

BACCALAURÉAT
SESSION 2018

Coefficient : 2
Durée : 2 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIES A2-H

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1

1. Vérifie que : $10^3 \times (-10^{-3}) = -1$ et $10^3 - 10^{-3} = 999,999$.
2. Justifie que : $(x + 10^3)(x - 10^{-3}) = x^2 + 999,999x - 1$.
3. Déduis de la question 2 que -10^3 et 10^{-3} sont les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation :
 $x^2 + 999,999x - 1 = 0$.
4. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^{2x} + 999,999e^x - 1 = 0$.

EXERCICE 2

La Commission de discipline d'un lycée a convoqué quatorze (14) élèves, témoins de perturbations de cours dans l'établissement. La Commission a été renseignée sur le fait que cinq (5) de ces témoins ont été complices des faits mais elle ignore leurs identités. Dans le but d'identifier les complices, la Commission a auditionné un groupe de trois élèves pris au hasard parmi les 14.

Les probabilités seront données sous la forme de fractions ayant 182 au dénominateur.

1. Démontre qu'il y a 364 façons de composer ce groupe de trois (3) élèves.
2. On note A l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ». Justifie que la probabilité de A est égale à $\frac{42}{182}$.
3. On note B l'évènement : « Parmi les élèves du groupe choisi figurent exactement deux complices ». Calcule la probabilité de B.
4. On note C l'évènement : « Au moins un élève du groupe choisi est complice ». Calcule la probabilité de C.
5. On note D l'évènement : « Tous les élèves du groupe choisi sont complices ». Démontre que la probabilité de D est égale à $\frac{5}{182}$.
6. On note E l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ou bien ils sont tous complices ». Calcule la probabilité de E.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est : 2 cm.
On donne la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = -x + 3 + \ln(x)$.

On désigne par :

- (C), la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) .
- (T), la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

Partie A

- Calcule $f(1)$
 - Calcule $f(4,50)$ et $f(4,51)$ et donne les résultats arrondis à l'ordre 3.
- Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.
 - Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
- On admettra que pour tout nombre réel strictement positif, $f(x) = x(-1 + \frac{3}{x} + \frac{\ln(x)}{x})$.
Calcule : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Partie B

- On admet que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
Vérifie que, pour tout nombre réel x strictement positif, $f'(x) = \frac{-x + 1}{x}$.
- Étudie les variations de f .
 - Dresse le tableau de variations de f .
- Détermine une équation de (T).
- Justifie que l'équation $f(x) = 0$, admet une solution unique dans l'intervalle $]4,50 ; 4,51[$.
On admet que l'équation $f(x) = 0$, admet une autre solution dans l'intervalle $]0,05 ; 0,06[$.
- Construis la droite (T) et la courbe (C) dans le repère orthonormé (O, I, J) .

BACCALAUREAT - SESSION 2018

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES DATE : 03-07-2018 HEURE : 08h

SÉRIE(S) : A2

CORRIGE ET BAREME

CORRIGE

BAREME

Ce barème est national.
Il ne peut être modifié.
Certaines réponses ont été rédigées à
titre indicatif. Cependant, toute autre
démarche correcte sera acceptée.

Le correcteur devra tenir compte de
la démarche qui a conduit au résultat.

A un résultat correct non justifié ou
incorrectement justifié, on accordera la
moitié des points sauf si la question
est notée sur 0,25. Dans ce cas, on
attribuera la note zéro (0).

Toute faute sera sanctionnée une
seule fois. En conséquence, on appréciera
les réponses en fonction des résultats
obtenus précédemment par le candidat
même si ces résultats intermédiaires
sont faux.

PREUVE : DATE : HEURE : SERIE(S) :

CORRIGE

BAREME

EXERCICE 1 (4 points)

$$1. \left. \begin{aligned} 10^3 \times (-10^{-3}) &= -10^{3-3} \\ &= -10^0 \\ &= -1 \end{aligned} \right\} \longrightarrow$$

0,5

$$\bullet \left. \begin{aligned} 10^3 - 10^{-3} &= 1000 - 0,001 \\ &= 999,999 \end{aligned} \right\} \longrightarrow$$

0,5

$$\begin{aligned} 2. (x+10^3)(x-10^{-3}) &= \\ &= x^2 - 10^{-3}x + 10^3x - 10^{3-3} \\ &= x^2 + (10^3 - 10^{-3})x - 1 \\ &= x^2 + 999,999x - 1 \end{aligned} \longrightarrow$$

0,5

0,5

$$3 - x^2 + 999,999x - 1 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (x+10^3)(x-10^{-3}) = 0 \longrightarrow$$

0,5

$$\Leftrightarrow x = -10^3 \text{ ou } x = 10^{-3} \longrightarrow$$

0,5

$$4 - x \in \mathbb{R}, e^x + 999,999 e^x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x)^2 + 999,999 e^x - 1 = 0$$

$$\text{posons } X = e^x, X^2 + 999,999X - 1 = 0 \longrightarrow$$

0,5

$$\Leftrightarrow X = -10^3 \text{ ou } X = 10^{-3}$$

$$\Leftrightarrow e^x = -10^3 \text{ ou } e^x = 10^{-3}$$

impossible

$$\text{Donc } e^x = 10^{-3}$$

$$\ln e^x = \ln 10^{-3}$$

$$x = -3 \ln 10$$

$$S_R = \{-3 \ln 10\} \longrightarrow$$

0,5

CORRIGE

EXERCICE 2 (6 points)

1- Le nombre de façons de composer ce groupe est le nombre de sous-ensemble de 3 éléments dans un ensemble à 14 éléments

$$C_{14}^3 = \frac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 14 \times 13 \times 2$$

$$= 364$$

$$2- P(A) = \frac{C_9^3}{C_{14}^3}$$

$$C_9^3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2}$$

$$= 12 \times 7 = 84$$

$$P(A) = \frac{84}{364} = \frac{42}{182} = P(A)$$

$$3- P(B) = \frac{C_5^1 \times C_9^1}{C_{14}^5}$$

$$= \frac{10 \times 9}{14 \times 13 \times 2} = \frac{45}{182} = P(B)$$

$$4- P(C) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{42}{182} = \frac{182 - 42}{182} = \frac{140}{182} = P(C)$$

$$5- P(D) = \frac{C_5^3}{C_{14}^5} = \frac{10}{364} = \frac{5}{182}$$

$$P(D) = \frac{5}{182}$$

$$6- P(E) = P(A) + P(D) = \frac{42}{182} + \frac{5}{182} = \frac{47}{182}$$

REUVE :

DATE :

HEURE :

SERIE(S) :

BAREME

CORRIGE

EXERCICE 3

Partie A

$$f(x) = -x + 3 + \ln x$$

$$1- a) f(1) = -1 + 3 + \ln(1)$$

$$f(1) = 2$$

1

$$b) f(4,50) = -4,50 + 3 + \ln(4,50) = 0,004$$

$$f(4,51) = -4,51 + 3 + \ln(4,51) = -0,003$$

0,5

0,5

$$2- a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} -x + 3 + \ln x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} -x + 3 = 3 \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

1

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty \text{ donc la droite d'équation } x=0 \text{ est asymptote à } (C) \rightarrow$$

0,5

$$3- \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(-1 + \frac{3}{x} + \frac{\ln x}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} -1 + \frac{3}{x} + \frac{\ln x}{x} = -1$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

1

Partie B

$$1- \forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = -1 + \frac{1}{x}$$

$$= \frac{-x+1}{x}$$

1

$$2- a) f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x+1=0$$

$$\Leftrightarrow x=1$$

CORRIGE

BAREME

x étant positif, le signe de $\frac{-x+1}{x}$ et le signe de $-x+1$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -x+1 > 0$$

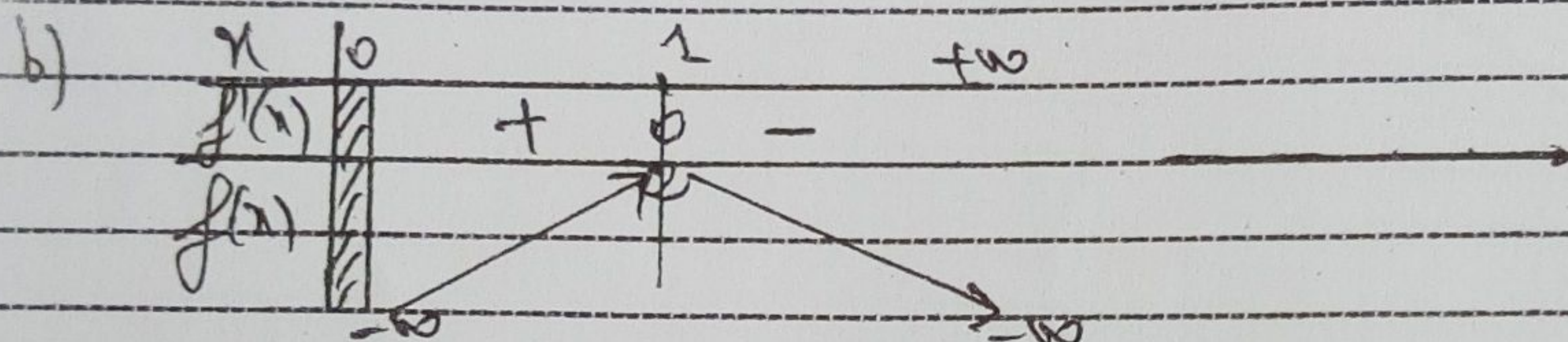
$$\Leftrightarrow -x > -1$$

$$\Leftrightarrow x < 1$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x > 1$$

$\forall x \in]0;1[$, $f'(x) > 0$ donc f est croissante $\rightarrow 0,5$

$\forall x \in]1;+\infty[$, $f'(x) < 0$ donc f est décroissante $\rightarrow 0,5$



1

3) (T) est la tangente à (C) au point d'abscisse 2

$$(T) : y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$f(2) = -2 + 3 + \ln 2$$

$$= 1 + \ln 2$$

$$f'(2) = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x-2) + 1 + \ln 2$$

$$= -\frac{1}{2}x + 1 + 1 + \ln 2$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 + \ln 2$$

0,5

4) f est dérivable et strictement décroissante sur $]1;+\infty[$ et $f(4,50) \times f(4,51) < 0$

(avec $f(4,50) = 0,004$ et $f(4,51) = -0,003$) $\rightarrow 0,5$

5) construction (T), (C)

0,5 + 1

