

BACCALAUREAT

SESSION 2020

Coefficient : 4
Durée : 3h

MATHEMATIQUES

SERIE B

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1

Le service de contrôle de gestion d'une entreprise a relevé le montant x des dépenses publicitaires et le montant z du chiffre d'affaires. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

x_i (en millions de F CFA)	2	3	5	7	8
z_i (en millions de F CFA)	20	148	403	2 981	8 103

- On pose $y_i = \ln(z_i)$. Dresser le tableau de la série statistique (x, y) .

(pour les valeurs de y_i , on arrondira les résultats à l'entier naturel le plus proche).
 - Construire le nuage de points associé à la série double $(x ; y)$ dans un repère orthogonal du plan.

Echelle : en abscisse, 1 cm pour 1 million de F CFA ;
en ordonnée, 1 cm pour 1 unité.
- Calculer :
 - la variance $V(X)$ de x ;
 - la variance $V(Y)$ de y ;
 - la covariance $\text{Cov}(X, Y)$ de x et de y .
 - Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre x et y , puis interpréter.
- Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par méthode des moindres carrés.

(On arrondira les résultats à l'ordre 4).
 - Démontrer que : $z = e^{0,9231x+1,5845}$
- On suppose que cette évolution se maintienne ; en utilisant la question 3., estimer le chiffre d'affaires en F CFA pour un montant publicitaire de 12 000 000 F CFA.

EXERCICE 2

Une entreprise a réalisé 10 000 000 F CFA de bénéfice par mois en 2010. A la fin de l'année, après avoir déduit impôts et autres charges, il est resté 8% du bénéfice de l'année 2010. Cette somme a été qualifiée de « bénéfice net de l'année 2010 ». Et on la note B_0 .

1. Démontrer que $B_0 = 9\,600\,000$ F CFA.
2. Dans la suite, on note B_n le bénéfice net réalisé par l'entreprise pendant l'année $2010 + n$. Grâce à l'amélioration de la chaîne de production, le « bénéfice net » a augmenté de 4% chaque année.
 - a) Calculer le bénéfice net B_1 réalisé en 2011.
 - b) Démontrer que la suite (B_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - c) Déterminer le bénéfice net de l'année 2020 si la tendance se maintient.
 - d) En quelle année le bénéfice net dépassera pour la première fois 16 624 000 F CFA.
3. Calculer le bénéfice net que cette entreprise pourrait réaliser de 2010 à 2020.

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$

1. On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note g' sa dérivée.
 - a) Calculer pour tout réel x , $g'(x)$.
 - b) Etudier le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de g .
2. Démontrer que pour tout nombre réel x , $g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$.

et (C) sa représentation graphique dans un repère orthogonal (O, I, J) du plan.

Unité graphique : $OI = 2$ cm ; $OJ = 1$ cm.

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ puis interpréter graphiquement les résultats.
2. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.
 - a) Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x .
 - b) Justifier que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$.
 - c) En utilisant la **Partie A**, en déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
 - d) En déduire que pour tout x élément de $]0 ; +\infty[$, $f(x) > 0$.
3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.
 b) Etudier la position relative de la courbe (C) par rapport à la droite (D).
 c) Construire l'asymptote (D) et la courbe (C) dans le repère (O, I, J)
4. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2})e^{-2x}$.
 - a) Vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
 - b) On désigne par (φ) la partie du plan délimitée par :
 - La courbe (C) ;
 - et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
 Calculer l'aire A de (φ) en cm^2 .