

BACCALAURÉAT
SESSION 2013

Coefficient : 3
Durée : 3 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.*

EXERCICE 1 (4 points)

« Mangoua et Fils » est une PME (Petite et Moyenne Entreprise) spécialisée dans la distribution des journaux à domicile. Les dirigeants de cette PME estiment que le nombre d'abonnés est modélisé par la suite (a_n) définie par :

$$\begin{cases} a_0 = 10\,000 \\ a_{n+1} = 0,8 a_n + 5\,000 \text{ pour tout nombre entier naturel } n \end{cases}$$

où a_0 désigne le nombre d'abonnés à la création de la PME et a_n le nombre total d'abonnés au terme de n années d'exercice.

- 1- Calculer le nombre d'abonnés de la PME au terme de la première année d'exercice.
- 2- Soit (b_n) la suite définie par : $b_n = 25\,000 - a_n$, pour tout entier naturel n .
 - a) Calculer b_0 et b_1 .
 - b) Démontrer que (b_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme 15 000.
 - c) Exprimer b_n en fonction de n .
 - d) En déduire que : $a_n = 25\,000 - 15\,000 \times (0,8)^n$.
- 3- Déterminer le nombre d'années nécessaires pour que le nombre d'abonnés dépasse 22 000.

EXERCICE 2 (4 points)

La Mutuelle des Cadres de Konankpinkro (MUCAKO) a été créée le 1^{er} janvier 2005. Le premier janvier de chaque nouvelle année, le secrétaire général calcule le taux global d'adhésion à la mutuelle. Le tableau ci-dessous donne les taux respectifs obtenus sur la période 2006–2011 :

	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Age X de la MUCAKO (en années)	1	2	3	4	5	6
Taux global d'adhésion Y (en pourcentage)	75	77	77,3	78,2	79,3	80

- 1- Représenter le nuage de points associé à la série statistique double $(X ; Y)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé. L'unité graphique est telle que :
 - 2 cm représente une année sur l'axe des abscisses ;
 - 2 cm représente un taux de 1% sur l'axe des ordonnées.

On pourra prendre le point de couple de coordonnées $(0 ; 74)$ comme origine.

- 2- Calculer les coordonnées du point moyen G.
- 3- a) Justifier que $\text{Cov}(X; Y) = 2,7$; $V(X) = 2,9$ et $V(Y) = 2,7$ (*arrondis d'ordre 1*) où $\text{Cov}(X; Y)$ est la covariance de $(X; Y)$ et $V(X)$ et $V(Y)$ les variances respectives des séries statistiques simples X et Y .
b) Calculer l'arrondi d'ordre 2 du coefficient de corrélation linéaire entre X et Y .
c) Justifier qu'il existe une forte corrélation linéaire entre l'âge de la mutuelle et le taux global d'adhésion.
- 4- a) Justifier qu'une équation de la droite (D) de régression de Y en X est :
(D) : $y = 0,9x + 74,7$. *Les résultats seront arrondis à l'ordre 1.*
b) Tracer (D) sur la figure de la question 1-).
- 5- Quel devrait être le taux d'adhésion à la MUCAKO en 2015 selon l'ajustement réalisé ?

EXERCICE 3 (12 points)

On considère la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + e^x$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).
Les unités graphiques sont : 2 cm sur (OI) et 1 cm sur (OJ).

PARTIE A

- 1- a) Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$.
b) Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.
- 2- a) Justifier que pour tout nombre réel x : $f'(x) = 1 + e^x$.
b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.
- 3- a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.
b) Justifier que : $-0,6 < \alpha < -0,5$.
- 4- a) Justifier que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.
b) Etudier les positions relatives de (D) et (C).
- 5- Justifier qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 est : $y = 2x + 1$.
- 6- a) Recopier puis compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2,5	-2	-1	0	1	2
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$						

b) Tracer (D), (T) et (C) sur $] -\infty ; 2]$. On prendra $\alpha = -0,6$.

PARTIE B

- 1- Justifier que $e^\alpha = -\alpha$.
- 2- On pose $I = \int_{-1}^{\alpha} e^x dx$.
a) Justifier que $I = -\left(\alpha + \frac{1}{e}\right)$.
b) Hachurer la région du plan délimitée par (C), (D) et les droites d'équations respectives :
 $x = -1$ et $x = \alpha$.
c) Calculer en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ de la région hachurée. On donnera l'arrondi d'ordre 1 de $\mathcal{A}$.