

SIMILI BACCALAUREAT
 Session de février 2015

Durée : 3 heures
 Coefficient : 3

MATHEMATIQUES

1

SERIE : A1

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.
 Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

- On pose : $P(x) = 6x^3 - 41x^2 + 48x + 35$.
 - Calculer $P(-\frac{1}{2})$.
 - Vérifier que : $P(x) = (3x - 7)(2x^2 - 9x - 5)$.
- Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation : $P(x) = 0$.
 - Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation : $2\ln x + \ln(x + 7) + \ln 6 = \ln(x - 1) + \ln(83x + 35)$
- Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $P(x) < 0$.
 - Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $2\ln(-x) + \ln(41 - 6x) < \ln(48x + 35)$.
 - Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $6(\ln x)^3 + 48\ln x < 41(\ln x)^2 - 35$.

EXERCICE 2

(On donnera les probabilités des événements sous forme de fractions irréductibles)
 Un sac contient 9 stylos indiscernables au toucher : 5 stylos bleus, 3 stylos rouges et un stylo vert.

Partie A

On effectue au hasard 3 tirages successifs avec remise d'un stylo du sac.

- Calculer la probabilité de l'événement A : "Obtenir dans l'ordre du tirage un stylo bleu, un stylo rouge et un stylo vert".
- Justifier que la probabilité de l'événement B : "Obtenir un stylo bleu, un stylo rouge et un stylo vert" est : $\frac{10}{81}$.
- Justifier que la probabilité de l'événement C : "Obtenir exactement un stylo bleu" est : $\frac{20}{81}$.
- Calculer la probabilité de l'événement D : "Obtenir exactement un stylo rouge".
- Calculer la probabilité de l'événement E : "Obtenir exactement un stylo bleu ou exactement un stylo rouge".

Partie B

On effectue au hasard n tirages successifs avec remise d'un stylo du sac ($n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$).
 On note P_n la probabilité pour qu'on obtienne au moins un stylo vert.

- Démontrer que : $P_n = 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n$.
- Trouver la plus petite valeur de n telle que P_n dépasse 99%.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

On considère la fonction f de $]-\infty; 4]$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x}{2} + \ln x - 1$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère $(O; I; J)$.

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
2. Calculer la limite de f en zéro. En déduire une asymptote à (C) .
3. Justifier que pour tout x élément de $]0; 4]$, $f'(x) > 0$.
4. Étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
5. a) Démontrer que l'équation : $f(x) = 0$, admet une unique solution α .
b) Justifier que : $1,37 \leq \alpha \leq 1,38$.
6. Justifier que la droite $(T) : y = \frac{3}{2}x - 2$, est tangente à (C) au point d'abscisse 1.

[La courbe (C) est en-dessous de la droite (T)]

7. Placer le point $K(1; -\frac{1}{2})$, tracer la droite (T) puis construire (C) avec soin.
8. Justifier que la fonction F définie sur $]0; 4]$ par : $F(x) = \frac{x^2}{4} + x \ln x - 2x$, est une primitive de la fonction f sur $]0; 4]$.
9. On note $\mathcal{A}_\alpha$ l'aire, en cm^2 , de la partie du plan limitée par (C) , la droite (OI) et les droites d'équations respectives : $x = \alpha$ et $x = e$.

a) Démontrer que : $F(\alpha) = -\frac{\alpha^2}{4} - \alpha$

b) Démontrer que $\mathcal{A}_\alpha = (\alpha^2 + e^2 + 4\alpha - 4e)\text{cm}^2$.

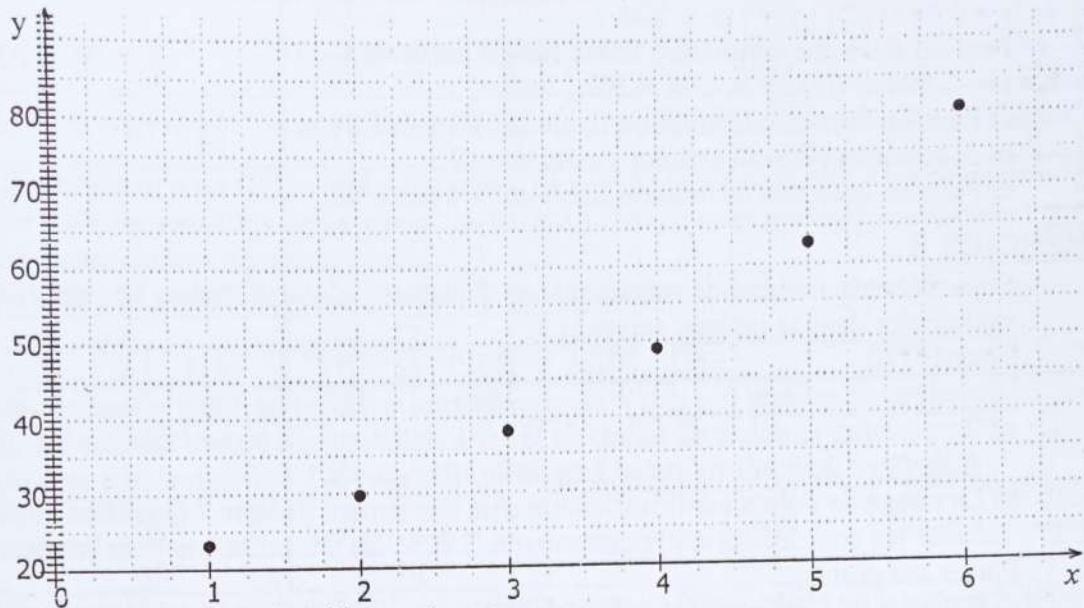
EXERCICE 4 (LCA, Simili BAC AI 2010, Exercice 4)

Fomesoutra.com

On a relevé, en kilowatt/heure, la quantité d'énergie électrique consommée par une ville, chaque jour, de 19h30 à 20h30. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Quantité d'énergie électrique (y_i)	23,11	29,68	38,11	48,93	62,83	80,67

Le nuage de points de la série statistique de caractères (X ; Y) est donné ci-dessous.



1. Reproduire et compléter le tableau suivant

Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Arrondi d'ordre 2 de z_i [$z_i = \ln(y_i)$]						

2. a) Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série statistique de caractères (X ; Z). **Echelles : Abscisses : 2cm pour 1an. Ordonnées : 2cm pour 1.**
 b) Le nuage de points est-il justiciable d'un ajustement affine ? (Justifiez votre réponse)
3. (Les résultats seront donnés sous forme d'arrondis d'ordre 4)
 a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Z.
 b) Le coefficient de corrélation linéaire est-il conforme aux affirmations de la question 3.b).
4. Trouver une équation de la droite (D) de régression de Z en X puis tracer la droite (D).
5. Trouver une équation de la régression de Y en X sous la forme : $y = Ae^{Bx}$ où A et B sont des constantes réelles à préciser. (La régression de Y en X est dite exponentielle et on admet que cet ajustement reste valable à long terme).
6. A combien peut-on estimer, dans la 10^{ème} année, la quantité d'énergie électrique consommée par la ville chaque jour de 19h30 à 20h30.

EXERCICE 5

On a relevé en relevé la masse monétaire des petits épargnants de banques d'un pays. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant.

Banque	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
Nombre total de petits épargnants (en millier) (x_i)	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
Epargne totale (en million de dollars US) (y_i)	50	52,5	55	57,5	60	62	65	67,5	70	73

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire.
 2. Trouver une équation de la droite (D) de régression de Y en fonction de X.
 3. A combien peut-on estimer l'épargne totale de petits épargnants d'une banque ayant 200 mille petits épargnants.