Corrigé

CORRECTION MATHS BAC SERIES A2-H 2012

EXERCICE 1 (5points)

1. Vérification:

$(x+1)(x^2-6x+8) = x^3-6x^2+8x+x^2-6x+8$

$= x^3-6x^2+x^2+8x-6x+8$

$= x^3-5x^2+2x+8$

2. Equation

a

$x^2-6x+8=0$

$\Delta = (-6)^2-4 \text{ x } 1 \text{ x } 8 = 36-32$; $\Delta = 4$ $\quad x_1 = \dfrac{-(-6)-\sqrt{4}}{2 \text{ x } 1} = \dfrac{6-2}{2}$

$x_1 = \dfrac{4}{2}$; $\boxed{x_1 = 2}$ et $x_2 = \dfrac{-(-6)+\sqrt{4}}{2 \text{ x } 1} = \dfrac{6+2}{2}$; $x_2 = \dfrac{8}{2}$; $\boxed{x_2 = 4}$

b $x^3-5x^2+2x+8=0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-6x+8)=0$. D'où $x+1=0$ ou $x^2-6x+8=0$

$\Rightarrow x = -1$ ou 2 ou 4 [d'après 2a)] ; $\boxed{S = \{-1\,;2\,;4\}}$

3. On pose $X = e^x$

$X>0$, $X^3-5X^2+2X+8=0$; $X=2$ ou $X=4 \Leftrightarrow e^x=2$ ou $e^x=4 \Leftrightarrow x=\ln 2$ ou $x=\ln 4$

$\boxed{S = \{\ln 2\,;\ln 4\}}$

EXERCICE 2 (4 points)

1.

a. $T_2 = 1.600.000 - 40.000 = 1.560.000$

b. $T_{M+1} = T_M - 40.000$ donc (T_M) est une suite arithmétique. Sa raison est $r = -40.000$ et son premier terme est $T_1 = 1.600.000$

c. (T_n) est une suite décroissante car sa raison est négative

2

a. Démonstrons par reccurrence

$T_2 = 1.600.000 - 40.000 = 1.560.000$ (P_2) vraie / [(P_2) vraie = Proposition vraie à l'ordre 2]

Supposons (P_n) vraie c'est à dire $T_n = 1.640.000 - 40.000n$. Démontrons que (P_{n+1}) est elle aussi vraie.

$$\begin{aligned} T_{n+1} &= T_n - 40.000 \\ &= 1.640.000 - 40.000n - 40.000 \\ &= 1.640.000 - 40.000\,(n+1) \end{aligned}$$ donc (P_{n+1}) est aussi vraie

Par suite pour tout $1 \leq x \leq 36$ $T_n = 1.640.000 - 40.000n$

<u>Autre méthode</u>

$$\begin{aligned} \cancel{T_2} &= T_1 - 40.000 \\ \cancel{T_3} &= \cancel{T_2} - 40.000 \\ &\vdots \\ T_n &= \cancel{T_{n-1}} - 40.000 \end{aligned}$$

Par addition $T_n = T_1 - 40.000(n-1) \Leftrightarrow T_n = 1.600.000 - 40.000n + 40.000$

$\Leftrightarrow T_n = 1.600.000 + 40.000 - 40.000n$

$\Leftrightarrow T_n = 1.640.000 - 40.000n$

Remarque :

De T_2 à T_n il y a $[(n-2)+1] = (n-1)$ termes ou encore de T_1 à T_{n-1} il y a $[((n-1)-1)+1] = (n-1)$ termes

b.

$T_6 = 1.400.000$

$T_{36} = 200.000$

3.

Montant total : $S = T_1 + T_2 + \cdots + T_{36} = 36 \text{ x } \left(\frac{T_1 + T_{36}}{2}\right) = 32.400.000$

EXERCICE 3 (11 points)

1

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

2 $$\frac{2x^2 - 5x + 1}{(x-2)} = \frac{2x(x-2) - [(x-2)+1]}{(x-2)} = \frac{2x(x-2)}{(x-2)} - \frac{(x-2)}{(x-2)} - \frac{1}{(x-2)} = 2x - 1 - \frac{1}{(x-2)}$$

b.

$\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} f\left(2x - 1 - \frac{1}{(x-2)}\right)$; qd $\underset{<}{x \to 2}$ $(x-2) \longrightarrow 0^-$ d'où $\frac{1}{(x-2)} \longrightarrow -\infty$

et donc $-\frac{1}{(x-2)} \longrightarrow +\infty$. Comme $2x - 1 \longrightarrow 4$ Finalement $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} f\left(2x - 1 - \frac{1}{(x-2)}\right)$; qd $\underset{>}{x \to 2}$ $(x-2) \longrightarrow 0^+$ d'où $\frac{1}{(x-2)} \longrightarrow +\infty$

et donc $-\frac{1}{(x-2)} \longrightarrow -\infty$. Comme $2x - 1 \longrightarrow 4$ Finalement $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x) = -\infty$

$\Longrightarrow$ La droite d'équation $x = 2$ est asymptote verticale à (C)

3.a. $f(x) - (2x - 1) = -\frac{1}{(x-2)}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - (2x-1) \right] = 0$ donc la droite (D) d'équation

$y = 2x - 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$

b. Étude du signe de $-\frac{1}{(x-2)}$

- (C) est au-dessus de (D) sur $[0\,;2[$
- (C) est en-dessous de(D) sur $]2\,;+\infty[$

4.a.

$\forall x \in [0\,;2[\cup]2\,;+\infty[$ $f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{(x-2)}$ et $f'(x) = \left[2x - 1 - \frac{1}{(x-2)}\right]' = (2x-1)' - \left(\frac{1}{(x-2)}\right)'$

$= (2x-1)' - \frac{1}{((x-2))'} = \left[2 - \left(-\frac{1}{(x-2)^2}\right)\right] = 2 + \frac{1}{(x-2)^2}$

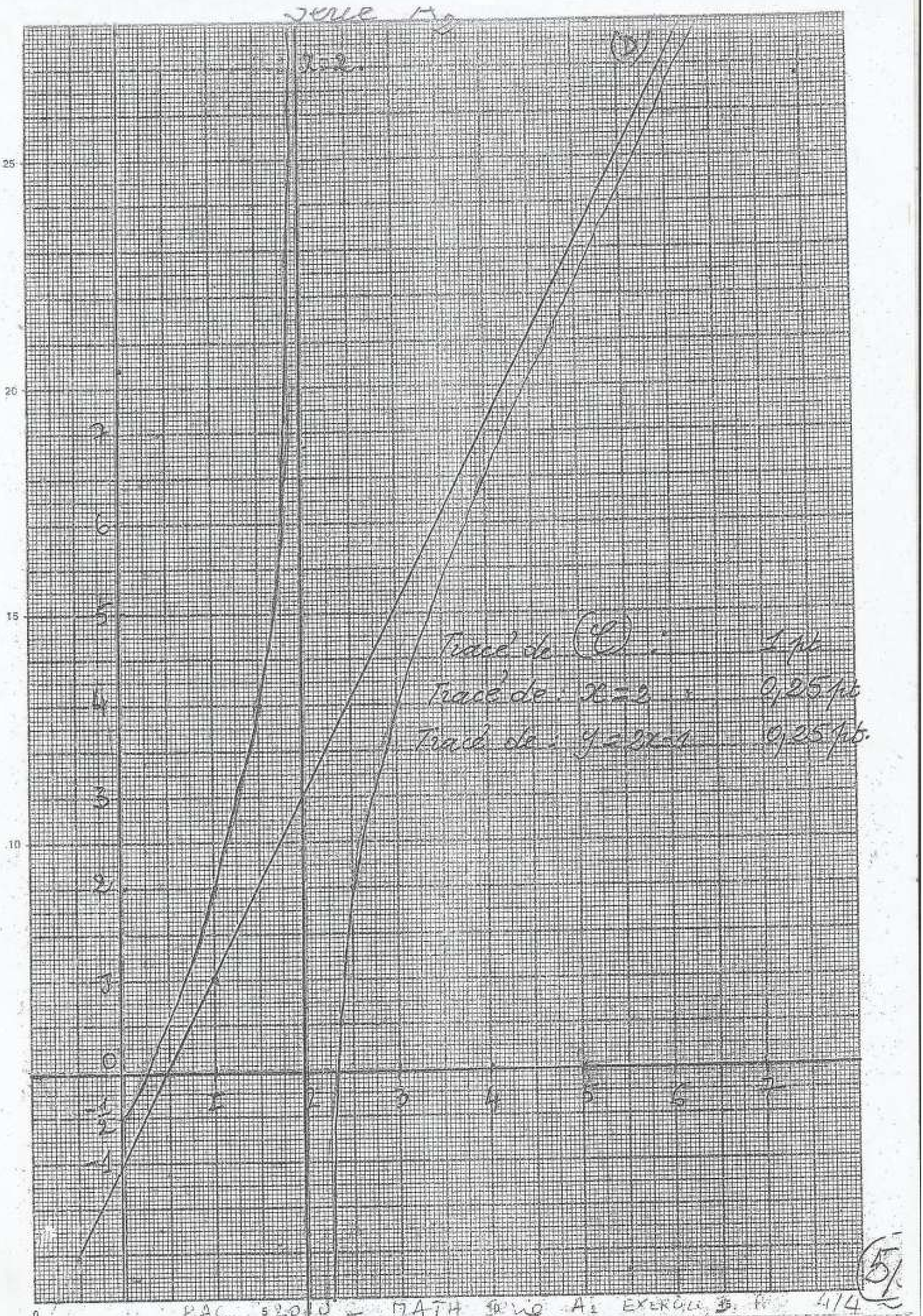
$\forall x \in [0\,;2[\cup]2\,;+\infty[$ $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $[0\,;2[$ et sur $]2\,;+\infty[$.

c.

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	||	$+$
$f(x)$	$-\frac{1}{2} \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow +\infty$

5.a.

x	0	0,5	1	1,5	2,5	3	4
$f(x)$	– 0,5	0,7	2,0	4,0	4,0	4,0	6,5



BAC 2010 MATH Série A1 EXERCICE 3 4/4