoi ? » mais se contenter de la question du « comment ? ». Comte distingue trois âges du savoir : l'âge théologique, l'âge métaphysique et l'âge positif (ou scientifique). Charles Peirce, philosophe américain de la fin du XIXe siècle, poursuit le développement du positivisme en établissant des liens étroits entre connaissance et expérience : pour commencer, notre idée d'un objet n'est rien d'autre que l'ensemble des effets pratiques possibles que nous attribuons à cet objet. Une cerise n'est rien en dehors des expériences qu'elle est susceptible de produire (paraître rouge à la vue, ferme au toucher, sucrée au goût, etc.). Par conséquent, deux croyances ne se distinguent que si elles produisent des comportements (hypothétiques) distincts : « il n'y a pas de différence de signification si infime qu'elle ne produise pas de différence pratique ». Ces principes posent les fondements du *pragmatisme*, que Peirce présente comme une méthode pour établir le sens des mots, et qui consiste à ancrer (« fonder ») ce sens dans l'action.

C'est sans doute avec la philosophie de Ludwig Wittgenstein que le positivisme parvient à son point culminant. Les positivistes logique du Cercle de Vienne (Carnap, Neurath, Popper dans un premier temps, etc.) s'inspirent en effet directement du *Tractatus logico-philosophicus* paru en 1922.

Le positivisme de Wittgenstein repose sur une conception très rigoureuse du langage et de la logique. C'est une théorie de l'*isomorphisme* logique entre le langage et le monde : le langage est l'image des faits. Il est comme un tableau qui correspond terme à terme au monde (ex : la proposition « le chat est sur le tapis » met en relation deux objets).

Par conséquent, si le langage est bien formé toute proposition correspond à un fait et peut être vérifiée. Par conséquent il n'y a pas d'énigme : toute question qui peut être proprement posée peut aussi recevoir une réponse. La philosophie ne dit donc rien : il n'y a pas de vérités philosophiques, il n'y a que des vérités scientifiques – des propositions correspondant à un fait. Si la philosophie sert à quelque chose, c'est seulement à clarifier la pensée. Les problèmes philosophiques ne sont rien d'autre que des problèmes de langage. La philosophie est une thérapeutique qui vise à guérir l'homme qui a tendance à s'embrouiller en mélangeant différents jeux de langage.

Cette conception limpide du langage laisse toutefois la place à de l'indicible. L'indicible ne peut être *dit*, mais il peut être *montré*. C'est ce que Wittgenstein appelle le « mystique ». En particulier, la *forme logique* de la proposition ne peut être énoncée[23]. Mais rien de tel que de lire directement Wittgenstein :

> La proposition n'exprime quelque chose que pour autant qu'elle est une image.
>
> 4.031 – (…) Au lieu de dire : cette proposition a tel ou tel sens, on dira mieux : cette proposition représente tel ou tel état de choses.
>
> 4.0311 – Un nom tient lieu d'une chose, un autre d'une autre chose et ces noms sont liés entre eux, ainsi le tout – telle une image vivante – représente l'état de choses.
>
> 4.0312 – La possibilité de la proposition repose sur le principe de la représentation d'objets par des signes.
>
> Ma pensée fondamentale est (…) que la *logique* des faits ne se laisse pas représenter. (…)
>
> 4.1 – La proposition représente l'existence et la non-existence des états de choses.
>
> 4.11 – La totalité des propositions vraies constitue la totalité des sciences de la nature.
>
> 4.111 – La philosophie n'est aucune des sciences de la nature. (Le mot « philosophie » doit désigner quelque chose qui est au-dessus ou au-dessous, mais non pas à côté des sciences de la nature.)
>
> 4.112 – Le but de la philosophie est la clarification logique de la pensée.
>
> La philosophie n'est pas une doctrine mais une activité.
>
> Une œuvre philosophique consiste essentiellement en élucidations.
>
> Le résultat de la philosophie n'est pas un nombre de « propositions philosophiques », mais le fait que des propositions s'éclaircissent.
>
> La philosophie a pour but de rendre claires et de délimiter rigoureusement les pensées qui autrement, pour ainsi dire, sont troubles et floues.
>
> 4.113 – La philosophie limite le domaine discutable des sciences de la nature.
>
> 4.114 – Elle doit délimiter le concevable, et, de la sorte, l'inconcevable. Elle doit limiter de l'intérieur l'inconcevable par le concevable.
>
> 4.115 – Elle signifiera l'indicible, en représentant clairement le dicible.
>
> 4.116 – Tout ce qui peut être en somme pensé, peut être clairement pensé. Tout ce qui se laisse exprimer se laisse clairement exprimer.
>
> 4.12 – La proposition peut représenter la réalité totale, mais elle ne peut représenter ce qu'il faut qu'elle ait en commun avec la réalité pour pouvoir la représenter – la forme logique.
>
> 4.121 – (…) Ce qui se reflète dans le langage, le langage ne peut le représenter.
>
> Ce qui s'exprime *soi-même* dans le langage, *nous-mêmes* ne pouvons l'exprimer par le langage.
>
> La proposition *montre* la forme logique de la réalité. Elle l'exhibe.

[23] Cela renvoie, outre au soleil de l'allégorie de la caverne et autres arguments kantiens sur le sujet transcendantal, à cette formule d'Einstein : « Ce qu'il y a d'incompréhensible dans le monde, c'est que le monde soit compréhensible. »

4.1212 – Ce qui *peut* être montré *ne peut pas* être dit. (…)

6.5 – Une réponse qui ne peut être exprimée suppose une question qui elle non plus ne peut être exprimée. *L'énigme* n'existe pas. Si une question se peut absolument poser, elle *peut* aussi trouver sa réponse.

6.51 – Le scepticisme *n'est pas* réfutable, mais est évidemment dépourvu de sens s'il s'avise de douter là où il ne peut être posé de question. Car le doute ne peut exister que là où il y a une question ; une question que là où il y a une réponse, et celle-ci que là où quelque chose *peut* être *dit*. (…)

6.521 – La solution du problème de la vie se remarque à la disparition de ce problème. (N'est-ce pas là la raison pour laquelle des hommes pour qui le sens de la vie est devenu clair au terme d'un doute prolongé n'ont pu dire ensuite en quoi consistait ce sens ?)

6.522 – Il y a assurément de l'inexprimable. Celui-ci se *montre*, il est l'élément mystique.

6.53 – La juste méthode en philosophie serait en somme la suivante : ne rien dire sinon ce qui se peut dire, donc les propositions des sciences de la nature – donc quelque chose qui n'a rien à voir avec la philosophie – et puis à chaque fois qu'un autre voudrait dire quelque chose de métaphysique, lui démontrer qu'il n'a pas donné de signification à certains signes dans ses propositions. Cette méthode ne serait pas satisfaisante pour l'autre – il n'aurait pas le sentiment que nous lui enseignons de la philosophie – mais *elle* serait la seule rigoureusement juste.

6.54 – Mes propositions sont élucidantes à partir de ce fait que celui qui me comprend les reconnaît à la fin pour des non-sens, si, passant par elles, sur elles, par-dessus elles, il est monté pour en sortir. Il faut qu'il surmonte ces propositions ; alors il acquiert une juste vision du monde.

7. – Sur ce dont on ne peut parler, il faut se taire.

Ludwig Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus* (1921)

Disons simplement, pour conclure sur cette idée positiviste de renoncer à l'interprétation, qu'elle est sans doute impraticable : car même les sciences, au fond, pratiquent l'interprétation. Les faits ne nous limitent jamais à une unique théorie, toute théorie est sous-déterminée par l'expérience. Et il ne saurait en être autrement, puisque la théorie se déploie dans un espace ayant un nombre de « dimensions » potentiellement infini : l'espace de la pensée.

[4. Nietzsche : tout est interprétation. Cf. annexe. Le langage interprète. La science interprète. Toute connaissance est perspective.]

Conclusion : l'hypothèse du rêve

Revenons, pour conclure cette odyssée à travers les trois grands types de sciences, à notre question de départ : le monde n'est-il qu'un rêve ? Cette question, on s'en rend compte à présent, est une question d'interprétation. Dire que le monde « existe » ou non, c'est une question d'interprétation.

Nous avons vu en tout cas l'échec de la méthode idéaliste. Les idées ne tombent pas du ciel, mais montent de la terre mouvante. La solution positiviste à cette question est de renoncer à l'idée d'un fondement absolu, ou plutôt de se « fonder » sur le simple champ des expériences, c'est-à-dire sur le monde des apparences, ce que Husserl appelle le *Lebenswelt*, le monde de la vie : décrivons le rêve. C'est ce que se propose de faire la science. Neurath propose une image pour illustrer la situation du philosophe : nous sommes sur un bateau (la théorie, notre conception du monde), et nous le réparons morceau par morceau, mais nous ne pouvons pas mettre pied à terre pour le construire à partir de zéro. Nous ne pouvons pas sortir de notre propre théorie, nous ne pouvons que la modifier de l'intérieur, afin de la faire mieux correspondre aux données expérimentales. On retrouve l'idée herméneutique d'une circularité, mais qui n'est pas nécessairement vicieuse : Heidegger aurait donc raison en disant que la structure du comprendre est plus fondamentale que celle de la science ?[24]

Autrement dit, il n'y a pas de réponse à l'hypothèse du rêve. Tout ce que l'on peut dire, c'est que si *tout* est illusion, alors c'est en un sens différent du sens courant. Parce qu'au sens courant, une perception est une illusion si elle ne correspond pas *aux autres perceptions*. Alors que dans l'hypothèse du rêve, les perceptions *en général* ne correspondent pas à *autre chose*, une autre chose qui nous est parfaitement inconnue. La condition pour être trompé, c'est qu'on ne le soit pas toujours. Putnam a cru pouvoir réfuter ainsi l'hypothèse du rêve : si nous étions des cerveaux dans une cuve connectés à un ordinateur, ce que nous appelons « cuve » désigne en réalité un élément d'un programme informatique ; par conséquent nous ne sommes pas des cerveaux dans une cuve, car nous ne sommes pas dans l'ordinateur. C'est-à-dire que l'hypothèse du rêve remet en cause l'ensemble de notre pensée et de notre discours.

Ceux qui trouveraient cet argument peu concluant peuvent se contenter de répondre par le principe de simplicité, ou par le principe pragmatique suivant : je ne sais pas si ce monde est un rêve ou non, mais même s'il n'est qu'un rêve, il m'importe davantage que cette réalité qui ne me concerne pas.

Annexes

Résumé

Introduction : l'hypothèse du rêve
- Le monde pourrait n'être qu'un rêve : rêve de papillon, allégorie de la caverne, doute de Descartes, *Matrix*.
- Réponse idéaliste : *Idées* de Platon, cogito de Descartes : certitudes innées indépendantes des sens.

I. Les sciences déductives [la démonstration]
A. La logique
1. Présentation
- science du *logos* : du discours et de la pensée

a. La logique d'Aristote
- la proposition : sujet, copule, prédicat (Socrate est mortel)
- qualité (affirmative ou négative), quantité (universelle, particulière, singulière)
- syllogisme : validité et vérité
- sophismes, paralogismes et paradoxes

b. Gottlob Frege
- le concept est une fonction : suppression de la copule : Socrate est mortel => M(s) ; informatique
- logique des relations : f(x,y)

c. Le formalisme logique
- symbolisme
- tables de vérité
- lois de transformation : $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

2. Vérité et validité
- la logique étudie la validité : elle ne dit rien de la vérité, elle ne dit rien du monde ; elle assure seulement les conditions de la pensée et du langage (cohérence)
- elle fait œuvre de clarté afin d'éviter les erreurs logiques (ex : argument ontologique)

3. Les limites de la démonstration
- les principes sur lesquels repose toute démonstrations ne peuvent être démontrés (régression à l'infini)
- le plus évident ne peut être démontré

4. Les « premiers principes », ou principes logiques
- trois principes logiques fondamentaux : principe d'identité (toute chose est identique à elle-même : $A = A$), principe de contradiction (on ne peut dire une chose et son contraire : $\neg(A \circ \neg A)$) et principe du tiers exclu (toute proposition est vraie ou fausse : $A \vee \neg A$)

[24] Cf. annexe, le cercle herméneutique.

5. L'intuition, principe des principes
- les principes sont connus par intuition : on les reconnaît comme condition de la pensée
- on peut aussi considérer qu'ils sont connus par induction

6. La logique ne dit rien sur le monde
- les principes logiques sont des tautologies, ils sont vides de sens (mais pas dénués de sens) car ils ne disent rien sur le monde (Wittgenstein)
- ce sont des jugements analytiques (règlent le langage) et non des jugements synthétiques (décrivent le monde)

7. La valeur de la logique
- clarifier la pensée
- positivisme logique

B. Les mathématiques
- problème : comment des connaissances innées (jugements synthétiques a priori) sont-elles possibles ?

1. Présentation
- prestige des mathématiques : efficacité et rigueur
- grande puissance et généralité des mathématiques

2. Quel est le fondement des mathématiques ?
- Platon : la réminiscence
- plus précisément : intuition de l'espace, du nombre, du temps
- notion primitive : semence de vérité (Descartes), vérité du cœur (Pascal), intuition a priori (Kant)
- l'idée d'espace ne peut venir de l'expérience car elle en est la condition (Kant)

3. La crise de la représentation
- mais voilà que les « vérités du cœur » se révèlent fausses : cas de la géométrie euclidienne
- les idées mathématiques ne sont ni divines ni innées : elles viennent de l'expérience, d'où leur vérité, limitée d'ailleurs à l'expérience ordinaire
- réfutation des arguments de Kant (Freud, Piaget)

4. Les limites de la logique
- crise de confiance et tentative de réduire les mathématiques à la logique
- paradoxe des classes
- théorèmes d'incomplétude de Gödel (1931) : tout système formel un peu élaboré est incomplet (il y a du valide qui est indémontrable) et il ne peut pas démontrer sa consistance (il ne peut pas démontrer que toute formule déductible est valide) par ses propres moyens
- autres grandes limites de la connaissance

Conclusion : la notion de système formel
- axiomes et règles de transformation
- interprétation : pas de correspondance (isomorphisme) a priori

II. Les sciences naturelles [la raison et le réel]
- opposition philosophique : idéalisme et empirisme

A. L'idéalisme : le système déductif de Descartes

1. Les sens sont trompeurs
- tout change
- illusions des sens : illusions d'optique, etc.

2. Il y a des connaissances innées
- il y a des connaissances a priori : ex : mathématiques

3. La perception elle-même est intellectuelle
- c'est l'esprit qui connaît vraiment : ex : morceau de cire (Descartes)
- c'est l'esprit qui constitue l'objet en synthétisant les sensations : ex : table (Husserl)

4. Le système déductif du savoir (Descartes)
- semences de vérité à partir desquelles on pourrait déduire toute la science

B. L'empirisme : le système hypothético-déductif de Newton

1. Il n'y a pas de connaissance a priori
- le démenti des mathématiques

2. La raison elle-même provient de l'expérience
- l'expérience corrige l'expérience
- nos idées viennent de l'expérience (espace, nombre, temps, tout et partie, etc.)

3. Le système hypothético-déductif de Newton
- observation, induction, hypothèse, déduction, vérification
- Newton renonce à la métaphysique, à la recherche de la nature profonde des choses, il se contente de décrire les lois observables

C. Le problème de l'induction

1. Le problème de l'induction

- l'induction n'est pas rigoureuse, pas valide : elle ne repose sur rien, sinon sur l'induction elle-même : circularité

2. La validité de l'induction dépend du cadre théorique

- dans certains cas, une expérience suffit, dans d'autres une multitude ne suffit pas (Mill) : la fiabilité de l'induction dépend de nos hypothèses sur les lois qui régissent les phénomènes

3. La solution de Popper

- on ne peut pas prouver une loi scientifique issue de l'induction mais on peut la réfuter
- la falsifiabilité est le critère de la scientificité (exclut l'astrologie, le marxisme, le freudisme, le darwinisme)
- il n'y a pas de vérité scientifique prouvée, seulement des hypothèses en sursis : est tenu pour vrai ce dont la fausseté n'est pas prouvée

4. Les limites de la falsifiabilité

- certaines théories ne sont pas scientifiques au sens de Popper mais utiles quand même : donnent un cadre général de recherche (ex : darwinisme)
- bien distinguer falsifiabilité en droit et en fait : la théorie doit être réfutable en droit, mas nécessairement en fait
- holisme épistémologique : la théorie affronte *groupée* le tribunal de l'expérience
- les lois induites ont une part « positive » de vérité : elles ne sont pas falsifiées mais précisées par la nouvelle théorie

III. L'interprétation [les sciences humaines]

A. Les différents types d'interprétations

1. Typologie générale

- exemples : œuvre d'art, texte, production humaine, action, monde lui-même

2. Un exemple privilégié : les sciences humaines

- expliquer et comprendre (Dilthey, Weber)

3. Interprétation et inconscient

- l'interprétation suppose l'inconscient

B. Le problème de la multiplicité des interprétations

1. La sous-détermination

- sous-détermination, multiplicité des interprétations : passage dans un espace plus riche, plus vaste
- richesse du monde : il est infini car on peut lui donner une infinité d'interprétations (Nietzsche)
- problème : comment choisir la bonne interprétation ?

2. Principes herméneutiques

- principe de charité : supposer que la signification existe, et est rationnelle (origine théologique)
- principe de simplicité : en science : on retient la théorie la plus simple qui rende compte des faits

3. Renoncer à l'interprétation : positivisme et béhaviorisme

- idée de renoncer à l'interprétation, à l'indécidable ; s'en tenir à ce qui est vérifiable
- le positivisme : lier la pensée à l'action pour exclure la « métaphysique » vide de sens
- mais une signification peut être liée à une série infinie d'expériences (notion de loi scientifique, de règle chez Wittgenstein)

Conclusion : l'hypothèse du rêve

- la réponse idéaliste ne fonctionne pas vraiment
- pas de réponse : on peut se proposer de prendre le rêve (monde des apparences, *Lebenswelt*) pour fondement (Husserl) : se contenter de décrire le rêve ; d'ailleurs le reste ne nous concerne pas
- si tout est illusion, c'est en un sens différent que si seulement *certaines* pensées sont illusoires
- argument de Putnam : si le monde est autre chose, nous ne pouvons penser cette chose
- image du bateau : pas de fondement ; mais la circularité n'est pas forcément vicieuse (on retrouve l'idée herméneutique de cercle)

Compléments de logique

Le principe du tiers exclu

Le principe du tiers exclu est un principe logique moins fondamental que le principe d'identité et le principe de contradiction, car il peut être remis en question dans certains cas, et on peut même construire des systèmes logiques qui le récusent et admettent *trois* valeurs de vérité (vrai, faux, indécidable).

Aristote remarquait déjà que ce principe soulevait des paradoxes liés au devenir : par exemple, si aujourd'hui il est possible qu'une bataille navale ait lieu demain, et que le lendemain la bataille navale n'a pas lieu, il n'est plus vrai qu'il est possible qu'elle ait lieu.

Pour éviter ce problème, un moyen simple serait d'admettre qu'il existe des propositions dont la vérité est indéterminée. Cet exemple nous montre un fait fondamental : la grande difficulté que la pensée a à appréhender le temps. Par nature, la pensée se place hors du temps, elle est intemporelle.

Le rejet du principe du tiers exclu permettrait d'ailleurs d'éviter certains paradoxes comme le paradoxe du menteur : on pourrait admettre que la proposition « je mens » n'est tout simplement ni vraie ni fausse.

La logique trivalente, qui rejette le principe du tiers exclu pour faire une place au possible ou à l'indécidable, fait partie des logiques modernes alternatives, avec par exemple la logique modale (qui traite de la nécessité) et la logique floue (dans laquelle il y a une infinité d'intermédiaires entre le vrai et le faux).

L'axiomatisation de l'arithmétique par Peano

Le logicien italien Peano a réduit toutes les mathématiques à une arithmétique axiomatisable en 5 axiomes. Le système final contient 3 indéfinissables (« idées primitives ») : 0, le concept de nombre entier et l'opération de successeur immédiat. Les 5 axiomes sont les suivants :
(1) 0 est un nombre
(2) si n est un nombre, le successeur immédiat de n est un nombre
(3) si deux nombres ont le même successeur, ces deux nombres sont identiques
(4) 0 n'est le successeur d'aucun nombre
(5) si S est une classe à laquelle 0 appartient ainsi que le successeur de chaque nombre appartenant à S, alors chaque nombre appartient à S

A partir de ce résultat, Frege et Russell voulurent définir logiquement les 3 idées primitives et prouver logiquement les 5 axiomes pour réduire l'arithmétique à la logique. Outre le paradoxe des classes, Russell s'est heurté à certains axiomes irréductibles à des intuitions logiques simples.

Petits jeux logiques et mathématiques

Une devinette : vous êtes face à deux portes. Vous savez que l'une mène en enfer, l'autre au paradis, mais vous ne savez pas laquelle est la bonne. Devant chaque porte il y a un garde. Vous savez que l'un des gardes ment toujours, et que l'autre dit toujours la vérité ; mais vous ne savez pas lequel est lequel. Vous n'avez le droit de poser qu'une seule question pour savoir quelle est la bonne porte. Quelle est la question qui peut vous tirer d'affaire ? Réponse en annexe.

Autre exercice : constituez 4 triangles avec 6 allumettes.

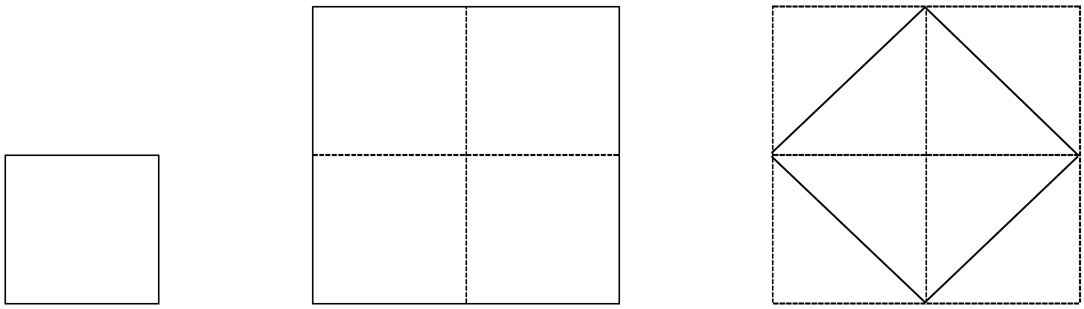
Autre exercice : les deux puzzles triangulaires. [cf. images jointes.]

Compléments mathématiques

Théories et astuces mathématiques

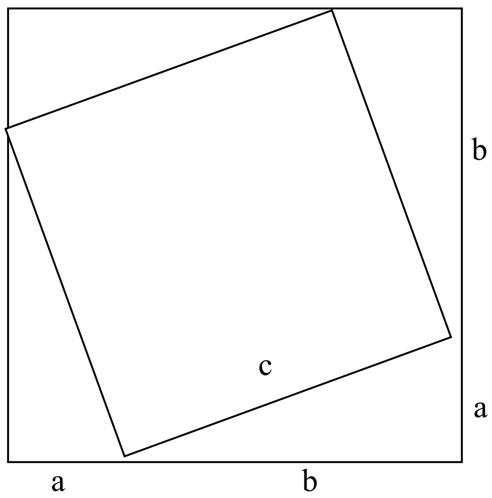
- Théorème de Thalès : dans un triangle, la droite qui relie les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté et elle mesure la moitié de ce troisième côté.
- Thalès a mesuré le diamètre de la Terre en comparant deux ombres dans deux villes assez lointaines. [Schéma]
- On dit que Thalès est tombé dans un puits alors qu'il contemplait les étoiles. Mais à un ami qui lui disait que sa philosophie ne servait à rien, il répondit qu'avec elle il pouvait faire fortune quand il voulait. Comme l'autre restait incrédule, il dut le prouver : il loua tous les pressoirs de la région à bas prix car les récoltes étaient mauvaises ; l'année suivante la saison

fut exceptionnellement bonne et il tira une fortune de ses pressoirs. Il avait prévu l'évolution du temps grâce à sa science de la météorologie.
- Dans le *Ménon*, Platon montre comment un simple esclave sans éducation retrouve une démonstration mathématique. Il s'agit de tracer un carré dont la surface soit le double d'un carré donné. Le jeune homme commence par doubler le côté du carré, mais il se rend compte qu'ainsi il obtient un carré dont la surface vaut *quatre* fois celle du premier carré. Alors il coupe chaque carré en deux en diagonale, et démontre ainsi un cas particulier du théorème de Pythagore :



Carré de départ. Surface quadruple. Surface double.

Le cas général est le suivant :



Démonstration du théorème de Pythagore :

Pour tout triangle rectangle de côtés droits a et b on peut construire la figure ci-contre. La figure centrale est un carré (démonstration facile).
La surface du grand carré vaut $(a + b)^2$ et la surface du petit carré vaut c^2. La surface des quatre triangles vaut la différence, soit $(a + b)^2 - c^2 = a^2 + b^2 + 2ab - c^2$.
On sait par ailleurs que la surface de chaque rectangle vaut ab/2. Donc la surface des quatre triangles vaut $4 \times ab/2 = 2ab$.
Par conséquent $2ab = a^2 + b^2 + 2ab - c^2$, donc $a^2 + b^2 = c^2$.

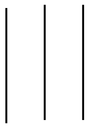
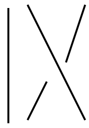
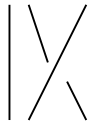
Pour tout triangle rectangle de côtés droits a et b on a donc l'équation suivante : $a^2 + b^2 = c^2$.

- Les nombres imaginaires (i est tel que $i^2 = -1$) permettent de résoudre certains calculs en faisant un détour par des nombres qui n'existent pas du tout, qui sont purement fictifs, opératoires.
- Calcul infinitésimal.
- La théorie des groupes est peut-être le meilleur exemple de la généralité des mathématiques. Un groupe est un ensemble d'éléments, parfaitement indéterminés (ce pourrait être absolument n'importe quoi, pas seulement des nombres), muni d'une loi interne, c'est-à-dire une loi qui à deux éléments du groupe G associe un élément du même groupe. Cette loi, que l'on peut noter + ou * (le choix des signes est purement conventionnel), vérifie les propriétés suivantes :

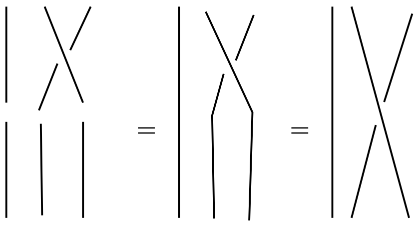
(1) pour tout a il existe un élément neutre, noté e, tel que : $a * e = e * a = a$
(2) pour tout a il existe un inverse, noté a', tel que $a * a' = a' * a = e$

On voit que la multiplication et l'addition sont des lois de ce genre : l'élément neutre de l'addition est 0, tandis que l'élément neutre de la multiplication est 1. En effet, si on ajoute 0 à n'importe quel nombre on obtient le même nombre, et si on multiplie n'importe quel nombre par 1 on obtient aussi le même nombre.

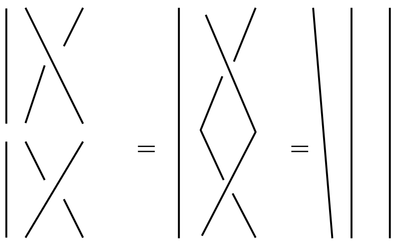
Ce qu'il est remarquable de voir, c'est que cette théorie peut s'appliquer à autre chose qu'à des nombres, par exemple à des nœuds. On peut définir la loi « * » comme le fait de mettre deux nœuds bout à bout. On trouve alors que

e =  , et pour a =  on trouve a' = 

En effet,

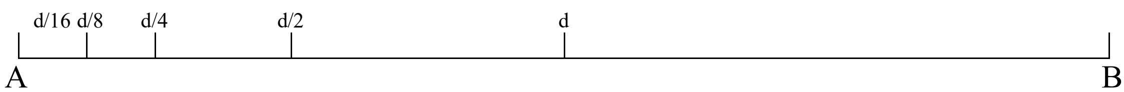
a * e =  = a

et

a * a' =  = e

Paradoxes et calculs mathématiques liés à l'infini

- Paradoxe de Zénon : le mouvement est impossible, car pour qu'un corps parcoure une distance d il doit d'abord en parcourir la moitié ; mais pour parcourir cette première moitié il doit d'abord en parcourir la moitié ; et on peut réitérer le raisonnement à l'infini, de sorte que le corps doit parcourir un nombre infini d'espace, ce qui est impossible en un temps fini. Donc le mouvement est impossible.



La solution est la suivante : certes, le nombre de distances à franchir tend vers l'infini, mais la longueur de ces distances tend vers zéro, dans un rapport tel que les deux infinis s'annulent et que la somme infinie de termes infiniment petit est finie (exactement comme la somme de la série $1/2^n$, qui tend vers 1 bien que ses termes soient en nombre infini).

- Au XIX[e] siècle, le mathématicien Georg Cantor a entraîné une véritable révolution en découvrant le calcul *transfini*, qui permet de travailler sur des nombres infinis. L'idée de base est qu'il n'est pas nécessaire de compter les éléments de deux ensembles pour pouvoir les comparer : on peut se contenter de mettre leurs éléments en *bijection*, c'est-à-dire de les grouper deux à deux. Si c'est possible, sans résidu de part et d'autre, alors les deux ensembles ont le même nombre d'éléments. Ainsi, on aboutit au résultat surprenant que l'ensemble des entiers naturels a le même cardinal (infini) que l'ensemble des nombres pairs. A chaque entier *n* on peut en effet associer le nombre pair 2*n* :

Nombres entiers : 1, 2, 3, 4, 5, … n …
Nombres pairs : 2, 4, 6, 8, 10, … 2n …

Ce résultat montre que dans certains cas, le fameux axiome d'Euclide selon lequel « le tout est plus grand que la partie » est faux. On peut démontrer, de la même manière, qu'une droit infinie et un cercle ont le même cardinal, c'est-à-dire qu'ils « contiennent » le même nombre (infini) d'éléments. Mais cet infini est « plus grand » que l'infini des entiers naturels. La conjecture de Cantor, toujours pas démontrée à ce jour, est qu'il n'y a pas d'infini entre l'infini des entiers naturels et l'infini de la droite. Pour prouver l'existence d'un infini supérieur à l'infini des entiers naturels, voici une démonstration simple :

Soit la suite Sn donc chaque terme est une suite infinie quelconque de 0 et de 1 :
S1 : **1**, 0, 0, 1, 1, …
S2 : 1, **0**, 0, 1, 0, …
S3 : 0, 1, **1**, 1, 1, …
Le cardinal de Sn est égal à celui des entiers naturels, car on peut mettre ces ensembles en bijection (Sn ↔ n). Or le nombre total de suites de 0 et de 1 possible est supérieur au cardinal de Sn, car il existe une telle suite qui n'est pas dans Sn : nous pouvons la construire, il suffit de suivre la diagonale des suites Sn et de prendre à chaque fois l'autre élément que celui qui apparaît : dans notre exemple on aura S' = 0, 1, 0, … Par conséquent S' diffère de S1 car son premier terme n'est pas le même ; elle diffère de S2 car son deuxième terme n'est pas le même que S2 ; elle diffère de S3 car son troisième terme en diffère ; etc. Donc Sn ne contient pas S', donc il existe un ensemble plus grand que Sn.

Ces calculs sur l'infini n'ont pas pour seul intérêt de montrer que nos idées les plus fondamentales peuvent parfois être remises en cause. Ils ont aussi des conséquences philosophiques importantes, car ils nous permettent d'éviter certaines erreurs lorsque l'on raisonne sur l'infini. Par exemple, Nietzsche croit pouvoir démontrer la nécessité de l'éternel retour en arguant de l'infinité temporelle de l'univers. Mais il faut comparer cet infini au nombre de possibilités d'évolution de l'univers. En particulier, s'il se trouve que l'univers contient de la matière en quantité infinie, alors l'argument de Nietzsche ne fonctionne pas : il faut comparer l'infini « matériel » et l'infini « temporel » pour savoir si l'infini temporel est « assez long » pour couvrir toutes les configurations possibles de l'univers…

Postulats de la géométrie euclidienne :

(1) On peut mener un segment de droite d'un point quelconque à un point quelconque.
(2) On peut prolonger un segment de droite par un segment qui le continue dans la même direction.
(3) On peut tracer un cercle de centre quelconque et de rayon quelconque.
(4) Tous les angles droits sont égaux entre eux.
(5) Si deux droites du plan sont coupées par une troisième, et si les angles intérieurs d'un même côté de la sécante font ensemble moins de deux droits, alors les deux premières droites se rencontrent du même côté où les angles font moins de deux droits.
Autre formulation : Une droite et un point étant donnés, il passe par le point une unique parallèle à la droite.

Notions de physique

Quelques vérités scientifiques étonnantes

Voici quelques thèses scientifiques qui contredisent notre opinion spontanée :

- La Terre est ronde.
- La Terre tourne : nous nous déplaçons à 1000 km/h.
- Principe d'inertie : tout corps persiste dans son mouvement, sauf s'il en est empêché. Une balle lancée en l'air dans un train retombe dans la main du lanceur : du point de vue du train, sa trajectoire est verticale ; du point de vue de la voie, elle décrit une parabole. Applications du principe d'inertie : le bélier.
- La vitesse de la chute des corps ne dépend pas de leur masse. Car pour une force donnée appliquée à un corps, l'accélération est d'autant plus faible que l'objet est massif : il est plus difficile de mettre un objet massif en mouvement qu'un objet léger. Galilée aurait vérifié cette loi en laissant tomber deux boules, l'une en terre et l'une en fer, du haut de la tour de Pise : quoique de masses différentes, elles atteignirent le sol au même instant.
- La matière est constituée essentiellement de vide : le rayon d'un atome fait 100 000 fois le rayon de son noyau. Si le noyau était de la taille d'une bille de cartouche d'encre, l'électron graviterait à cent mètres de lui.
- Le métal semble plus froid que le bois, alors qu'ils ont la même température. C'est seulement que le métal conduit la chaleur, alors que le bois l'isole, de sorte que quand nous touchons du bois nous sentons notre propre chaleur.
- La pression atmosphérique est énorme, de l'ordre de plusieurs centaines de kilogrammes par centimètre carré. Une expérience facile le montre : remplissez un verre d'eau à ras bord, posez un petit carton à la surface et retournez-le, une main sur le carton ; enlevez votre main… et l'eau reste dans le verre. C'est la pression atmosphérique qui l'y retient. Une autre expérience célèbre, dite des « hémisphères de Magdebourg », a été faite en 1654 : deux demi sphères métalliques ont été appliquées l'une contre l'autre, un joint assurant l'étanchéité à l'air. Puis on fit le vide en aspirant l'air contenu par la sphère ainsi constituée grâce à une petite pompe. On mit alors 8 chevaux de chaque côté, chacun tirant sur une sphère, pour essayer de séparer les deux parties ; ils ne purent y parvenir, tant la pression atmosphérique exerce une force puissante sur les sphères. Bref, nous sommes comme des poissons au fond de l'océan, nous ne nous rendons pas compte de la pression qui règne car nous y sommes habitués.
- Les avions volent car leurs ailes sont bombées, de sorte que les molécules d'air qui passent au-dessus de l'aile parcourent une distance plus grande, et vont donc plus vite, que celles qui passent dessous. Or la pression exercée par un fluide décroît avec sa vitesse. Par conséquent il en résulte une force qui tire l'avion vers le haut et l'empêche de tomber. C'est le phénomène de la *portance*. Pour l'expérimenter, suspendez deux pommes par des fils et soufflez entre elles : elles se rapprochent. Ou approchez le dos d'une petite cuillère du jet d'eau du robinet : la cuillère est aspirée. On ressent également ce phénomène dans le train, quand on croise un autre train.
- Une toupie coloriée aux couleurs de l'arc-en-ciel paraît blanche quand elle tourne (synthèse additive des couleurs) alors que si on mélange des peintures de toutes les couleurs on obtient du noir (synthèse soustractive).
- La réfraction : la lumière emprunte le chemin le plus court d'un point à un autre. De sorte que si elle change de milieu, elle dévie sa trajectoire, comme le nageur qui voit qu'on lui pique ses affaires et qui, au lieu de nager droit vers le voleur, nage d'abord droit vers la plage, puis court, car il va plus vite sur le sable que sur l'eau. Ce phénomène explique de multiples illusions d'optique (mirages, bâton dans l'eau qui paraît cassé).
- La vitesse des molécules de l'air (diazote et dioxygène) est de l'ordre de 350 m/s, c'est-à-dire environ la vitesse du son.

L'espace et le temps

- Espace et temps ne sont pas un cadre absolu dans lequel se déroulent les phénomènes : ils sont liés et dépendent eux-mêmes des phénomènes, de la répartition de la matière. Ils sont relatifs au mouvement. L'espace se ramène à des mouvements possibles et à des comparaisons de corps (ex : appliquer une règle à un objet), et le temps se ramène à des comparaisons de mouvements (ex : comparer deux horloges). Sans mouvement, il n'y aurait pas de temps.
- L'espace est-il absolu ? Une expérience de pensée permet de cerner les deux visions possibles. Si nous faisons tourner un seau d'eau sur lui-même, la surface de l'eau se creuse sous l'effet de la force centrifuge. Mais d'après la relativité du mouvement, le point de vue du seau d'eau et celui de l'univers sont équivalents : on pourrait aussi bien dire que c'est l'univers qui tourne autour du seau d'eau. Mais alors pourquoi l'eau se creuse-t-elle ? On peut penser que c'est à cause de la matière environnante. Sinon, il faudrait admettre que même si le seau d'eau était le seul objet de l'univers, la surface de l'eau se creuserait quand même, alors que rien ne permettrait de savoir que le seau est en mouvement. Ceux qui conçoivent l'espace comme un cadre absolu (Newton) admettent ce résultat ; ceux qui pensent que l'espace est relatif à la matière (Leibniz, Mach, Einstein) affirment au contraire que si on supprimait une à une les étoiles de l'univers on verrait la surface de l'eau s'aplatir, puis devenir parfaitement plate au moment où on enlève la dernière étoile…

Autres théories fondamentales

- **Naissance de la vie** : expérience de Miller (1958). Apparition d'acides aminés dans une « soupe primitive » (eau, ammoniac, méthane, dioxyde de carbone) soumis à des décharges électriques.
- Physique newtonienne : $a = F/m$ et $F = G.m.m'/r^2$. Par conséquent à la surface de la Terre la force subie par un corps de masse m vaut mg (avec g constante, $g \approx 10$) et son accélération vaut g. Par intégration, la loi temporelle de la chute d'un corps dans le vide (on néglige les frottements) est donc $v = gt + v0$ (première intégration). Si la vitesse initiale est nulle $x = gt^2/2 + h$ (deuxième intégration). La distance parcourue par un corps en chute libre est donc proportionnelle au carré du temps de la chute.
- La classification périodique des éléments par Mendeleïev.
- La physique explique tous les phénomènes avec quatre forces fondamentales : nucléaire faible, nucléaire forte, électromagnétique, gravitationnelle. La force « de tous les jours », celle qui fait qu'un corps en repousse un autre, est la force électromagnétique.

Illusions d'optiques

Cf. fichier joint : illustrations.
- Dessins qui nous trompent sur la longueur, sur la courbure d'une forme ; ou sur la couleur.
- Les trompe-l'œil.
- Dessins qui peuvent se voir de deux manières :
  - canard / lapin
  - jeune femme / vieille femme
  - surréalisme : Dalí (*Métamorphose de Narcisse*, cygnes qui se reflètent en éléphants, Magritte (rue-toit)
- Objets qui peuvent se voir de deux manières : bouchon de champagne.
- Dessins incohérents :
  - volumes impossibles : triangle, cube, tour à trois piliers en bas, mais deux piliers en haut…
  - dessins d'Escher : cascade, mains s'entre-dessinant

Enseignements philosophiques à en tirer :
- Nous ne percevons pas d'abord des parties, à partir desquelles notre esprit constituerait le tout, la perception totale. Au contraire nous percevons d'abord le tout, et *c'est seulement à partir du tout que nous percevons les parties*. On parle du « holisme » de la perception. C'est l'école psychologique de la « *Gestalt theorie* » (théorie de la forme) qui a mis ce résultat en lumière au début du XXe siècle. Cela rejoint d'ailleurs la thèse du « morceau de cire » de Descartes, selon laquelle on ne perçoit pas par les sens mais par l'esprit. Et cela pose aussi de savoir *qui* nous trompe : les sens, ou l'esprit ?
- La diversité des interprétations. Mais aussi la limite du nombre d'interprétations possibles, qui est donnée par la richesse, le « nombre de dimensions » de l'espace d'arrivée.
- L'analogie entre la circularité paradoxale des dessins d'Escher et la circularité des paradoxes logiques[25].

La relativité d'Einstein

Le théorème de l'addition des vitesses

Selon la théorie de base – la relativité de Galilée – les vitesses s'additionnent : si je marche à 3 km/h dans un train qui avance à 100 km/h, ma vitesse par rapport au sol est de 103 km/h. Car si j'étais immobile, en une heure je parcourrais 100 km. Mais en marchant, en une heure j'avance de 3 km dans le train (imaginons un long train !). Donc au total, en une heure j'aurais parcouru 103 km.

[25] Cf. l'ouvrage brillant de Douglas Hofstadter, *Escher, Gödel, Bach*, qui découvre des analogie entre le dessin, la musique et la logique.

La constance de la vitesse de la lumière

La vitesse de la lumière dans le vide est une constante, qu'on note *c* et qui vaut environ 300000 km/s. La vitesse de la lumière dans le vide est donc la même, quel que soit le référentiel dans lequel on la mesure.

Contradiction entre ces deux principes

Or ces deux principes sont en contradiction. En effet, selon le théorème de l'addition des vitesses, les rayons lumineux qui partent d'une ampoule située dans le train devraient se déplacer, par rapport au sol, à plus de 300 000 km/s (à 300 000 km/s + 100 km/h).

La vitesse de la lumière est une vitesse limite, elle ne peut pas être dépassée. Les rayons lumineux qui partent d'une ampoule dans un train se déplacent à la vitesse de la lumière par rapport au train mais *aussi par rapport au sol* ! Comment est-ce possible, alors que le train est en mouvement par rapport au sol ? C'est absolument incompréhensible. C'est ce problème qui se pose à Einstein.

Selon le principe d'inertie, tout corps qui n'est soumis à aucune force persiste dans son repos ou dans son mouvement linéaire uniforme. De plus, un tel corps constitue un référentiel galiléen, et tout référentiel en mouvement linéaire uniforme par rapport à un référentiel galiléen est encore un référentiel galiléen.

Le principe de relativité (au sens de Galilée) affirme que les lois de la physique sont les mêmes dans tout référentiel galiléen. De deux choses l'une : ou bien le principe de relativité au sens de Galilée est faux, ou bien la vitesse de la lumière dans le vide n'est pas constante.

Mais la constance de la vitesse de la lumière dans le vide est indiscutable (expériences de Lorentz). Par conséquent on était plutôt porté à rejeter le principe de relativité.

La solution

La théorie de la relativité montre qu'il n'y a aucune incompatibilité entre le principe de relativité et la constance de la vitesse de la lumière. En fait, c'est le théorème d'addition des vitesses qui est faux. Si je marche dans un train à 3 km/h, ma vitesse par rapport au sol n'est pas 103 km/h. Comment est-ce possible ? Nous avons pourtant vu à quel point ce résultat semblait évident. Comment peut-il être faux ?

Le problème vient de ce que nous supposons implicitement, dans ce raisonnement par lequel nous additionnons les vitesses, un espace et un temps absolu. Or l'espace et le temps ne sont pas absolus. Si je me déplace à 3 km/h par rapport au train, je ne me déplace pas à 3 km/h de plus par rapport à la campagne, parce que le temps du train et les distances du train ne sont pas les mêmes si on les mesure depuis la campagne. Expliquons cela.

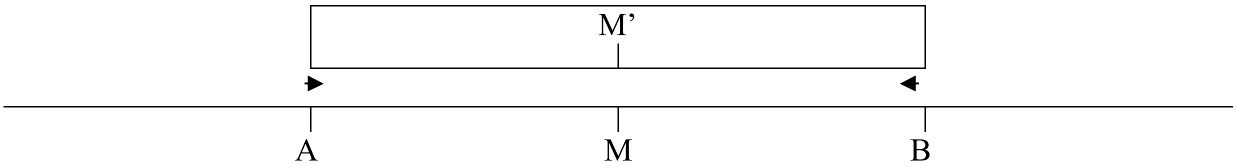
La simultanéité (donc le temps) est relative à un référentiel

Nous avons une notion implicite d'un espace et d'un temps absolus, comme un cadre immuable dans lequel tous les phénomènes se déroulent. Par exemple, pour le temps, nous avons une notion naturelle de *simultanéité*. Nous pensons que cela a un sens clair de dire que deux événements sont simultanés. Mais qu'est-ce que cela signifie ? Qu'est-ce que cela signifie, de dire que deux événements ont lieu en même temps ? Comment le vérifier ? Il faut définir cette notion de manière expérimentale pour qu'elle ait un sens précis.

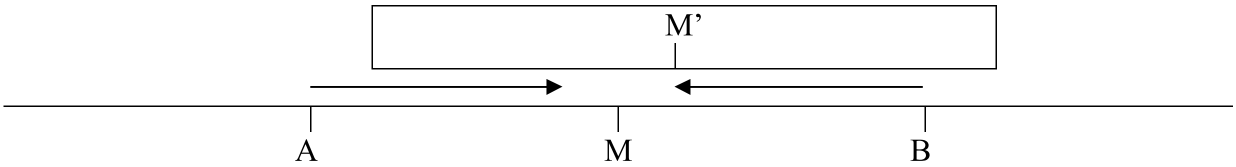
On pourrait définir la simultanéité de la manière suivante. Supposons que la foudre tombe en deux endroits A et B de la voie. Comment savoir si ces deux événements sont simultanés ? On pourrait mesurer la distance entre A et B, se placer à mi-chemin entre eux (appelons ce point le point M) et dire que si on voit, depuis ce point, la foudre en même temps de chaque côté, alors les éclairs sont simultanés. Ainsi nous avons trouvé une méthode rigoureuse pour définir la simultanéité.

Question : deux événements simultanés *par rapport à la voie* sont-ils aussi simultanés *par rapport au train* ? La réponse est négative. Soit M' le milieu de AB dans le train. Si celui qui est dans le train (en M') restait en M, les deux rayons l'atteindraient en même temps. Mais cet observateur court vers le point B et s'éloigne du point A. Il verra donc le rayon venu de B en premier (car il va à sa rencontre). Donc les observateurs qui sont dans le train diront que l'éclair survenu en B est antérieur à celui survenu en A.

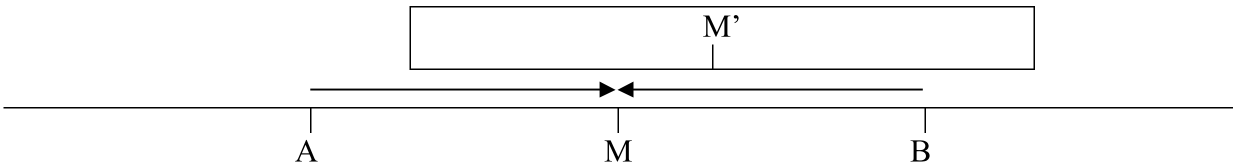
Les rayons lumineux partent des points A et B :



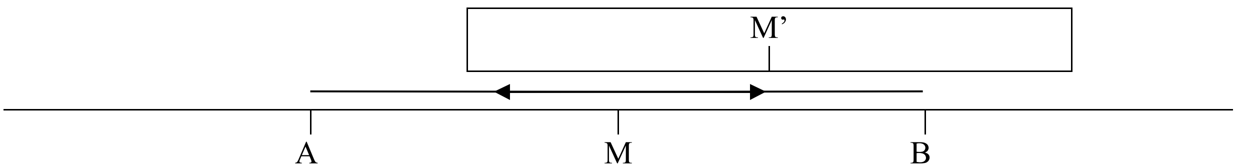
Le rayon lumineux venu de B atteint le point M' :



Les rayons lumineux atteignent simultanément le point M :



Le rayon lumineux venu de A atteint le point M' :



Donc des événements qui sont simultanés par rapport à la voie ferrée ne sont pas simultanés par rapport au train (et inversement). *La simultanéité est relative au référentiel choisi*. Chaque système de référence a son temps propre. Si on rejette l'idée naturelle qu'il existe un seul temps, il n'y a plus de conflit entre le principe de relativité (classique) et la loi de propagation de la lumière dans le vide.

Celui qui marche dans le train parcourt, en une seconde, une distance *d*. Nous en avons conclu qu'il parcourt cette distance *aussi en une seconde* par rapport à la voie. Mais la durée d'un événement n'est pas la même par rapport au train et par rapport à la voie.

Cette déconstruction du concept de simultanéité constitue un exemple frappant illustrant le principe positiviste selon lequel *le sens d'un énoncé, c'est sa méthode de vérification* : la signification du concept de simultanéité n'est rien d'autre que les expériences possibles par lesquelles nous vérifions et utilisons ce concept. De manière plus générale, être et temps ne sont rien de plus que des êtres d'imagination, ou de comparaison[26], qui procèdent de la comparaison de corps (espace) ou de mouvements (temps).

[26] Selon la formule utilisée par Spinoza dans sa lettre (n° 12) à Louis Meyer.

L'espace aussi est relatif au référentiel choisi

De plus la distance mesurée dans le train n'est pas nécessairement égale à la distance mesurée sur le talus. Supposons que l'on veuille mesurer le train. Depuis le train : on peut le mesurer facilement, avec une règle. Depuis le talus : on peut déterminer les points A et B qui coïncident avec les extrémités du train à un instant donné *du point de vue du talus*. On mesure alors la distance entre A et B. Mais on ne trouve pas la même méthode qu'avec la méthode précédente.

Si l'on rejette l'idée d'un espace et d'un temps absolus, le théorème de l'addition des vitesses n'est plus valable, donc la contradiction disparaît.

Attention : les différences d'espace et de temps *apparaissent*, et *seulement du point de vue* de l'autre référentiel ! Il n'y a pas une variation « en soi » du temps ou des grandeurs.

Formalisation mathématique

On peut formaliser mathématiquement tout cela. Appelons K le référentiel terrestre et K' le référentiel du train. K' se déplace selon l'axe des x à la vitesse v.

La « transformation de Lorentz » est un système d'équations qui nous donne les coordonnées (x', y', z', t') dans K' de tout événement en fonction de ses coordonnées (x, y, z, t) dans K.

$$x' = x - vt / \sqrt{(1 - v^2/c^2)}$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = (t - vx/c^2) / \sqrt{(1 - v^2/c^2)}$$

On vérifie facilement qu'un rayon lumineux qui se déplace, dans K, à la vitesse c (équation : $x = ct$) se déplace aussi, dans K', à la vitesse c (équation : $x' = ct'$). Exercice : vérifiez-le. (Montrez que si $x = ct$ alors $x' = ct'$.)

On peut montrer également qu'une règle orientée selon l'axe des x mesurant 1 mètre et restant immobile dans K', donc se déplaçant à la vitesse v dans K, mesure $\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ mètre dans K. Elle est donc plus courte que la même règle au repos, et d'autant plus courte que son mouvement est rapide. A la limite, si elle se déplace à la vitesse de la lumière, sa longueur est nulle !

Réciproquement, une règle de 1 mètre dans K mesure $\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ mètre dans K'. La situation est donc parfaitement symétrique, ce qui est conforme au principe de relativité. Cela montre que le train raccourcit par rapport au talus, mais le talus raccourcit aussi par rapport au train !

De même, une horloge sur K' semble ralentir si on l'observe depuis K : l'intervalle de temps qui sépare deux battements successifs n'est pas une seconde mais $1 / \sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ secondes, c'est-à-dire un temps un peu plus long. A la limite, c'est-à-dire si elle se déplaçait à la vitesse de la lumière, l'horloge *paraîtrait* arrêtée.

Enfin, on peut en conclure le résultat suivant : si un mobile se déplace à w dans K', sa vitesse dans K est $W = v + w / (1 + vw/c^2)$. Selon la relativité galiléenne (théorème de l'addition des vitesses), $W = v + w$. L'expérience *cruciale* réalisée par Fizeau, consistant à mesurer la vitesse de la lumière dans un fluide en mouvement, confirma que c'est Einstein qui a raison contre Galilée.

La relativité générale

Tout ceci ne concerne que la relativité restreinte. La théorie de la relativité générale généralise ce résultat aux référentiels non galiléens, c'est-à-dire aux référentiels en accélération. Elle montre que l'accélération et la gravité sont essentiellement la même chose : de sorte qu'on peut dire qu'un objet massif a pour effet de déformer l'espace-temps, ce qui entraîne un champ gravitationnel. Bref, ressentir la pesanteur terrestre, c'est tout comme être dans un vaisseau qui accélère constamment avec l'accélération g : aucune différence n'est perceptible entre ces deux expériences.

Compléments sur l'interprétation

Exemples

Passer d'un donné (un texte) à une théorie, quelque chose de plus vaste.
Exemples :

- **œuvres d'art**

- textes : Bible. Cf. Dante. 4 niveaux de lecture.
- (*Rêve causé par le vol d'une guêpe* de Dali) (Kafka : surréaliste ; annonce le totalitarisme ; humoriste) (René Girard : Stendhal) (*Mulholland Drive*)
- interprétation d'une œuvre musicale, d'une recette de cuisine

- **perception** : bouchon de champagne ; gens qui marchent au loin dans la rue (s'éloignent-ils ou viennent-ils vers nous ?).
- orientation : sortir dans la rue
- **monde** : hypothèse du rêve ; religion ; matérialisme et spiritualisme ; espace et temps ; interprétation des systèmes formels ; désir comme excès ou comme manque ; l'objet du désir et de la volonté (vie, conservation, éternité, passé, puissance ?) ; le sens de la vie, le sens du monde et de l'histoire
- langage : le langage est la première interprétation du monde – en concepts (Gadamer, manuel TES p. 340).
- **comportement** humain : sciences humaines ; et même étiologie, animaux (ex : poisson).

Le cercle herméneutique

Le *cercle herméneutique* est un fameux problème d'origine théologique qui s'énonce ainsi : pour croire il faut comprendre, mais pour comprendre il faut croire. Il y a donc circularité. Heidegger, dans ses analyses phénoménologiques, a rencontré ce cercle : pour comprendre l'être il faut l'avoir déjà compris, il faut déjà en avoir un entente préontologique (c'est-à-dire intuitive, non explicitée en concepts précis).

Mais, dit Heidegger, il ne faut pas voir dans ce cercle un cercle vicieux ou une imperfection de la science herméneutique. Il ne faut pas chercher à supprimer ce cercle pour calquer l'interprétation sur le modèle des autres sciences. Ce sont au contraire les sciences qui sont dérivées et moins parfaites que l'herméneutique. L'explication dérive du comprendre, qui est la forme authentique et originaire de la pensée. Loin de fuir le cercle, il faut entrer résolument dedans et apprendre à s'y mouvoir[27].

On peut aussi penser à Platon, qui considère qu'avoir déjà connu une chose est la condition de la recherche et de la connaissance, ce qui nous mène à la formulation la plus générale du cercle herméneutique : pour comprendre une chose il faut l'avoir déjà comprise, *pour apprendre il faut déjà connaître*.

Interprétation et sciences de la nature

Les sciences de la nature doivent aussi être interprétées : on peut, selon Nietzsche, interpréter le monde tel que nous le découvre la science physique de deux manières : ou bien on adoptera une vision égalitaire (ou totalitaire) en disant que la même loi s'applique à tous les êtres ; ou bien on adoptera une vision anarchiste et on dira que les lois font absolument défaut, chaque force va au bout de ses conséquences, la tyrannie triomphe toujours quant elle le peut :

> [Le cours du monde] est « nécessaire » et « prévisible », non pas toutefois parce qu'il est soumis à des lois, mais parce que les lois y font absolument *défaut* et que toute force, à chaque instant, va jusqu'au bout de ses conséquences. En admettant que ceci aussi ne soit qu'une interprétation – et n'est-ce pas ce que vous vous empresserez de me répondre ? – eh bien, tant mieux. –
>
> Friedrich Nietzsche, *Par-delà bien et mal*, § 22

[27] Martin Heidegger, *Être et temps*, § 32.

Sujets de dissertation

La raison et le réel

Les sens sont-ils trompeurs ? Nos sens sont-ils fiables ? Puis-je faire confiance à mes sens ?	Les sens
L'expérience est-elle la seule source de nos connaissances ? Quel rôle joue l'expérience dans la connaissance des hommes ? Quel enseignement peut-on recevoir de l'expérience ? Une théorie sans expérience nous apprend-elle quelque chose ? La théorie permet-elle de négliger l'expérience ? Suffit-il de voir pour savoir ? L'expérience instruit-elle ? Est-ce le recours à l'expérience qui garantit le caractère scientifique d'une théorie ?	Expérience et connaissance
L'expérience peut-elle se définir comme soumission aux faits ? Peut-on penser contre l'expérience ? En quel sens peut-on dire qu'on « expérimente avec sa raison » ?	Expérience et pensée
L'expérience familière est-elle le commencement de la science ? Quelle différence peut-on établir entre « avoir de l'expérience » et « faire une expérience » ? **A quelles conditions une expérience est-elle scientifique ?**	Expérience et expérimentation
Le réel se réduit-il à ce que l'on perçoit ? Quand nous percevons, comment savons-nous que nous ne rêvons pas ?	La réalité du monde
L'opinion est-elle une connaissance ? L'usage de la raison suppose-t-il le rejet de toute croyance ? A quoi reconnaît-on qu'un discours est scientifique ?	La scientificité
Peut-on faire un mauvais usage de la raison ? Toutes les expériences scientifiques sont-elles légitimes ? Dans quelle mesure le recours à l'expérience est-il justifié ?	Rationalité et morale
Peut-on avoir raison tout seul ? Quelles réflexions vous inspire la phrase d'Einstein : « Ce qu'il y a d'incompréhensible dans le monde, c'est que le monde soit compréhensible » ? A quelles conditions une expérience est-elle communicable ?	Autres

La démonstration

Qu'est-ce que démontrer ? La démonstration est-elle affaire de cohérence ? Fournir un exemple, est-ce constituer une preuve ?	Définition
Y a-t-il des limites à la démonstration ? Peut-on tout démontrer ? Faut-il tout démontrer ? Faut-il chercher à tout démontrer ? Où doit commencer et où doit s'arrêter une démonstration ?	Limites
Le discours rationnel peut-il se passer d'un recours à la persuasion ? Suffit-il de démontrer pour avérer ? Faut-il démontrer pour convaincre ?	Démontrer, convaincre
Penser, est-ce calculer ? D'où vient le prestige des mathématiques ?	Autres

L'interprétation

Tout texte doit-il être interprété ? **L'objectivité nous est-elle accessible ou tout est-il interprété ?** « Il n'y a pas de faits, il n'y a que des interprétations. » Expliquez et, si besoin est, discutez cette affirmation d'un philosophe. Doit-on interpréter pour comprendre ?	Faut-il tout interpréter ?
Dans quelle mesure peut-on parler d'une « science » de l'homme ? N'y a-t-il de connaissance que scientifique ?	Scientificité de

Faut-il distinguer une interprétation d'une explication ?	l'interprétation
L'ambiguïté des mots peut-elle être féconde ? Tout peut-il être rationalisé ? Peut-on tout expliquer et tout comprendre ? Pourquoi une œuvre d'art est-elle susceptible de plusieurs interprétations ?	Autres