

BACCALAURÉAT
SESSION 2022

Fomesoutra.com
sa soutra !

Durée : 4 H
Coefficient : 4

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

*Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3, 3 sur 3 et une feuille annexe à rendre avec la copie. Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.*

EXERCICE 1 (2 points)

On donne les groupes de mots (la droite de régression, des primitives, une bijection, fonction dérivable, extremum relatif) et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous :

N°	Phrases incomplètes
1.	Toute fonction f continue et strictement croissante sur un intervalle K définit de K sur $f(K)$.
2.	Soit (X, Y) une série statistique double ayant une forte corrélation entre X et Y et telle que $V(X) \neq 0$. Une équation de de Y en X est $y = ax + b$ où $a = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)}$ et $b = \bar{Y} - a\bar{X}$, $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ étant les moyennes respectives de X et Y .
3.	Toute fonction continue sur un intervalle I admet sur I .
4.	Toute en un point a est continue en a .

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	A	B	C
1.	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto e^{-2x+5}$ est ...	$x \mapsto -2e^{-2x+5}$.	$x \mapsto \frac{1}{2}e^{-2x+5}$.	$x \mapsto -\frac{1}{2}e^{-2x+5}$.
2.	Les solutions de l'équation différentielle $y'' - 4y = 0$ sont de la forme ...	$x \mapsto ke^{2x} + k'e^{-2x}$ $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.	$x \mapsto k\cos(2x) + k'\sin(2x)$ $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.	$x \mapsto ke^{4x} + k'e^{-4x}$ $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
3.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - e^x)$ est égale à ...	$-\infty$.	$+\infty$.	0.
4.	La forme exponentielle du nombre complexe $-1 + i$ est ...	$2e^{i\frac{\pi}{4}}$.	$\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$.	$\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$.

EXERCICE 3**(3 points)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

A, B, C, D et I sont les points du plan complexe d'affixes respectives : $-\sqrt{2}$; $1 + i$; $1 - i$; $3 + i$ et 1.

- Justifie que le triangle ABC est isocèle en A.
- Soit S la similitude directe du plan d'écriture complexe : $z' = (1 + i)z + 1 - 3i$.
 - Justifie que : $S(D) = D$ et $S(B) = C$.
 - Détermine les éléments caractéristiques de S.
 - Détermine l'image (C') du cercle (C) de diamètre [BD] par S.

EXERCICE 4**(4 points)**

On donne la fonction numérique f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{5x+2}{4x+7}$.

(C) est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

- Sur la feuille annexe à rendre avec la copie, construis à l'aide de (C) et de la droite (D) d'équation $y = x$, les quatre premiers termes u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.
- On admet que la fonction f est dérivable et strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.
 - Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > \frac{1}{2}$.
 - Démontre que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = \frac{2(u_n+1)(-2u_n+1)}{4u_n+7}$.
 - Déduis de 2.a) et 2.b) que la suite (u_n) est décroissante.
- Déduis de 2.a) et 2.c) que la suite (u_n) est convergente.
 - Justifie que la limite de la suite (u_n) est égale à $\frac{1}{2}$.

EXERCICE 5**(4 points)**

Soit f la fonction numérique définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x \ln x - 2x, & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 cm.

- Justifie que f est continue en 0.
 - Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$.
 - Interprète graphiquement le résultat de 1. b).
- On admet que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.
Interprète graphiquement ces résultats.
- On suppose que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
Justifie que : $\forall x \in]0 ; +\infty[, f'(x) = -1 + \ln x$.
 - Étudie les variations de f .
 - Dresse le tableau de variation de f .

4. Trace la courbe (C_f).

(Tu pourras tracer l'axe des abscisses dans le sens de la longueur du papier millimétré).

5. a) À l'aide d'une intégration par parties, justifie que l'intégrale K telle que

$$K = \int_1^2 x \ln x dx \text{ est égale à } 2\ln 2 - \frac{3}{4}.$$

b) On admet que, sur $[1 ; 2]$, (C_f) est au-dessous de l'axe des abscisses (OI).

Calcule l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe (C_f), la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

EXERCICE 6

(5 points)

Lors de la kermesse en fin d'année dans ton lycée, le comité d'organisation a initié un jeu d'adresse.

Le jeu comprend quatre épreuves.

Le joueur reçoit 4 boules après une mise de 100 F CFA.

Une épreuve consiste à lancer une boule dans un trou situé à 10 m.

Le jeu est terminé lorsque le joueur a lancé les quatre boules.

On suppose que les 4 lancers sont indépendants.

À chaque épreuve :

- si le joueur réussit à loger la boule dans le trou, le comité d'organisation lui remet 2 tickets.
- s'il ne réussit pas à loger la boule dans le trou, il ne gagne aucun ticket.

On admet que le joueur a 25% de chance de loger une boule dans le trou.

Le comité d'organisation récompense à hauteur de 2 500 F CFA le joueur qui possède à la fin du jeu au moins 4 tickets.

Un élève affirme qu'un joueur a moins de 20% de chance de gagner les 2 500 F CFA.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non.

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

BACCALAUREAT – SESSION 2022

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 05/07/2022 HEURE : 12H

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

D

CORRIGE	BAREME
Ce barème est national. Il ne peut être modifié. Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute démarche correcte sera acceptée. Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat. A un résultat correct non justifié on incorrèctement justifié on accordera : la moitié des points, sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas on attribuera la note 00 (zéro) Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat.	

CORRIGE

BAREME

EXERCICE 1

- | | |
|--------------------------------------|------|
| 1. Une bijection - - - - - | 0,50 |
| 2. La droite de regression - - - - - | 0,50 |
| 3. des primitives - - - - - | 0,50 |
| 4. fonction dérivable - - - - - | 0,50 |

EXERCICE 2

- | | | | | |
|----|----|----|----|--------|
| 1C | 2A | 3A | 4B | 0,50x4 |
|----|----|----|----|--------|

EXERCICE 3

- 1) $AB = |z_B - z_A| = \sqrt{4+2\sqrt{2}}$ 0,25
 $AC = |z_C - z_A| = \sqrt{4+2\sqrt{2}}$ 0,25
On a $AB = AC$ 0,25
donc le triangle est isocèle en A

- 2) a- $z'_D = (1+i)z_D + 1 - 3i = 3 + i = z_D$ 0,50

Donc $S(D) = D$

- $z'_B = (1+i)z_B + 1 - 3i = 1 - i = z_C$ 0,50

Donc $S(B) = C$

b. les éléments caractéristiques de S :

- | | |
|-------------------------------------|------|
| le centre : D - - - - - | 0,25 |
| le rapport : $\sqrt{2}$ - - - - - | 0,25 |
| l'angle : $\frac{\pi}{4}$ - - - - - | 0,25 |

CORRIGE

BAREME

c. (c') est le cercle de diamètre $[CN]$

0,5

Exercice 4

1/ Voir figure (Annexe) — — —

0,25 x 4

2/a) On a : $U_0 = 4$ et $4 > \frac{1}{2}$ — — —

0,25

Supposons qu'il existe un entier $k \geq 0$ tel que $U_k > \frac{1}{2}$.

Montrons que $U_{k+1} > \frac{1}{2}$

on a : $U_k > \frac{1}{2}$ et f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

donc $f(U_k) > f(\frac{1}{2})$ or $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

alors $U_{k+1} > \frac{1}{2}$

0,50

On conclut que $\forall n \in \mathbb{N}; U_n > \frac{1}{2}$

0,25

b) $\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} - U_n = \frac{-4U_n^2 - 2U_n + 2}{4U_n + 7}$

$U_{n+1} - U_n = \frac{2(U_{n+1} - 2U_n + 1)}{4U_n + 7}$

0,50

c) $\forall n \in \mathbb{N}; -2U_{n+1} < 0$ et $\frac{2(U_{n+1})}{4U_n + 7} > 0$

CORRIGE

BAREME

Donc $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} - u_n < 0$ par

Consequent (u_n) est décroissante.

0,50

3a/ (u_n) est décroissante et minorée par $\frac{1}{2}$ donc

(u_n) converge.

0,50

b/ la limite de (u_n) est une solution de l'équation

$$x \in [0; +\infty[; f(x) = x$$

$$f(x) = x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } \lim u_n = \frac{1}{2}$$

0,50

Exercice 5

$$1/a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \text{ et } f(0) = 0$$

Donc f est continue en 0

0,50

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) - f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} (\ln x - 2) = -\infty$$

0,25

CORRIGE

BAREME

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$ Donc

la courbe (C_f) admet une
demi-tangente verticale au point
d'abscisse 0.

0,25

2/ (C_f) admet une branche
parabolique de direction celle
de (OJ) - - - - -

0,25

3/a) Justification Correcte - - -

0,50

b) f est strictement décroissante
sur $]0; e[$ - - - - -

0,25

f est strictement croissante
sur $]e; +\infty[$

0,25

c)

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	0	$-e$	$+\infty$

0,25

CORRIGE

BAREME

4/ Voir Courbe (cf)

5/a) $K = \int_1^2 x \ln x \, dx$

Posons $u(x) = \ln x$ et $v'(x) = x$
 $u'(x) = \frac{1}{x}$ et $v(x) = \frac{x^2}{2}$

$$K = \left[\frac{1}{2} x^2 \ln x \right]_1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 x \, dx$$

$$K = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$$

b) Soit A l'aire

$$A = -4 \int_1^2 f(x) \, dx \quad \text{cm}^2$$

Soit $I = \int_1^2 f(x) \, dx$

$$I = \int_1^2 x \ln x \, dx - \int_1^2 2x \, dx$$

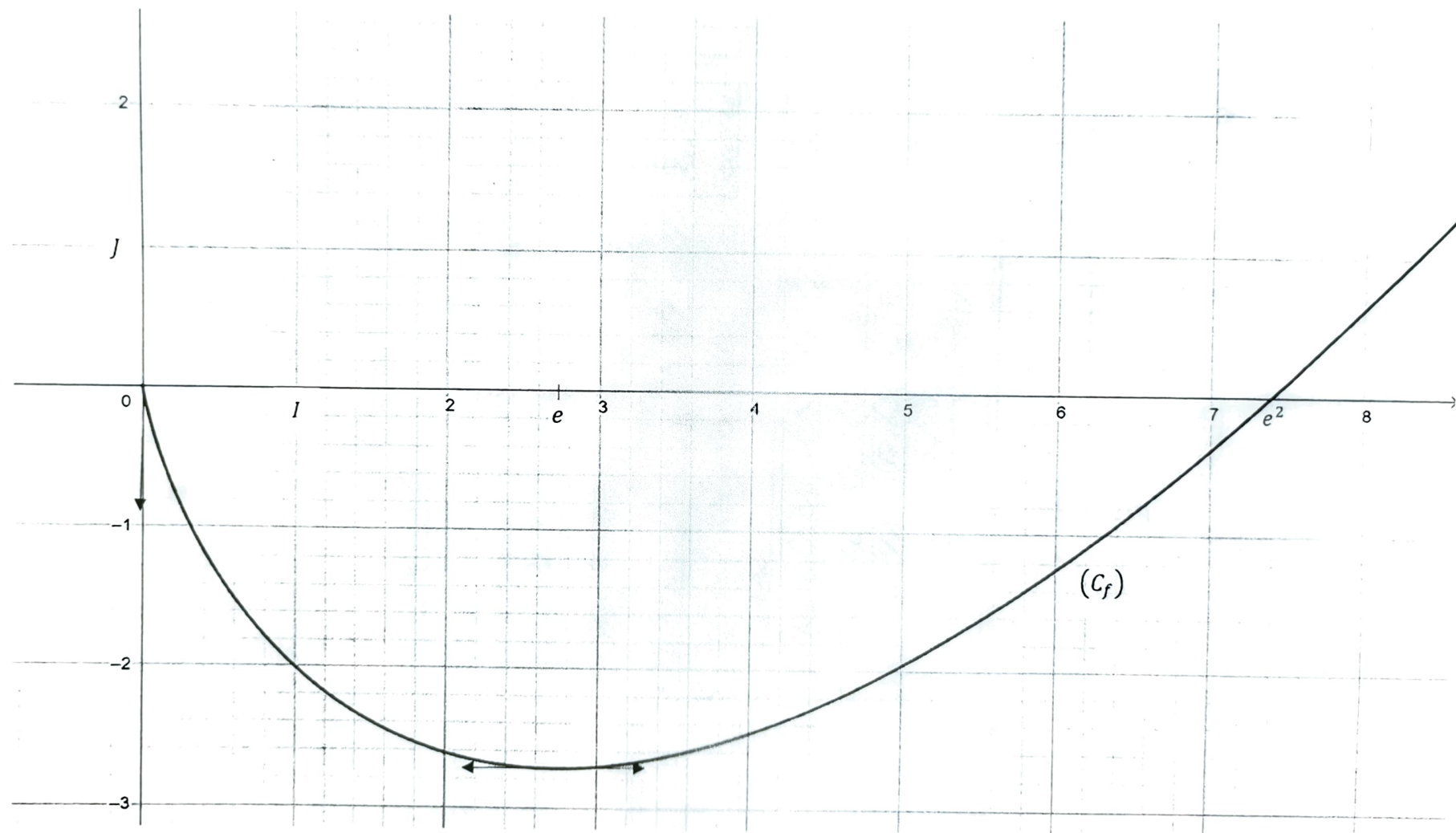
$$I = K - 3$$

$$I = 2 \ln 2 - \frac{15}{4}$$

$$A = -4I \quad \text{cm}^2$$

$$A = (15 - 8 \ln 2) \text{ cm}^2$$

Exercise 5



14/11

CORRIGE

BAREME

Exercice 6

Critères	Indicateurs	
CM1:	• Annonce du titre de la leçon	(0,75 point)
Pertinence	- Pour dire si l'affirmation de l'élève est justifiée ou non, je vais utiliser des notions de <u>probabilité</u>. • <u>Étapes de la résolution du problème</u>	1 ind sur 5 → 0,25
	Pour cela, je vais : - utiliser la variable aléatoire X égale au nombre d'épreuves réussies - déterminer la loi binomiale associée à X - Calculer $P(X \geq 2)$ - Comparer $P(X \geq 2)$ et 0,2	2 ind sur 5 → 0,5
CM2:		3 ind sur 5 → 0,75
Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	- Valeurs prises par X: $0; 1; 2; 3; 4$ - X suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,25$	(2,5 points)

	CORRIGE	BAREME
	- $P(X=k) = C_4^k \times (0,25)^k \times (0,75)^{4-k}$ avec $k \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$. - Obtenir au moins 4 tickets correspond à l'événement $(X \geq 2)$. - Calcul de $P(X \geq 2)$ $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$ $= 0,2617$ - Comparaison de $P(X \geq 2)$ et $0,2$ On a : $P(X \geq 2) > 0,2$	1 ind sur 6 → 1 2 ind sur 6 → 1,5 3 ind sur 6 → 2 4 ind sur 6 → 2,5
CM3:		(1,25 point)
Cohérence de la réponse	- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (la valeur de $P(X \geq 2)$ est exacte) - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (Formules justes même si le modèle est faux)	1 ind sur 4 → 0,75 2 ind sur 4 → 1

CORRIGE

