

INTELLIGENCE

- Si $\frac{b}{a}$ est un zéro d'un polynôme P alors on peut factoriser $P(x)$ par $ax-b$
- Si a est un zéro d'un polynôme P alors on peut factoriser $P(x)$ par $x-a$.
- Évite les tableaux de signes pour la recherche de singe(s) des degrés 1 et les degrés 2.
- Ne soit pas esclave du discriminant, toujours hiérarchiser les méthodes de recherches de zéros.

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^3 - 13x^2 - 22x + 40$.

1. a) Calculer $f(-2)$ et $f(\frac{5}{4})$.
b) Ecrire $f(x)$ comme produit de 3 facteurs de degré 1
2. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I) : 4x^3 - 13x^2 - 22x + 40 > 0$.

EXERCICE 2

1. On donne l'inéquation $(I_1) : \frac{3x-1}{x+2} < 0$.
a) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I_1) à l'aide de l'équivalence : $\frac{a}{b} < 0 \Leftrightarrow ab < 0$.
b) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I_1) à l'aide d'un tableau de signes.
2. On donne l'inéquation $(I_2) : 3 - \frac{2}{x-1} > 0$.
Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I_2) à l'aide de l'équivalence : $\frac{a}{b} > 0 \Leftrightarrow ab > 0$.
3. On donne l'inéquation $(I_3) : x - \frac{5}{2x+3} \geq 0$.
Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I_3) à l'aide de l'équivalence : $\frac{a}{b} \geq 0 \Leftrightarrow b \neq 0 \text{ et } ab \geq 0$.
4. On donne l'inéquation $(I_4) : x + \frac{7}{5x-2} \leq 0$.
Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I_4) à l'aide de l'équivalence : $\frac{a}{b} \leq 0 \Leftrightarrow b \neq 0 \text{ et } ab \leq 0$.

EXERCICE 3

On donne l'inéquation $(I) : \frac{2x+3}{x-3} < \frac{x-1}{3x+1}$.

1. Vérifier que pour tout x élément $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}; 3\}$, $\frac{2x+3}{x-3} - \frac{x-1}{3x+1} = \frac{5x(x+3)}{(x-3)(3x+1)}$.
2. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I) à l'aide d'un tableau de signes.

EXERCICE 4

On donne l'inéquation $(I) : \frac{x+1}{x-2} + \frac{x-3}{x-1} \geq \frac{x-1}{2x+1}$.

1. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}; 1; 2\}$, $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-3}{x-1} - \frac{x-1}{2x+1} = \frac{(x+1)(3x^2-7x+7)}{(x-2)(x-1)(2x+1)}$.
2. Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $3x^2 - 7x + 7 > 0$.
3. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I) à l'aide d'un tableau de signes.

EXERCICE 5

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations et inéquations suivantes :

1. $(I_1) : x^2 + 2x + 1 \leq 0;$

2. $(I_2) : x^2 - 4x + 4 > 0;$

3. $(I_3) : 3x^2 + 7 \leq 0;$	4. $(I_4) : x^2 - 4x + 5 > 0;$
5. $(I_5) : 2x^2 + 5x + 3 \leq 0;$	6. $(I_6) : x^2 - 4x + 3 > 0;$
7. $(I_7) : x^2 - x - 2 \leq 0;$	8. $(I_8) : x^2 - 3x - 5 \geq 0;$
9. $(I_9) : 2x^2 + 4x \leq 0;$	10. $(I_{10}) : x^2 + 2x - 2 > 0;$
11. $(I_{11}) : 2x^2 + 4x - 5 \geq 0;$	12. $(I_{12}) : 9x^2 - 5 > 0.$

EXERCICE 6

On considère une fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$.
Déterminer, dans chaque cas, le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

1. $f(x) = -2x^2 + 5x - 3$	2. $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$	3. $f(x) = 5x^2 + 2$
4. $f(x) = x^2 - 4$	5. $f(x) = x^2 + 6x + 9$	6. $f(x) = x^2 - x + 1$
7. $f(x) = -x^2 + 2x - 2$	8. $f(x) = 5x^2 + 3x$	9. $f(x) = -x^2 + 5$

EXERCICE 7

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 6x^3 + 19x^2 + x - 6$.

1. Étudier la parité de f .
2. a) Calculer $f(-\frac{2}{3})$.
b) Trouver le polynôme P de $\mathbb{R}$ tel que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (3x + 2)P(x)$.
3. a) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (2x - 1)(3x^2 + 11x + 6)$.
b) Ecrire $f(x)$ comme produit de 3 facteurs de degré 1.
4. a) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I_1) : 6x^3 + 19x^2 + x - 6 \geq 0$.
b) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I_2) : 6x^3 + 19x^2 + x - 6 < 0$.

EXERCICE 8

1. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $(E_0) : x^2 - 2x - 2 = 0$.
2. On considère le polynôme P de $\mathbb{R}$ défini par : $P(x) = x^3 + 3x^2 - 12x - 10$.
3. a) Calculer $P(-5)$.
b) Trouver le polynôme Q de $\mathbb{R}$ tel que : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x + 5)Q(x)$.
4. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I) : x^3 + 3x^2 - 12x - 10 > 0$.

EXERCICE 9

On considère le polynôme P de $\mathbb{R}$ défini par : $P(x) = 12x^3 + 32x^2 + 15x - 9$.

1. a) Calculer $P(-\frac{3}{2})$.
b) Trouver le polynôme Q de $\mathbb{R}$ tel que : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (2x + 3)Q(x)$.
2. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (2x + 3)^2(3x - 1)$.
3. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I_1) : 6x^3 + 19x^2 + x - 6 \geq 0$.

EXERCICE 10

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^3 + 13x^2 + 13x - 10$.

1. a) Calculer $f(\frac{1}{2})$ et $f(-2)$.
b) Trouver le polynôme P de $\mathbb{R}$ tel que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (2x - 1)P(x)$.
2. a) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I_0) : P(x) < 0$.
b) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I) : 2x^3 + 13x^2 + 13x - 10 < 0$.

EXERCICE 11

On considère le polynôme P de $\mathbb{R}$ défini par : $P(x) = 6x^4 - 25x^3 + 30x^2 - 5x - 6$

1. a) Calculer $P(-\frac{1}{3})$ et $P(1)$.
b) Trouver le polynôme Q de $\mathbb{R}$ tel que : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (3x + 1)(x - 1)Q(x)$.
2. a) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I_0) : Q(x) \geq 0$.
b) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(I) : P(x) \geq 0$.