BACCALAUREAT
SESSION 2014

Coefficient :4
Durée :3*h*

MATHEMATIQUES

SERIE B

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2, 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé
Le candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré

EXERCICE 1

Une entreprise fabrique et vend une certaine quantité x d'objets. Les coûts totaux de production sont donnés en francs CFA par la fonction C définie sur $[0, +\infty[$ par : $C(x) = 0{,}08x^3 - 64{,}8x^2 + 20\,000x$.
Chaque unité produite est vendue à 11 878 F CFA.
On admet que toute la production est vendue. La recette totale en F CFA est définie par la fonction R sur l'intervalle $[0, +\infty[$ pour x objets vendus.

1- Donner l'expression $R(x)$ pour tout x élément de $[0, +\infty[$.

2- Soit B la fonction donnant le bénéfice de l'entreprise.
Démontrer que : $\forall x \in [0, +\infty[$, $B(x) = -0{,}08x^3 + 64{,}8x^2 - 8\,122x$.

3- *a*) Etudier les variations de la fonction B sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
b) Quel est le nombre d'objets produits et vendus qui rend maximum le bénéfice de l'entreprise.

4- Déterminer l'intervalle dans lequel doit se situer le nombre d'objets produits et vendus pour que cette unité de production soit rentable.

EXERCICE 2

Une urne contient sept boules : une rouge, deux jaunes et quatre vertes. Un joueur tire au hasard une boule.
Si elle est rouge, il gagne 100 F CFA
Si elle est jaune, il perd 50 F CFA
Si elle verte, il tire une deuxième boule de l'urne sans avoir replacé la première boule tirée.
Si cette deuxième boule tirée est rouge, il gagne 80 F CFA si non il perd 40 F CFA.

1- Calculer la probabilité pour qu'un joueur gagne 100 F CFA.

2- Calculer la probabilité qu'un joueur perd 50 F CFA.

3- Soit X la variable aléatoire associant à chaque tirage un gain algébrique (une perte est comptée négativement).
a) Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
b) Calculer l'espérance mathématique de X.
c) Calculer la variance et l'écart-type de X.

4- Les conditions de jeu restent identiques. Indiquer le montant du gain algébrique qu'il faut attribuer au joueur lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge pour que l'espérance mathématique soit nulle.

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par : $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$.

1- a) Calculer les limites de la fonction g aux bornes de son ensemble de définition D_g.
b) Etudier les variations de g sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
c) Dresser son tableau de variation.

2- a) Démontrer qu'il existe un unique réel α de l'intervalle $]0\,;+\infty[$ tel que $g(\alpha) = 0$.
b) Justifier que : $0{,}86 < \alpha < 0{,}87$.

3- Justifier que : $\forall\, x \in]0\,;\alpha[,\ g(x) < 0$;
$\forall\, x \in]\alpha\,;+\infty[,\ g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\alpha[$ par : $f(x) = 2x - \dfrac{\ln x}{x^2}$.

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J), unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

1- a) Calculer la limite de f en 0, puis interpréter graphique le résultat.
b) Calculer la limite de f en $+\infty$.

2- a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2x$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.
b) Etudier la position relative de la courbe $(\mathscr{C})$ et la droite (Δ).
c) Dresser le tableau de variation de f.

3- On admet que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.
a) Démontrer que $\forall\, x \in]0\,;+\infty[,\ f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.

b) Etudier les variations de f, puis dresser son tableau de variation.
c) En utilisant la question 2-a) de la partie A, démontrer que
$f(\alpha) = \dfrac{6\alpha^3 - 1}{2\alpha^2}$ puis donner l'arrondi d'ordre 1 de $f(\alpha)$ en prenant $\alpha = 0{,}86$.

4- Tracer la droite (Δ) et la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère (O, I, J).