TA1 Lundi 21 novembre 2016 *Lycée Classique d'Abidjan*

Mathématiques – Devoir de niveau n°2 – 1er trimestre | Durée : 2H00 | Coefficient : 2

M. ZANLI (Auteur Compositeur)

EXERCICE 1 (5 points)

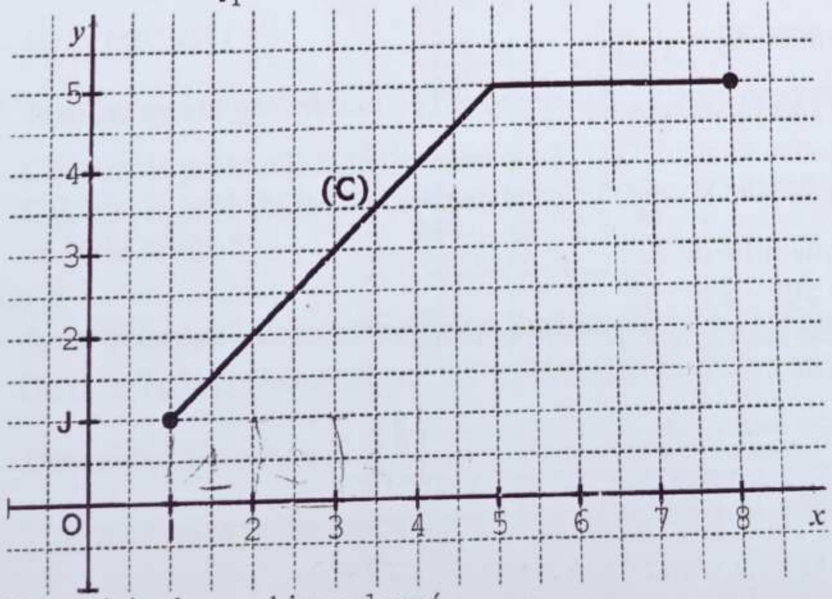
Pour chaque question, seules 1 ou 2 propositions sont vraies.
Recopie la ou les 2 propositions vraies. Aucune justification n'est demandée.

1. On pose : $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = 6x^3 + 23x^2 - 6x - 8$.
   a) $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (x + 4)(2x + 2)(3x - 1)$
   b) $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (x + 4)(2x + 1)(3x - 2)$
   c) $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (x + 4)(2x + 1)(3x - 2)$
   d) $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (2x + 1)(3x^2 + 10x - 8)$
2. L'ensemble de solutions de l'inéquation : $x^3 - 4x^2 + x + 6 < 0$ est :
   a) $]-\infty ; -1[\cup]2 ; 3[$ b) $]-1 ; 2[\cup]3 ; +\infty[$ c) $]-\infty ; -1[\cup]1 ; 3[$ d) $]-\infty ; 3[$
3. L'ensemble de solutions de l'inéquation : $9x^3 + 12x^2 - 11x + 2 \geq 0$ est :
   a) $]-3 ; 2[\cup]3 ; +\infty[$ b) $]-\infty ; -3[\cup]2 ; 3[$ c) $[-3 ; \frac{1}{3}]\cup[\frac{1}{3} ; +\infty[$ d) $[-3 ; +\infty[$
4. On considère la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$.
   a) L'équation : $f(x) = 0$, n'a pas de solution.
   b) L'équation : $x \in [0 ; 4]$, $f(x) = 0$, admet une unique solution.
   c) L'équation : $x \in [3 ; 4]$, $f(x) = 0$, admet une unique solution.
   d) L'équation : $f(x) = 0$, admet 3 solutions.
5. On considère la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$.
   On note F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ telle que : $F(-2) = 0$.
   a) $\forall x \in \mathbb{R}$, $F(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x$.
   a) $\forall x \in \mathbb{R}$, $F(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x - 30$.
   b) $\forall x \in \mathbb{R}$, $F(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 - x - 1$.
   c) $\forall x \in \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x$.

EXERCICE 2 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O;I;J).
On donne la courbe représentative (C) d'une fonction f dérivable et définie sur [1 ; 8].

On pose : $K = \int_1^8 f(x)dx$.



1. Reproduire le graphique donné

2. a) Interpréter graphiquement l'intégrale K.
   b) Hachurer le domaine $\mathfrak{D}$ du plan dont l'aire, en unité d'aire, est l'intégrale K.
3. a) Donner par comptage le nombre N_1 de carreaux de base 1 contenus dans $\mathfrak{D}$.
   b) Donner par comptage le nombre N_2 de demi-carreaux triangulaires de base 0,5 et de bord (C) contenus dans $\mathfrak{D}$.
4. Calculer l'intégrale K en utilisant les carreaux du domaine $\mathfrak{D}$.

EXERCICE 3 (*Exercice 2 Simili Bac A1 2009 Lycée Classique d'Abidjan*) (10 points)

(***Chaque jeton est marqué d'un unique montant***)

Une urne contient 8 jetons indiscernables au toucher :

- 5 jetons verts marqués : 1000 CFA, 2000 CFA, 2000 CFA, 2000 CFA et 2000 CFA.
- 2 jetons jaunes marqués : 2000 CFA et -5000 CFA.
- 1 jeton rouge marqué : -5000 CFA.

Un joueur tire simultanément 4 jetons de l'urne.

Partie A

(***On calculera les probabilités sous forme de fractions irréductibles***)

On donne les événements :

A : "Obtenir, exactement, un jeton jaune et 4 jetons marqués 2000 CFA" ;
B : "Obtenir, exactement, un jeton jaune et 3 jetons marqués 2000 CFA" ;
C : "Obtenir 4 jetons de même montant" ;
D : "Obtenir 4 jetons de 3 montants" ;
E : "Obtenir 4 jetons de 2 montants, exactement".

1. a) Justifier que : $P(A) = \frac{2}{35}$;
   b) Justifier que : $P(B) = \frac{8}{35}$.
2. Démontrer que : $P(C) + P(D) + P(E) = 1$.
3. a) Calculer la probabilité de l'évènement C ;
   b) Calculer P(D) ;
   c) Calculer P(E).

Partie B

Le joueur mise une somme S (en CFA) et obtient le cumul des montants marqués sur les jetons ($S \in [0 ; +\infty[$).

Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le résultat financier du joueur à l'issue d'un tirage de 4 jetons (Résultat financier = Somme obtenue - mise).

1. Trouver les valeurs prises par X en fonction de S.
2. a) Justifier que : $P(X = 8000\text{-}S) = \frac{1}{14}$;
   b) Justifier que : $P(X = 1000\text{-}S) = \frac{2}{7}$;
   c) Justifier que : $P(X = -7000\text{-}S) = \frac{1}{14}$.
3. Déterminer la loi de probabilité de X.
4. a) Vérifier que : $E(X) = 500 - S$;
   b) Quelle doit être la mise pour que le jeu soit équitable ? (Justifier votre réponse)