Baccalauréat Session 2010 Mathématiques Série A2 et H

Exercice 1

1) Résoudre dans R l'équation $x^2 - 3x - 4 = 0$

2) On donne $P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$

a)Vérifier que $P(x) = (2x-1)(x^2 - 3x - 4)$

b) Vérifier que les solutions de l'équation $P(x) = 0$ sont ;-1, $\frac{1}{2}$ et 4.

c) Résoudre dans R l'équation suivante $2\ln(x)^2 - 7(\ln x)^2 - 5\ln x + 4 = 0$

Exercice 2

On considère la suite (U_n) définie par :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = 2U_n - 1, pour\_tout\_entier\_n \end{cases}$$

1-a) Calculer U_1

b) Vérifier que $U_2 = 3$

2. On donne la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 1$ pour tout entier naturel n

a) Calculer V_0, V_1 et V_2

b) Démontrer que V_n est une suite géométrique de raison 2.

c) Pour tout entier naturel n, justifier que $V_n = 2^{n-1}$

3. Justifier que pour tout entier naturel n, $U_n = 1 + 2^{n-1}$

Problème

Partie A

On donne dans R le polynôme $Q(x) = -x^2 + 2x$

1) Calculer $Q(0)$ et $Q(2)$

2) Justifier que :

-pour tout nombre réel x élément de $]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$

-pour tout nombre réel x élément de $]0; 2[$, $Q(x) > 0$

Partie B

On donne la fonction f définie de R vers R par $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 5}{x - 1}$

(C) Désigne sa représentation graphique dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J)

L'unité graphique est le centimètre.

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f.

2-a) Calculer

$\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

b) Calculer $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) \lim\limits_{x \to \infty}$

c) Justifier que la droite (Δ) d'équation $x = 1$ est une asymptote à (C)

3-a) Justifier que pour tout nombre réel x élément de $R - \{1\}$, $f(x) = -x + 4 - \dfrac{1}{x-1}$

b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 4$ est une asymptote à (C) en $-\infty$ et $+\infty$

c) Vérifier que (C) est au-dessus de (D) sur $]-\infty;1[$ et en dessous de (D) sur $]1;+\infty[$

4-a) Démontrer que pour tout nombre x élément de $R - \{1\}$, $f'(x) = \dfrac{Q(x)}{(x-1)^2}$

b) Déduire de la partie A, le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x

5) Dresser le tableau de variation de f sur D_f .

6) Construire (Δ), (D) et (C) dans le plan muni du repère (O, I, J)