

MATHEMATIQUES

Fomesoutra.com
ça s'entraîne !
 Docs à portée de main

SERIE : A2

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées respectivement 1/2 et 2/2.

Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.

Toute calculatrice est autorisée.

2

EXERCICE 1

On donne l'inéquation (I) : $x \in \mathbb{R}, \ln\left(\frac{3x+1}{x-1}\right) \leq \ln\left(-\frac{2x+3}{x-3}\right)$.

1. a) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}, 5x^2 - 7x - 6 = 0$;
- b) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1; 3\}, \frac{3x+1}{x-1} + \frac{2x+3}{x-3} = \frac{5x^2-7x-6}{(x-1)(x-3)}$.
- c) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I') : $x \in \mathbb{R}, \frac{3x+1}{x-1} \leq -\frac{2x+3}{x-3}$, à l'aide des questions précédentes.
2. a) Trouver l'ensemble de validité de l'inéquation (I).
- b) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I).

EXERCICE 2

(On donnera les résultats des calculs de probabilités sous forme de fractions irréductibles)

On dispose de 5 élèves de terminale du Lycée classique d'Abidjan comprenant :

- 3 élèves de la série A1 : DJORO, MOYA et RAISSA;
- 2 élèves de la série A2 : AMESSAN et KADIO.

Ces 5 filles prennent place, au hasard, dans 2 taxi-compteurs T1 et T2 de 4 places chacun pour se rendre à un concours de mathématiques, à raison d'une personne, au plus, par place. (Les conducteurs ne sont pas comptés).

On donne les événements :

- A : "DJORO est dans le taxi T1";
- B : "MOYA est devant dans le taxi T1 et AMESSAN est à l'arrière dans le taxi T2";
- C : "KADIO et RAISSA sont dans le taxi T1 et DJORO est dans le taxi T2";
- D : "Les filles de la série A1 de celles de la série A2 ne sont pas dans le même taxi".
- E : "Le taxi T1 contient, exactement, une élève".

1. Justifier que le nombre total de dispositions possibles des 5 élèves dans l'ensemble des 2 taxis est 6720.
2. a) Justifier que : $P(A) = \frac{1}{2}$.
- b) Justifier que : $P(B) = \frac{3}{56}$.
- c) Justifier que : $P(E) = \frac{1}{14}$.
3. Calculer la probabilité de chacun des événements C et D.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité graphique : 1cm.

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x+1}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O,I,J).

1. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{4}\}, f(x) = x - \frac{5}{4} + \frac{9}{4(4x+1)}$.
2. Démontrer que le point $A(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{2})$ est un centre de symétrie de (C).
3. a) Justifier que la droite (D) : $y = x - \frac{5}{4}$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
 b) Justifier que (C) est en-dessous de (D) sur $]-\infty; -\frac{1}{4}[$ et au-dessus de (D) sur $]-\frac{1}{4}; +\infty[$.
 c) Vérifier que la droite (D) passe par le point A et le point $B(\frac{9}{4}; 1)$.
4. a) Justifier que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}^+} f(x) = +\infty$.
 b) Donner une équation d'une asymptote (D') de (C) parallèle à la droite (OJ).
5. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{4}\}, f'(x) = \frac{8(2x-1)(x+1)}{(4x+1)^2}$.

En déduire le sens de variation de f .

6. a) Vérifier que : $f(\frac{1}{2}) = 0$ et $f(-1) = -3$
 b) Dresser le tableau de variation de f .
7. Tracer les droites (D) et (D') puis construire la courbe (C) avec soin.

Correction

EXERCICE 1 (5 pts)

2

On donne l'inéquation (I) : $x \in \mathbb{R}, \ln\left(\frac{3x+1}{x-1}\right) \leq \ln\left(-\frac{2x+3}{x-3}\right)$.

1. a) (E) : $x \in \mathbb{R}, 5x^2 - 7x - 6 = 0$.

$S_1 = \left\{-\frac{3}{5}; 2\right\}$ 2pts

b) $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1; 3\}, \frac{3x+1}{x-1} + \frac{2x+3}{x-3} = \frac{5x^2-7x-6}{(x-1)(x-3)}$ 1pt

c) (I') : $x \in \mathbb{R}, \frac{3x+1}{x-1} \leq -\frac{2x+3}{x-3}$.

(I') $\Leftrightarrow S' = \left[-\frac{3}{5}; 1\right] \cup [2; 3[$ 1pt

2. a) $V = \left]-\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}\right[\cup]1; 3[$ 0,5

b) $S_2 = \left[-\frac{3}{5}; -\frac{1}{3}\right] \cup [2; 3[$ 0,5

EXERCICE 3 (4 pts)

(On donnera les résultats des calculs de probabilités sous forme de fractions irréductibles)

- 3 élèves de la série A1 : DJORO, MOYA et RAISSA;
- 2 élèves de la série A2 : AMESSAN et KADIO.

1. Soit N le nombre cherché.

N est le nombre d'arrangements de 5 parmi 8.

$N = A_8^5 = 6720$ 2pts

2. a) On fait asseoir DJORO dans le taxi T1 : 4 choix possibles;

On fait asseoir les 4 autres élèves : A_7^4 Choix;

$P(A) = \frac{4 \times A_7^4}{A_8^5} = \frac{1}{2}$ 0,5

Méthode 2

Les choix des 2 taxis sont équiprobables.

D'où, $P(A) = \frac{1}{2}$.

b) MOYA s'assoit devant dans le taxi T1 : 1 choix;

AMESSAN s'assoit à l'arrière dans le taxi T2 : 3 choix;

Les autres élèves s'asseyent : A_6^3 Choix.

$P(B) = \frac{1 \times 3 \times A_6^3}{A_8^5} = \frac{3}{56}$ 0,5

c) On prend une place dans le taxi T1 : 4 Choix;

On prend 4 places dans le taxi T2 : 1 choix;

On permute les 5 élèves sur les 5 places prises : 5! Choix.

$P(E) = \frac{4 \times 1 \times 5!}{A_8^5} = \frac{1}{14}$ 0,5

3. * KADIO et RAISSA s'asseyent dans le taxi T1 : A_4^2 Choix;

DJORO s'assoit dans le taxi T2 : 4 choix;

Les autres élèves s'asseyent : A_5^2 Choix.

$P(C) = \frac{A_4^2 \times 4 \times A_5^2}{A_8^5} = \frac{1}{7}$ 0,25

* Les filles de la série A1 prennent un taxi : 2 choix;

Les filles de la série A1 s'asseyent : A_4^3 Choix;

Les filles de la série A2 s'asseyent : A_4^2 Choix.

$$P(D) = \frac{2 \times A_4^3 \times A_4^2}{A_8^5} = \frac{3}{35} \dots\dots\dots 0,25$$

EXERCICE 3 (11 pts)

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

f est la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x+1}$.

1. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{4}\}$, $f(x) = x - \frac{5}{4} + \frac{9}{4(4x+1)}$ 2pts

2. Le point $A(-\frac{1}{4} ; -\frac{3}{2})$ est un centre de symétrie de (C) 0,5

3. Pour tout x élément de $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{4}\}$, $f(x) - (x - \frac{5}{4}) = \frac{9}{4(4x+1)}$.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - \frac{5}{4})] = 0$ 1

b) Pour tout x élément de $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{4}\}$, $f(x) - (x - \frac{5}{4})$ a le même signe que $4x+1$.

* $\forall x \in]-\infty ; -\frac{1}{4}[$, $f(x) - (x - \frac{5}{4}) < 0$ 0,5

D'où, Justifier que (C) est en-dessous de (D) sur $]-\infty ; -\frac{1}{4}[$.

* $\forall x \in]\frac{1}{4} ; +\infty[$, $f(x) - (x - \frac{5}{4}) > 0$ 0,5

D'où, Justifier que (C) est au-dessus de (D) sur $]\frac{1}{4} ; +\infty[$.

c) * $f(-\frac{1}{4}) = -\frac{3}{2}$ 0,5

* $f(\frac{9}{4}) = 1$ 0,5

4. a) * $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 1

* $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}} f(x) = +\infty$ 1

b) $(D') : x = -\frac{1}{4}$ 0,5

1. * $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{4}\}$, $f'(x) = \frac{8(2x-1)(x+1)}{(4x+1)^2}$ 0,5

Pour tout x élément de $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{4}\}$, $8 > 0$ et $(4x+1)^2 > 0$.

$f'(x)$ a le même signe que $(2x-1)(x+1)$.

* Pour tout x élément de $]-\infty ; -1[\cup]\frac{1}{2} ; +\infty[$, $f'(x) > 0$ 0,25

D'où, f est strictement croissante sur $]-\infty ; -1]$ et sur $]\frac{1}{2} ; +\infty[$ 0,25

* Pour tout x élément de $]-1 ; -\frac{1}{4}[\cup]-\frac{1}{4} ; \frac{1}{2}[$, $f'(x) < 0$ 0,25

D'où, f est strictement décroissante sur $]-1 ; -\frac{1}{4}[$ et $]-\frac{1}{4} ; \frac{1}{2}[$ 0,25

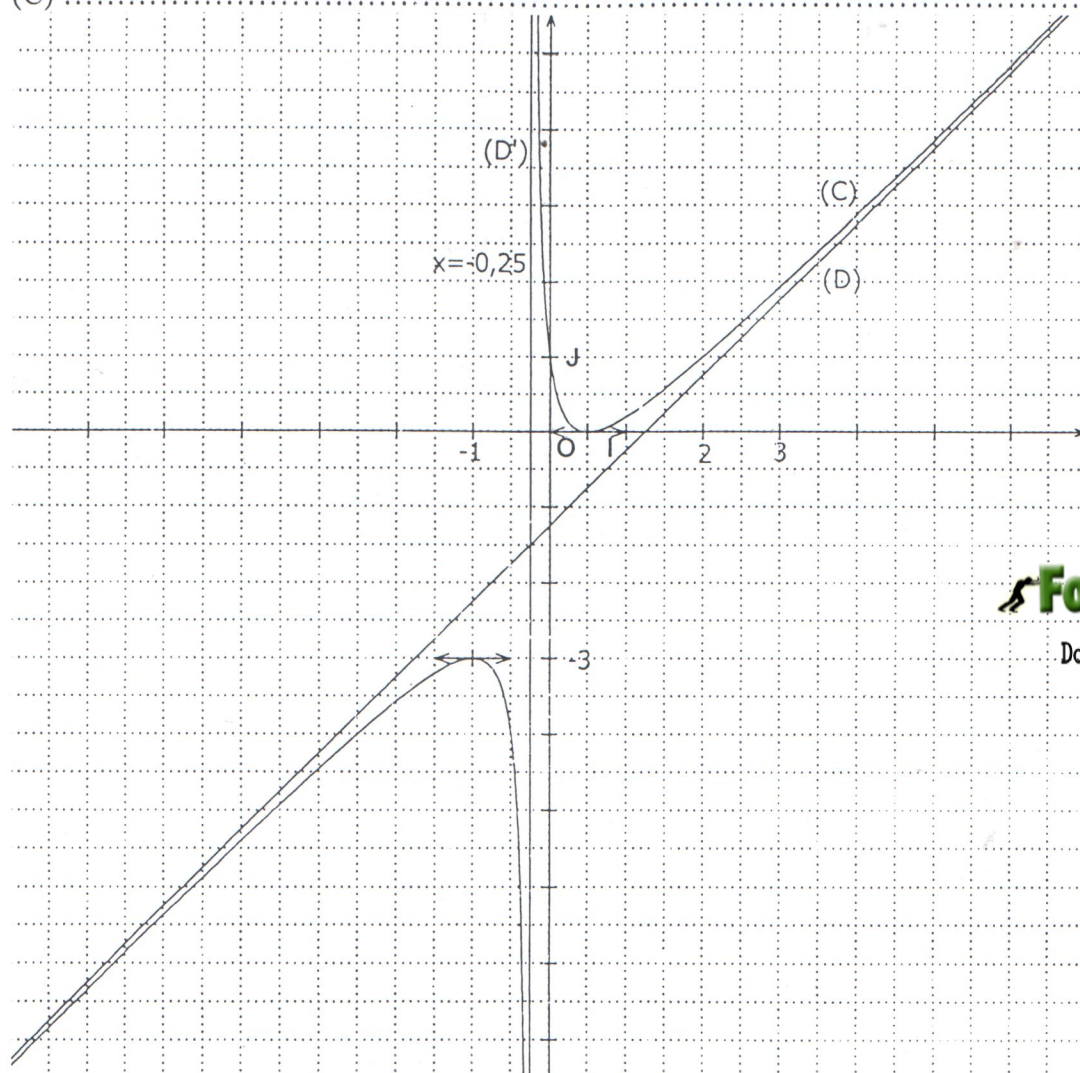
2. a) $f(\frac{1}{2}) = 0$ 0,5

$f(-1) = -3$ 0,5

b) 0,5

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+
f(x)	$-\infty \rightarrow -3 \rightarrow -\infty$			$+\infty \rightarrow 0 \rightarrow +\infty$		

3. (D) 0,25
(D') 0,25
(C) 0,5



Fomesoutra.com
ça s'entraîne !
Docs à portée de main