BACCALAUREAT **Coefficient : 4**
SESSION 2019 **Durée : 3*h***

MATHEMATIQUES

SERIE B

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.
Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1

Le gérant d'un hypermarché disposant d'un potentiel de 28 caisses enregistreuses, a fait réaliser une statistique sur le temps moyen (en minutes) d'attente d'un client à une caisse ouverte. On note x le nombre de caisses ouvertes et y le temps moyen d'attente correspondant. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

x_i	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
y_i	12,25	12	11,5	11,75	10	10	9,75	9	8,25	8

1. a) Construire le nuage de points associé à la série double $(x\,;\,y)$ dans un repère orthogonal du plan.
Echelle : en abscisse, 1 cm pour 1 caisse enregistreuse ouverte ;
en ordonnée, 1 cm pour 1 minute d'attente.
b) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points et le placer dans le nuage.

2. a) Calculer :
- la variance V(X) de x ;
- la variance V(Y) de y ;
- la covariance Cov(X , Y) de x et de y.

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre x et y, puis interpréter.

3. Déterminer une équation de la droite de régression de x en y par méthode des moindres carrés.

4. Quel est le nombre de caisses à ouvrir pour que le temps moyen d'attente à une caisse soit de 3 minutes ?

EXERCICE 2

Monsieur Despa est un planteur de cacao dont la première production P_1 et de 10 tonnes.

1. Sachant que les 4 premières années de production de cacao de Monsieur Despa forment une suite arithmétique de somme égale à 58 tonnes :
   a) Calculer la production P_4 de la 4e année de production ;
   b) Calculer la raison r de cette suite ;
   c) Calculer la production de la 2e année et de la 3e année.

2. Soit P_n la production de la $n^{ième}$ année de production. Exprimer P_n en fonction de n.

3. Le prix d'un kilogramme de cacao est resté à 1 000 F CFA bord champ pendant 7 années consécutives depuis la première production de Monsieur Despa.
   a) Calculer le montant de la vente de sa production à la 7e année.
   b) Combien aura-t-il gagné en 7 ans de production ?

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction numérique définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $g(x) = x + 2 - x\ln x$

1. a) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
   b) Etudier les variation de g , puis dresser son tableau de variation.

2. a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\propto$ dans l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$.
   b) Vérifier que : $4{,}3 < \propto < 4{,}4$.
   c) Justifier que :
   - $\forall\ x\ \in\ ]0\ ;\ \propto[,\quad g(x) > 0$
   - $\forall\ x\ \in\ ]\propto\ ;\ +\infty[,\quad g(x) < 0.$

Partie B

On considère la fonction numérique f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{\ln x}{x+2}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).

Unité graphique : OI = 2 cm ; OJ = 10 cm.

1. a) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$ puis interpréter graphiquement les résultats.
   b) On suppose que f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ et on note f' sa dérivée.
   Justifier que pour tout nombre réel x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x(x+2)^2}$.
   c) En déduire le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et le sens de variation de f.
   d) Vérifier que $(\propto) = \dfrac{1}{\propto}$, puis dresser le tableau de variation de f.

2. Soit A le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses
   a) Calculer les coordonnées du point A.
   b) Etudier la position relative de la courbe (C) par rapport à l'axe des abscisses.
   c) Construire (C) dans le repère (O, I, J).