Corrigé Série A1

- ***Exercice1***

1) Résoudre dans R l'équation $x^2-3x-4=0$
$\Delta = 25$ donc $S=\{-1;4\}$

2) $P(x)=2x^3-7x^2-5x+4$

a)Vérification de $P(x)=(2x-1)(x^2-3x-4)$

b) Solution de $P(x)=0$ donc $S=\left\{-1,\frac{1}{2};4\right\}$

c) Résolution de $2(\ln x)^3-7(\ln x)^2-5\ln x+4=0$ posons $X=e^x$

Ensemble de validité $E_V=]0;+\infty[$ poser $X=\ln x$ on obtient $S=\{e^{-1};e^{1/2};e^4\}$

3-a)Résolution de $x\in R, P(x)<0$

Tableau de signe

x	$-\infty$		-1		0.5		4		$+\infty$
$2x-1$		$-$	-	-	0	+	+	+	
x^2-3x-4		+	0	-		-	0	$-$	
$P(x)$		$-$	0	+		-	0	+	

Solution de $P(x)<0$ on a $S=]-\infty,-1[\cup\left]\frac{1}{2};4\right[$

b) Résolution de $x\in R, 2e^{3x}-7e^{2x}-5e^x+4<0$

$E_V=R$ Poser $X=e^x$ l'inéquation devient $\begin{cases} X>0 \\ p(X)<0 \end{cases}$ donc $X\in\left]\ln\frac{1}{2};4\right[$ par conséquent

$S=\left]\ln\frac{1}{2};\ln 4\right[$

- ***Exercice 2***

$\begin{cases} U_0=\frac{3}{2} \\ U_1=2U_n-1 \end{cases}$

1-a)Calculons U_1

$U_1=2U_0-1$

$U_1=2\times\frac{2}{3}-1$

$U_1=2$

b) On obtient $U_2 = 3$

2) $V_n = U_n - 1$

a)Calcule de V_0, V_1 et V_2

$V_0 = U_0 - 1 = \frac{1}{2}, V_1 = 1$ et $V_2 = 2$

b) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique

$V_n = U_n - 1$

$V_{n+1} = U_{n+1} - 1 = 2U_n - 1 - 1$

$V_{n+1} = 2U_n - 2$

$V_{n+1} = 2(U_n - 1) = 2V_n$

donc $V_{n+1} = 2V_n$ par conséquent, on a : $\begin{cases} V_0 = \frac{1}{2} \\ V_{n+1} = 2V_n \end{cases}$

(V_n) est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $\frac{1}{2}$

d) Formule explicite

$V_n = q^n V_0 = V_n = \frac{1}{2}(2)^n = 2^{n-1}$

3) $U_n = V_n + 1$ car $V_n = U_n - 1$ donc $U_n = 1 + 2^{n-1}$

4) Déterminons le plus petit entier n tel que : $U_n > 1000000$

$U_n > 1000000$

$1 + 2^{n-1} > 1000000$

$2^{n-1} > 999999$

$(n-1)\ln 2 > 999999$

$n > \frac{\ln(999999)}{\ln 2} + 1$

$n = 21$

- ***Problème***

Partie A

1) $Q(0) = 0$ et $Q(2) = 0$

2) *Méthode 1 :* $Q(x) = ax(x-2)$ avec $a < 0$

Méthode 2 :Tableau de signe

Partie B

1) $D_f = R \setminus \{1\}$

2-a)

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

b)

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$

c)

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$ ou $\left(\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -\infty\right)$

3-a) *Méthode 1 : On calcule* $-x + 4 - \dfrac{1}{x-1}$

Méthode 2 : On procède par division euclidienne

b)

$\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - (-x+4)\right] = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - (-x+4)\right] = 0$

c)

$f(x) - (-x+4)$ a le même signe que $-(-x+4)$

$\forall x \in \left]-\infty;1\right[,\ f(x) - (-x+4) > 0$

$\forall x \in \left]1;+\infty\right[,\ f(x) - (-x+4) < 0$

4-a)

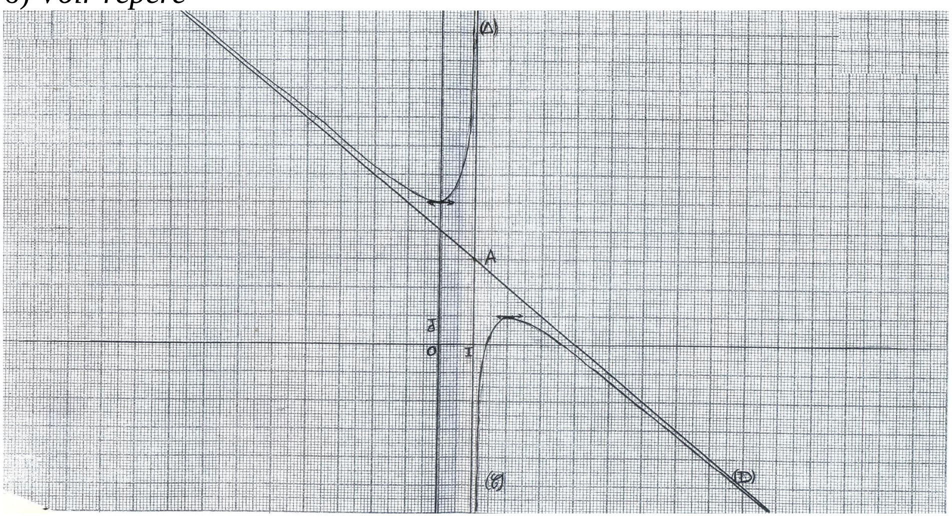
b) Pour tout $x \in R \setminus \{1\}, (x-1)^2 > 0$ on a $f'(x)$ a le même signe que $Q'(x)$

$$\begin{cases} \forall x \in \left]-\infty;0\right[\cup \left]2;+\infty\right[,\ f'(x) < 0 \\ \forall x \in \left]0;1\right[\cup \left]1;2\right[,\ f'(x) > 0 \\ f'(0) = f'(2) = 0 \end{cases}$$

5) <u>Tableau de variation</u>

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘		5	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	1	↘	$-\infty$

6) *Voir repère*



7)

Partie C

1) Pour tout $x \in]1;+\infty[$, $H'(x) = 0 + \frac{1}{x-1} = h(x)$

2) $I = \frac{9}{8} + \ln 2$

3) unité d'aire :1 cm^2 , $\forall x \in \left[\frac{3}{2};2\right]$, $f(x) \geq 0$, $A = \int_{\frac{3}{2}}^{2} f(x)dx$ ua

$A = \left(\frac{9}{2} + \ln 2\right)cm^2$