

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Pour des tâches comparables, différentes entreprises offrent les rémunérations (en milliers de francs) notés X_i . Pour effectuer ces tâches, on a vu se présenter un nombre de candidats noté Y_i .

X_i	520	525	530	535	540
Y_i	12	15	19	21	23

- 1- Représenter le nuage de points $M_i (X_i ; Y_i)$ dans un repère orthogonal.

Echelle : En abscisse : 1 cm pour 5 mille, à partir de 510 mille.

En ordonné : 1 cm pour 1 candidat à partir de 10 candidats

- 2- Calculer :

- a- La variance de X.
- b- La variance de Y.
- c- La covariance de (X, Y).
- d- En déduire le coefficient de corrélation linéaire r entre X et Y. La valeur trouvée justifie-t-elle un ajustement affine ?

- 3- Déterminer une équation de la droite de régression (D) de Y en X.

- 4- Si on garde la même tendance, estimer à l'aide de la droite (D) le nombre de candidats qui se présenteront si on offre une rémunération de 600 000 F.

EXERCICE 2

Une entreprise dispose de deux types de parkings. Un parking protégé A et un parking non protégé B.

9 personnes au volant de leurs voitures arrivent au même moment et s'adressent au responsable du parking A pour garer leurs voitures.

- 1. Sachant qu'il ne reste que 5 places disponible dans le parking A,
 - a) Déterminez le nombre de possibilités de choisir les 5 véhicules que le responsable peut faire garer dans le parking.
 - b) Les places étant numérotées, déterminez le nombre de possibilités de garer les 5 voitures.
- 2. Les 4 autres personnes se sont dirigées au parking B qui disposent de 10 places libres numérotées. Déterminez le nombre de possibilités de garer leurs véhicules.

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$.

1. Etudier les variations de g puis dressez son tableau de variation (on ne demande pas de calculer les limites)
2. En déduire que pour tout x élément de $]0; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 + \frac{\ln x}{x}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer les limites de f en 0 à droite et en $+\infty$.
2. On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$.
 - a) Démontrer que pour tout x de $]0; +\infty[$ on a $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
 - b) Déduire de la partie A les variations de f puis dressez son tableau de variation.
 - c) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
 - d) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique que l'on notera α tel que $0,7 < \alpha < 0,8$.
3.
 - a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
 - b) Etudier les positions relatives de (C) et (D).
4. construire (T) ; (D) et (C) dans le repère.