Lycée Classique d'Abidjan

Fiche 12

FONCTIONS COMPORTANT ln ou exp

TA1
2016-2017
M. ZANLI

EXERCICE 1

On considère une fonction f de ℝ vers ℝ.
Dans chaque cas :
a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f.
b) Pour tout x élément de D_f, calculer f '(x).

1. $f(x) = e^x - 4x + 3$	2. $f(x) = e^x + 4x + 3$	3. $f(x) = e^x - 3x^2 + 5x - 1$
4. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + e^x$	5. $f(x) = -\frac{3}{2}x + 2 + e^x$	6. $f(x) = e^x + \frac{7}{5}x + 2$
7. $f(x) = (3 - 5x)e^x$	8. $f(x) = (x - 2)e^x$	9. $f(x) = (1 - x)^2e^x$
10. $f(x) = x\,e^{x^2-2x}$	11. $f(x) = (1 - \frac{1}{x})e^{-x}$	12. $f(x) = x^2e^{1-2x}$
13. $f(x) = \frac{e^x}{2x-3}$	14. $f(x) = \frac{e^{-x}}{x-1}$	15. $f(x) = \frac{e^{x-1}}{x}$
16. $f(x) = \frac{e^x}{2-x}$	17. $f(x) = \frac{e^x}{(x-1)^2}$	18. $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$
19. $f(x) = e^{4-3x}$	20. $f(x) = e^{x-2}$	21. $f(x) = e^{-x+1}$
22. $f(x) = (3 - 5x)e^{-x}$	23. $f(x) = (x - 2)e^{-x}$	24. $f(x) = (1 - 2x)(e^{-x} - 3)$
25. $f(x) = \frac{e^x}{e^x-2}$	26. $f(x) = \frac{e^x-3}{e^x-2}$	27. $f(x) = e^{-x}\ln x$

EXERCICE 2

Résoudre, dans ℝ, les inéquations suivantes :

1. $(I_1) : e^{2x} - 4e^x + 4 \leq 0$	2. $(I_2) : e^{2x} - 2e^x + 1 < 0$
3. $(I_3) : e^{2x} + 6e^x + 9 > 0$	4. $(I_4) : 2e^{2x} + 3e^x - 4 < 0$
5. $(I_5) : 2e^{2x} - 5e^x + 3 < 0$	6. $(I_6) : e^{\frac{x+1}{4x+1}} \geq e$.

EXERCICE 3

1. On donne le polynôme P de ℝ défini par : $P(x) = 2x^3 - 11x^2 + 18x - 9$.
   a) Calculer P(1).
   b) Trouver le polynôme Q de ℝ tel que : $P(x) = (x - 1)Q(x)$.
   c) Résoudre, dans ℝ, l'équation $(E_1) : 2x^3 - 11x^2 + 18x - 9 = 0$.
2. Résoudre, dans ℝ, l'inéquation suivante : $(I) : 2e^{3x} - 11e^{2x} + 18e^x - 9 \geq 0$

EXERCICE 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité graphique : 2cm.
On considère la fonction f de ℝ vers ℝ définie par : $f(x) = e^x - 2x - 3$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O,I,J).

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que la droite (D) : $y = -2x-3$, est une asymptote à (C) en $-\infty$.
   b) Etudier la position de (C) par rapport à la droite (D).
4. Construire la partie de (C) relative à l'intervalle $]-\infty ; 2,5]$.
5. a) Interpréter graphiquement l'intégrale $K_t = \int_t^0 (f(x) - (-2x-3))dx$, $(t < 0)$
   b) Calculer K_t et $\lim\limits_{t \to -\infty} K_t$.

6. a) Hachurer la partie du plan définie par les points M(x ; y) tels que : $\{-2x-3 \leq y \leq f(x)$

b) Calculer l'aire domaine hachuré.

EXERCICE 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité graphique : 1 cm.
On considère la fonction f de]-∞ ; 2] vers ℝ définie par : $f(x) = e^x + x - 2$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O,I,J).

1. a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1	2
Arrondi d'ordre 2 de $f(x)$				

   b) Placer les point de (C) donnés par le tableau précédent.
2. On donne la fonction g définie sur ℝ par : $g(x) = e^x - x - 1$.
   Etudier le sens de variation de g. En deduire que : $\forall x \in \mathbb{R},\ e^x - x - 1 \geq 0$.
3. Calculer la limite de f en -∞.
4. a) Démontrer que la droite (D) : $y = x-2$, est une asymptote à (C) en -∞.
   b) Etudier la position de (C) par rapport à la droite (D).
5. Démontrer que la fonction f est strictement croissante puis dresser son tableau de variation.
6. a) Justifier que la droite (T) : $y = 2x-1$, est tangente à (C) au point A(0 ; -1).
   b) Démontrer que la courbe (C) est au-dessus de la droite (T).
7. Tracer les droites (D) et (T) puis construire (C).
8. Hachurer le domaine du plan compris entre (C), la droite (D) et les droites d'équation respectives $x = 0$ et $x = 3$. Calculer l'aire du domaine hachuré.

EXERCICE 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité graphique : 1cm.
On considère la fonction f de ℝ vers ℝ définie par : $f(x) = (3 - 2x)e^x$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O,I,J).

1. Trouver 2 nombres réels a et b tels que la fonction numérique F définie par $F(x) = (ax + b)e^x$ est une primitive de f sur ℝ.
2. a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   b) Interpréter graphiquement la limite de f en -∞.
3. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
4. Donner les arrondis d'ordre 2 respectifs de f(-3), f(-1), f(0), $f(\frac{1}{2})$, f(1) et f(2) (On rassemblera les résultats dans un tableau de valeurs).
5. a) Placer 6 points de (C).
   b) Construire la partie de (C) relative à l'intervalle]-∞ ; 2].

KNAA TLeA1

7. a) Interpréter graphiquement l'intégrale $A(t) = \int_t^0 f(x)dx$, $(t < 0)$.
   b) Calculer A(t) et $\lim\limits_{t \to -\infty} A(t)$.
8. a) Hachurer la partie du plan définie par les points M(x ; y) tels que : $x \leq 0$ et $0 \leq y \leq f(x)$.
   b) Calculer l'aire de la partie hachurée.

EXERCICE 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité graphique : 1cm.

On considère la fonction f de ℝ vers ℝ définie par : $f(x) = \frac{e^x}{5x-4}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O,I,J).

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{4}{5}\}$, $f'(x) = \frac{(5x-9)e^x}{(5x-4)^2}$.
3. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
4. Construire (C) avec soin, [On pourra utiliser un tableau de valeurs].

Dnes