

Les suites numériques au Bac série A (Madagasikara)

Session 2010 - Exercice 2 (5points)

- 1) $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite numérique définie par : $U_n = \frac{n-1}{n}$
- a) Calculer les trois premiers termes de (U_n) . 1,5
- b) Exprimer U_{3n+1} en fonction de n . 0,5
- 2) $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique telle que : $V_{75} = V_{12} + 504$.
- a) Vérifier que la raison de (V_n) est égale à 8. 1
- b) Sachant que $V_{32} = 176$, calculer la somme S définie par : $S = V_{12} + V_{13} + \dots + V_{75}$. 1,5
- c) Prouver que (V_n) est strictement croissante. 0,5

Session 2009 - Exercice 1 (5points)

- 1) Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = e^n$
- a) Calculer la valeur exacte de U_0 et celle de U_2 . (0,5pt + 0,5pt)
- b) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = e \cdot U_n$. (1 pt)
- En déduire la nature de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (0,5 pt)
- 2) Soit $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = \ln(U_n)$,
- où \ln désigne la fonction logarithme népérien.
- a) Démontrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme. (1pt+0,25pt+0,25pt)
- b) Calculer la somme $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{121}$. (1pt)

Session 2008 - Exercice 1 (5points)

- 1) $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite arithmétique définie par : $U_{23} = 71$ et $U_{75} = 227$.
- a) Calculer la somme S définie par $S = U_{23} + U_{24} + \dots + U_{75}$. (1)
- b) Calculer la raison de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (1)
- c) Exprimer U_n en fonction de n . (1)
- 2) $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite numérique définie, pour tout entier naturel n , par $V_n = 2 \left(\frac{5}{8} \right)^n$.
- a) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n . En déduire la nature et la raison de la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (0,5+0,5)
- b) Calculer la limite de la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (1)

Session 2007 - Exercice 1 (5points)

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites numériques définies respectivement par :

$$U_0 = 0 \quad U_{n+1} = 2 - \frac{5}{U_n + 4}, \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}, \quad n \in \mathbb{N}$$

- 1- Calculer U_1 , V_0 et V_1 . (0,25x3pts)
- 2- a- Montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$. (1pt)
- b- Exprimer V_n en fonction de n . (1pt)
- 3- a- Exprimer U_n en fonction de V_n . (1pt)
- b- En déduire l'expression de U_n en fonction de n . (0,5pt)
- c- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. Que peut-on en conclure ? (0,5+0,25pt)

Session 2006 - Exercice 1 (5points)

Soient $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites numériques définies respectivement par

$$U_0 = 0 \quad ; \quad U_{n+1} = \frac{1}{2-U_n} \text{ pour tout entier } n \text{ et } V_n = \frac{1}{U_{n-1}}$$

- 1°) Calculer U_1, U_2, V_0, V_1 . 0,25 x 4 pt
- 2°) a) Montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de raison -1. 1 pt
 b) Donner l'expression de V_n puis de U_n en fonction de n . 0,5 + 0,5 pt
- 3°) Pour $n \geq 1$, on pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ et $P_n = W_0 \cdot W_1 \cdot \dots \cdot W_{n-1}$ avec $W_n = e^{V_n}$
 - a) Calculer S_n en fonction de n . 1 pt
 - b) En déduire l'expression de P_n en fonction de n . 0,5 pt
 puis la limite de P_n quand n tend vers $+\infty$. 0,5 pt

Session 2005 - Exercice 1 (5points)

Soient la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la donnée de $U_0 = 10$ et la relation de récurrence :

$$U_{n+1} = \frac{U_n - 2}{2} \text{ pour tout } n \geq 1 \text{ et } (V_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ la suite définie pour tout } n \text{ par : } V_n = \ln[U_n + 2].$$

- 1) Calculer U_1, V_0 et V_1 . (1,5 pt)
- 2) a/ Montrer que pour tout n élément de \mathbb{N} $V_{n+1} = \ln \left[\frac{U_n + 2}{2} \right]$. (1,0 pt)
 b/ En déduire que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de raison $r = -\ln 2$. (1,0 pt)
 Préciser le sens de variation de $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (0,5 pt)
- 3) Exprimer V_n en fonction de n . (0,5 pt)
- 4) Exprimer U_n en fonction de V_n puis en fonction de n . (0,25+0,25pt)

Session 2004 - Exercice 1 (5points)

Soit la suite arithmétique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par la donnée des deux termes $U_1 = -2$ et $U_{20} = 55$.

- 1°) Calculer la somme $S = U_1 + \dots + U_{20}$ (0,5 pt)
- 2°) Déterminer la raison r de cette suite. (1 pt)
- 3°) Exprimer U_n en fonction de n . (0,5 pt)
- 4°) Pour tout n élément de \mathbb{N}^* . On pose $V_n = e^{3n-5}$
 - a/ Calculer V_1 et V_2 . (0,5+0,5pt)
 - b/ Montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison q . (1 pt)
 - c/ Exprimer la somme $T_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$ en fonction de n . (1 pt)

Session 2003 - Exercice 2 (5points)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2}$.

On pose $v_n = u_n - 2$.

- 1. Calculer u_2, u_3 et v_1 . (0,75 pt)
- 2. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$. (1 pt)
- 3. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . (0,5 + 0,25 pt)
- 4. On pose $w_n = \ln v_n$ où \ln est le logarithme népérien.
 - a) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme. (1,5 pt)
 - b) Exprimer $S_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$ en fonction de n . (1 pt)

Session 2002 - Exercice 1 (4 points)

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 2$

$$U_{n+1} = \frac{U_n^2 - U_n - 2}{U_n + 1} \quad \text{pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}$$

- 1°) - Calculer les quatre premiers termes de cette suite. (1 pt)
- 2°) - a) Montrer que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison. (1 pt)
b) Exprimer U_n en fonction de n . (0,5 pt)
c) Quel est le sens de variation de $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$? (0,25 pt)
- 3°) - Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $V_n = e^{2(1-n)}$
a) Montre que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. (1 pt)
b) Calculer la limite de V_n quand $n \rightarrow +\infty$. (0,25 pt)