

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : A2

*Cette épreuve comporte une seule numérotée 1/1.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice est autorisée.*

EXERCICE 1

1. On pose : $P(x) = 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$.
 - a) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation : $4x^2 - 4x + 1 = 0$.
 - b) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x + 2)(2x - 1)^2$.
2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $P(x) = 0$.
 b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2\ln x + \ln(x + 1) + 2\ln 2 = \ln(7x - 2)$
3. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $P(x) \leq 0$.
 b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln x + \ln(4x^2 + 1) \leq \ln(-3x^2 + 7x - 2)$
4. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $4(\ln x)^3 - 7\ln x \leq -2 - 4(\ln x)^2$
 b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $4e^{2x} + 2e^{-x} \leq 7 - 4e^{2x}$

EXERCICE 2

Un jeu consiste à lancer au hasard trois fois de suite un dé cubique équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 et on note successivement le numéro de la face supérieure.

1. Justifier que la probabilité d'obtenir 3 numéros 2 à 2 distincts est $\frac{5}{9}$.
2. Justifier que la probabilité d'obtenir exactement 2 numéros identiques est $\frac{5}{12}$.
3. Calculer la probabilité d'obtenir 3 numéros identiques.
4. Calculer la probabilité d'obtenir 3 numéros dont la somme est égale à 9.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 2cm.

On considère la fonction dérivable f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{2e^x + x - 4}{2}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O, I, J) .

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Justifier que la fonction f est strictement croissante et dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que l'équation : $x \in [0 ; 1], f(x) = 0$, admet une unique solution α .
 b) Donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.
4. Justifier que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, f(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, f(x) > 0 \end{cases}$. Interpréter graphiquement ce résultat.
5. Justifier que la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 a pour équation : $y = \frac{3}{2}x - 1$.
6. a) Démontrer que la droite $(D) : y = \frac{x}{2} - 2$, est une asymptote à (C) en $-\infty$.
 b) Étudier la position de (C) par rapport à la droite (D) .
7. Tracer (D) , (T) et (C) sur $] -\infty ; 1,5]$ dans le même repère $(O; I; J)$.