Fomesoutra.com

ça soutra !

# Corrigé Série A2 et H

## Exercice1

1) Résoudre dans $R$ l'équation $x^2 - 3x - 4 = 0$

$\Delta = 25$ donc $S = \{-1; 4\}$

2) $P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$

a)Vérification de $P(x) = (2x-1)(x^2 - 3x - 4)$

b) Solution de $P(x) = 0$ donc $S = \left\{-1, \frac{1}{2}; 4\right\}$

c) Résolution de $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 - 5\ln x + 4 = 0$ posons $X = e^x$

Ensemble de validité $E_V = ]0; +\infty[$ poser $X = \ln x$ on obtient $S = \{e^{-1}; e^{1/2}; e^4\}$

3-a)Résolution de $x \in R, P(x) < 0$

Tableau de signe

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0.5$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x-1$ | | $-$ | - | - | 0 | + | + | + | |
| $x^2-3x-4$ | | + | 0 | - | | - | 0 | $-$ | |
| $P(x)$ | | $-$ | 0 | + | | - | 0 | + | |

Solution de $P(x) < 0$ on a $S = ]-\infty, -1[ \cup \left]\frac{1}{2}; 4\right[$

b) Résolution de $x \in R, 2e^{3x} - 7e^{2x} - 5e^x + 4 < 0$

$E_V = R$ Poser $X = e^x$ l'inéquation devient $\begin{cases} X > 0 \\ p(X) < 0 \end{cases}$ donc $X \in \left]\ln\frac{1}{2}; 4\right[$ par conséquent

$S = \left]\ln\frac{1}{2}; \ln 4\right[$

## Exercice 2

$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_1 = 2U_n - 1 \end{cases}$

1-a)Calculons $U_1$

$U_1 = 2U_0 - 1$

$U_1 = 2\times\frac{2}{3} - 1$

$U_1 = 2$

b) On obtient $U_2 = 3$

2) $V_n = U_n - 1$

a) Calcule de $V_0, V_1$ et $V_2$

$V_0 = U_0 - 1 = \frac{1}{2}, V_1 = 1$ et $V_2 = 2$

b) Démontrer que $(V_n)$ est une suite géométrique

$V_n = U_n - 1$

$V_{n+1} = U_{n+1} - 1 = 2U_n - 1 - 1$

$V_{n+1} = 2U_n - 2$

$V_{n+1} = 2(U_n - 1) = 2V_n$

donc $V_{n+1} = 2V_n$ par conséquent, on a : $\begin{cases} V_0 = \frac{1}{2} \\ V_{n+1} = 2V_n \end{cases}$

$(V_n)$ est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $\frac{1}{2}$

d) Formule explicite

$V_n = q^n V_0 = V_n = \frac{1}{2}(2)^n = 2^{n-1}$

3) $U_n = V_n + 1$ car $V_n = U_n - 1$ donc $U_n = 1 + 2^{n-1}$

4) Déterminons le plus petit entier $n$ tel que : $U_n > 1000000$

$U_n > 1000000$

$1 + 2^{n-1} > 1000000$

$2^{n-1} > 999999$

$(n-1)\ln 2 > 999999$

$n > \frac{\ln(999999)}{\ln 2} + 1$

$n = 21$

- ***Problème***

***Partie A***

1) $Q(0) = 0$ et $Q(2) = 0$

2) *Méthode 1 :* $Q(x) = ax(x-2)$ avec $a < 0$

*Méthode 2 :Tableau de signe*

***Partie B***

1) $D_f = R \setminus \{1\}$

2-a)

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

b)

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$

c)

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty \quad \text{ou} \quad \left( \lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty \right)$$

3-a) *Méthode 1 : On calcule* $-x+4-\dfrac{1}{x-1}$

*Méthode 2* : On procède par division euclidienne

b)

$$\lim_{x \to -\infty} \left[ f(x) - (-x+4) \right] = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \to +\infty} \left[ f(x) - (-x+4) \right] = 0$$

c)

$f(x)-(-x+4)$ a le même signe que $-(-x+4)$

$\forall x \in ]-\infty;1[,\ f(x)-(-x+4) > 0$

$\forall x \in ]1;+\infty[,\ f(x)-(-x+4) < 0$

4-a)

b) Pour tout $x \in R \setminus \{1\}, (x-1)^2 > 0$ on a $f'(x)$ a le même signe que $Q'(x)$

$$\begin{cases} \forall x \in ]-\infty;0[ \cup ]2;+\infty[,\ f'(x) < 0 \\ \forall x \in ]0;1[ \cup ]1;2[,\ f'(x) > 0 \\ f'(0) = f'(2) = 0 \end{cases}$$

5) <u>Tableau de variation</u>

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $5$ | ↗ $+\infty$ | ‖ | $-\infty$ ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

6) *Voir repère*