

BACCALAURÉAT
SESSION 2018

Coefficient : 3
Durée : 3 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.*

EXERCICE 1

1. Vérifie que : $10^3 \times (-10^{-3}) = -1$ et $10^3 - 10^{-3} = 999,999$.
2. Justifie que : $(x + 10^3)(x - 10^{-3}) = x^2 + 999,999x - 1$.
3. Déduis de la question 2 que -10^3 et 10^{-3} sont les solutions dans \mathbb{R} de l'équation :
 $x^2 + 999,999x - 1 = 0$.
4. Résous dans \mathbb{R} , l'équation : $e^{2x} + 999,999e^x - 1 = 0$.

EXERCICE 2

La Commission de discipline d'un lycée a convoqué quatorze (14) élèves, témoins de perturbations de cours dans l'établissement. La Commission a été renseignée sur le fait que cinq (5) de ces témoins ont été complices des faits mais elle ignore leurs identités. Dans le but d'identifier les complices, la Commission a auditionné un groupe de trois élèves pris au hasard parmi les 14.

Les probabilités seront données sous la forme de fractions ayant 182 au dénominateur.

1. Démontre qu'il y a 364 façons de composer ce groupe de trois (3) élèves.
2. On note A l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ». Justifie que la probabilité de A est égale à $\frac{42}{182}$.
3. On note B l'évènement : « Parmi les élèves du groupe choisi figurent exactement deux complices ». Calcule la probabilité de B.
4. On note C l'évènement : « Au moins un élève du groupe choisi est complice ». Calcule la probabilité de C.
5. On note D l'évènement : « Tous les élèves du groupe choisi sont complices ». Démontre que la probabilité de D est égale à $\frac{5}{182}$.
6. On note E l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ou bien ils sont tous complices ». Calcule la probabilité de E.
7. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de complices figurant dans le groupe choisi.

- On admet que les valeurs prises par X sont $0 ; 1 ; 2$ et 3 .
- Établis la loi de probabilité de X .
 (On présentera les résultats dans un tableau.)
 - Détermine l'espérance mathématique de X .

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est : 2 cm.
 On donne la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = -x + 3 + \ln(x)$.

On désigne par :

- (C), la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) .
- (T), la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

Partie A

- Calcule $f(1)$
 - Calcule $f(4,50)$ et $f(4,51)$ et donne les résultats arrondis à l'ordre 3.
- Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.
 - Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
- On admettra que pour tout nombre réel strictement positif, $f(x) = x(-1 + \frac{3}{x} + \frac{\ln(x)}{x})$.
 Calcule : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Partie B

- On admet que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
 Vérifie que, pour tout nombre réel x strictement positif, $f'(x) = \frac{-x+1}{x}$.
- Étudie les variations de f .
 - Dresse le tableau de variations de f .
- Détermine une équation de (T).
- Justifie que l'équation $f(x) = 0$, admet une solution unique dans l'intervalle $]4,50 ; 4,51[$.
 On admet que l'équation $f(x) = 0$, admet une autre solution dans l'intervalle $]0,05 ; 0,06[$.
- Construis la droite (T) et la Courbe (C) dans le repère orthonormé (O, I, J) .

Partie C

On considère la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$, par : $F(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x + x \ln(x)$.

- Justifie que F est une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$.
- Calcule en cm^2 , l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \frac{9}{2}$. Donne le résultat arrondi à l'ordre 2.

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

BACCALAUREAT - SESSION 2018

EPREUVE : MATHÉMATIQUES. DATE : 03-07-2018. HEURE : 08H00

SERIE(S) : A1

CORRIGE ET BAREME

CORRIGE	BAREME
<p>Ce barème est national. Il ne peut être modifié. Certaines réponses ont été rédigées à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée.</p>	
<p>Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui a conduit au résultat.</p>	
<p>A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas, on attribuera la note zéro (0).</p>	
<p>Toute faute sera sanctionnée une seule fois. En conséquence, on appréciera les réponses en fonction des résultats obtenus précédemment par le candidat même si ces résultats intermédiaires sont faux.</p>	

CORRIGE

Exercice 1 (3 points)

$$1. \left. \begin{aligned} * 10^3 \times 10^{-3} &= -10^{3-3} \\ &= -10^0 \\ &= -1 \end{aligned} \right\} \text{---} \text{---} \text{---}$$

0,5

$$* 10^3 - 10^{-3} = 1000 - 0,001 \\ = 999,999 \quad \left. \right\} \text{---} \text{---} \text{---}$$

0,5

$$2. (x + 10^3)(x - 10^{-3}) = x^2 - 10^{-3}x + 10^3x - 10^{3-3} \\ = x^2 + (10^3 - 10^{-3})x - 1 \\ = x^2 + 999,999x - 1 \text{---} \text{---} \text{---}$$

0,5

$$3. x^2 + 999,999x - 1 = 0$$

$$(x + 10^3)(x - 10^{-3}) = 0 \\ x = -10^3 \text{ ou } x = 10^{-3}$$

0,25

0,25 x 2

$$4. e^{2x} + 999,999e^x - 1 = 0$$

$$(e^x)^2 + 999,999e^x - 1 = 0$$

$$u^2 + 999,999u - 1 = 0 \text{ ou } u = e^x \text{---} \text{---} \text{---}$$

0,25

$$u = 10^{-3} \text{ ou } u = -10^3 \\ e^x = 10^{-3} \text{ ou } e^x = -10^3 \\ \text{(impossible)}$$

$$e^x = 10^{-3}$$

$$x = -3 \ln 10$$

$$S = \{-3 \ln 10\}$$

0,5

CORRIGE	BAREME
<u>Exercice 2 (6 points)</u>	
1. $n_A = C_{14}^3$ $= 364$	1
2. $P(A) = \frac{C_9^3}{C_{14}^3}$ $= \frac{42}{182}$	1
3. $P(B) = \frac{C_5^2 \times C_9^1}{C_{14}^3}$ $= \frac{45}{182}$	0,5
4. $P(C) = 1 - P(A)$ $= \frac{140}{182}$	0,5
5. $P(D) = \frac{C_5^2}{C_{14}^3} = \frac{5}{182}$	0,5
6. $P(E) = P(A) + P(D) = \frac{42}{182} + \frac{5}{182} = \frac{47}{182}$	0,5
7. a) $P(X=0) = P(A) = \frac{42}{182}$	0,25
$* P(X=1) = \frac{C_5^1 \times C_9^2}{C_{14}^3} = \frac{90}{182}$	0,25
$* P(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_9^1}{C_{14}^3} = \frac{45}{182}$	0,25
$* P(X=3) = P(D) = \frac{5}{182}$	0,25

CORRIGE

BAREME

7a) (suite)

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{42}{182}$	$\frac{90}{182}$	$\frac{45}{182}$	$\frac{5}{182}$

0,5

$$b) E(X) = 0 \times \frac{42}{182} + 1 \times \frac{90}{182} + 2 \times \frac{45}{182} + 3 \times \frac{5}{182}$$

0,25

$$= \frac{195}{182}$$

0,25

CORRIGE

Exercice 3 (11 points)

Partie A

1. a) * $f(1) = -1 + 3 + \ln 1$
 $f(1) = 2$

1

b) * $f(4,50) = -1,5 + \ln(4,5)$
 $f(4,50) \approx 0,004$

0,25

0,25

* $f(4,51) = -1,51 + \ln(4,51)$
 $f(4,51) \approx -0,004$

0,25

0,25

2) a) $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} (-x+3) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty \end{array} \right. \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$

1

b) La droite d'équation $x=0$, est une asymptote à (C)

0,5

ou
 [La droite (Ox) est une asymptote à (C)]

3. $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{3}{x} + \frac{\ln x}{x}\right) = -1 \end{array} \right. \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

1

Partie B

1. $\forall x \in]0; +\infty[$

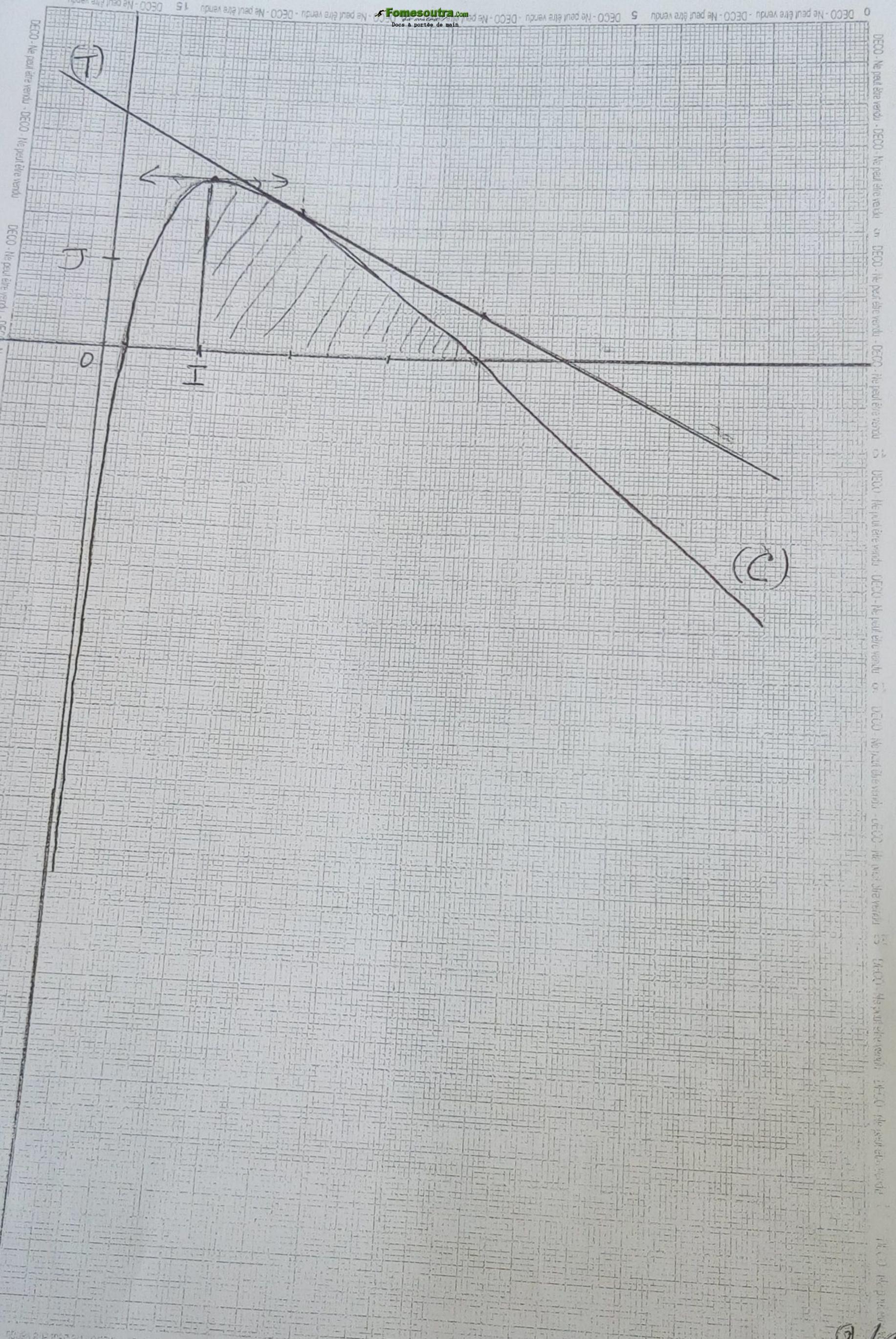
$f'(x) = -1 + \frac{1}{x}$

$f'(x) = \frac{-x+1}{x}$

1

CORRIGE	BAREME												
(Exercice 3 sub)													
$2. a) * \forall x \in]0; 1[; f'(x) > 0$ Non, f est strictement croissante sur $]0; 1[$	0,25												
$* \forall x \in]1; +\infty[; f'(x) < 0$ D'où, f est strictement décroissante sur $]1; +\infty[$	0,25												
b) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f'(x)</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f(x)</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">-∞ → 2 → +∞</p>	x	0	1	+∞	f'(x)		+	-	f(x)		2		1
x	0	1	+∞										
f'(x)		+	-										
f(x)		2											
$3. * f(2) = 1 + \ln 2 \quad f'(2) = -\frac{1}{2}$ $* (T) : y = -\frac{1}{2}(x-2) + 1 + \ln 2$													
$(T) \quad y = -\frac{1}{2}x + 2 + \ln 2$	0,5												
$4. * f(4,50) \approx 0,004 \text{ et } f(4,51) \approx -0,004$ $* f \text{ est dérivable et strictement décroissante sur }]1; +\infty[$ Et, $f(4,50) \times f(4,51) < 0$	0,5												
D'où l'équation : $f(x) = 0$, admet une unique solution dans l'intervalle $]4,50; 4,51[$													
NB : On peut remplacer $]1; +\infty[$ par $]4,50; 4,51[$													

CORRIGE	BAREME
(Exercice partie B)	
5. (I) _____	0,5
(C) _____	1
<u>Partie C</u>	
1. $\forall x \in]0; +\infty[$	
$ \begin{aligned} F'(x) &= -x + 2 + \ln x + x \times \frac{1}{x} \\ &= -x + 2 + \ln x + 1 \\ &= -x + 3 + \ln x \\ &= f(x) \end{aligned} $	0,5
2. * $ua = 0I \times 0J = 2\text{cm} \times 2\text{cm} = 4\text{cm}^2$	
* (C) est au-dessus de la droite (OI) sur l'intervalle $[1; \frac{9}{2}]$	
$ \begin{aligned} A &= \int_1^{\frac{9}{2}} f(x) dx \times ua \\ &= [F(x)]_1^{\frac{9}{2}} \times ua \\ &= (F(\frac{9}{2}) - F(1)) \times ua \\ &= (-\frac{81}{8} + 9 + \frac{9}{2} \ln(\frac{9}{2}) - (-\frac{1}{2} + 2)) \times 4\text{cm}^2 \\ &= (18 \ln \frac{9}{2} - \frac{21}{2}) \text{cm}^2 \end{aligned} $	0,25
$A \approx 16,57 \text{ cm}^2 \text{ (ou } A = 16,57)$	0,25



8/8