

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION 2021

Coefficient : 4

Durée : 3H00

MATHEMATIQUES**SERIE B**

Cette épreuve comporte trois (3) pages numérotées 1/3, 2/3, 3/3

Exercice 1

Une PME cherche à modéliser son chiffre d'affaires des dernières années. L'évolution de ces chiffres d'affaire exprimés en millions de francs CFA, est notée dans le tableau suivant.

Années	2012	2014	2016	2017	2018	2019
Rang x_i de l'année	1	3	5	6	7	8
Chiffre d'affaire y_i en millions de FCFA	29	35	52	68	93	130

- Représenter le nuage de points associé à cette série double $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal d'échelle : Abscisse : 1 cm pour 1 unité de rang
Ordonnée : 1 cm pour 10 millions de FCFA
 - l'allure du nuage de points permet-il d'envisager un linéaire ? justifier votre réponse.
- On pose $z_i = \ln y_i$. Tous les résultats seront arrondis au centième près.

Recopier puis compléter le tableau suivant.

Années	2012	2014	2016	2017	2018	2019	Totaux
x_i	1	3	5	6	7	8	
$z_i = \ln y_i$	3,37						
x_i^2							
z_i^2							
$x_i \times z_i$							

- En déduire :
 - Les moyennes \bar{x} et \bar{z} respectifs des variables x et z ;
 - Le calcul des variances $V(x)$ et $V(z)$ respectifs des variables x et z ;
 - Le calcul de la covariance $cov(x; z)$ du couple $(x; z)$
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série $(x; z)$ puis interpréter le résultat.
- Justifier qu'une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés est : $z = 0,22x + 2,98$.
 - en déduire l'expression de y en fonction de x .
 - en utilisant l'expression précédente, estimer le chiffre d'affaire de cette PME en 2021

Exercice 2

(Dans cet exercice les résultats seront donnés sous forme décimale et arrondis à l'ordre 3)

Une usine fabrique des stylos à billes. Une étude a montré que 90% de la production ne présente pas de défaut.

Chaque stylo est soumis à un contrôle de fabrication. Ce contrôle refuse 94% des stylos avec défaut et accepte 92% des stylos sans défaut.

On choisit au hasard un stylo avant son passage au contrôle. Tous les tirages sont équiprobables.

On désigne par D l'événement « le stylo a un défaut » et par A l'événement « le stylo est accepté après le contrôle »

1. Construire l'arbre pondéré de probabilité résumant la situation.
2. Calculer les probabilités des événements
« Le stylo est accepté et n'a pas de défaut » ;
« le stylo est accepté et a un défaut ».
3. Calculer la probabilité que le stylo soit accepté.
4. Calculer la probabilité que le stylo soit refusé.

Problème

Partie A

Soit la fonction numérique g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$.

1. Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$
2. La fonction g étant dérivable sur $]0 ; +\infty[$;
 - a) Déterminer la dérivée $g'(x)$ de g .
 - b) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3. Calculer $g(1)$ et montrer que $\begin{cases} \forall x \in]0 ; 1[; g(x) > 0 \\ \forall x \in]1 ; +\infty[; g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

Soit la fonction numérique f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = -x + 2 + \frac{\ln x}{x}$.

1. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$
2. f étant dérivable sur $]0 ; +\infty[$;
 - a) Démontrer que $\forall x \in]1 ; +\infty[; f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
 - b) Etudier le signe de $f'(x)$; en déduire le sens e variation de f et dresser son tableau de variation.
3. Démontrer que l'équation $\forall x \in]0 ; +\infty[, f(x) = 0$ admet deux solutions α et β . On notera α la solution appartenant à $]0 ; 1[$.

Justifier que : $0,4 \leq \alpha \leq 0,5$. On admettra que $2,3 \leq \alpha \leq 2,4$.

4. On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ d'unité graphique 4 cm.

- a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.
- b) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D) .

- c) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse e
- d) Tracer (C) ; (D) et (T) dans le repère $(O; I; J)$.

Partie C

1. Déterminer une primitive de sur $]0; +\infty[$ de la fonction u définie par $u(x) = \frac{1}{x} \ln x$
2. En déduire une primitive F de f sur $]0; +\infty[$.