

Exercice 1

En Côte d'Ivoire le gouvernement, par décret N° 2013-327 mai 2013, a interdit la production, l'importation, la commercialisation, la détention et l'utilisation des sachets plastiques.

L'application du décret a été reportée au 22 novembre 2014.

Au début du mois de juin 2013, un magasin de distribution disposait d'un stock de 740 cartons de sachets plastiques. Depuis lors, l'entreprise a arrêté d'acquérir de nouveaux cartons de sachets plastiques et a suivi l'évolution de son stock pendant six mois en notant, au début de chaque mois, le nombre de cartons de sachets plastiques disponibles.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus.

Mois	Juin 2013	Juillet 2013	Août 2013	Septembre 2013	Octobre 2013	Novembre 2013
Rang x_i du mois	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de cartons de sachets	740	680	650	580	500	450

1. a) Représenter le nuage de points associés à cette série statistique (x_i, y_i) , dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).

(On prendra 2 cm pour un mois en abscisse et 1 cm pour 50 cartons en ordonnée.)

b) Peut-on effectuer un ajustement linéaire de cette série statistique ?

2. Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série et le placer dans le repère (O, I, J).

3. a) Calculer la variance $V(X)$ de X.

b) Calculer la covariance $\text{Cov}(X, Y)$ de cette série statistique double.

(On donnera les résultats sous la forme de fractions irréductibles.)

4. a) Démontrer, par la méthode des moindres carrés, qu'une équation de la droite (D) de

régression de y en x est : $y = -\frac{412}{7}x + 806$.

b) Construire la droite (D) dans le repère (O, I, J).

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r et interpréter le résultat.

5. On suppose que ce modèle reste valable jusqu'à la fin de l'année 2014.

a) Déterminer le rang du mois où le stock sera épuisé.

(On arrondira le résultat à l'unité).

b) L'entreprise pourra-t-elle épuiser son stock avant la date d'entrée en vigueur du décret ?

Exercice 2

Un nouveau marché est en construction dans la commune de Korhogo. Pour acquérir une place dans ce marché, chaque commerçant devra payer la somme de 1 000 000 F CFA.

Madame Boti, une commerçante qui veut une place dans ce marché, s'est engagée à faire un paiement par mensualités, selon les conditions suivantes :

- elle a payé 90 000 F CFA comme première mensualité à la fin du mois de janvier 2015 ;
- chaque mensualité suivante sera égale à la précédente mensualité augmentée de 3 % jusqu'à ce qu'elle finisse de payer.

On désigne a_n la $n^{\text{ième}}$ mensualité.

1. Démontrer que la deuxième mensualité est égale à 92 700 F CFA.
2. a) Démontrer que pour tout entier naturel non nul n , on a : $a_{n+1} = 1,03a_n$.
b) En déduire que $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique, puis préciser sa raison et son premier terme.
3. Exprimer a_n en fonction de n .
4. Justifier que la huitième mensualité est égale à 110 689 F CFA (Arrondir à l'unité).
5. a) Justifier que la somme des n premières mensualités est égale à 3 000 000 $[(1,03)^n - 1]$.
b) Déterminer le nombre de mois nécessaire à Madame Boti pour finir de payer sa place.

Problème

Soit la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-2x + 1)e^x$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est 2 cm.

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. En remarquant que $f(x) = -2xe^x + e^x$, calculer la limite de f en $-\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.
3. a) Démontrer que, pour tout nombre réel x , $f'(x) = -(2x + 1)e^x$.
b) Justifier que, pour tout x élément de $\left]-\infty ; -\frac{1}{2}\right]$, $f'(x) > 0$.
c) Justifier que, pour tout x élément de $\left]-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$, $f'(x) < 0$.
d) Déduire des questions précédentes les variations de f .
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 0.
5. a) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-5	-3	-1	-0,5	0	0,5	1
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$		0,3	1,1		1		-2,7

- b) Construire (T) et $(\mathcal{C})$.
6. Soit F la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = -(2x - 3)e^x$.
a) Démontrer que F est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f .
b) En déduire l'aire de la partie du plan délimitée par $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = -1$ et $x = 0$.
c) Sachant que l'unité d'aire est égale à 4 cm², exprimer l'arrondi de la valeur de l'aire à l'unité près.
(On donne : $e = 2,72$.)