

BACCALAUREAT
SESSION 2015

Fomesoutra.com
sa soutra
Docs à portée de main

Coefficient : 4
Durée : 3 h

MATHEMATIQUES

SERIE B

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.*

EXERCICE 1

Soit α un nombre réel tel que : $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

On se propose de calculer l'intégrale : $I(\alpha) = \int_{\alpha}^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(1-x^2)}{x^2} dx$.

1. Justifier que pour tout x élément de $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$: $\frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x}$.

2. Calculer l'intégrale : $J = \int_{\alpha}^{\frac{1}{2}} \frac{2}{1-x^2} dx$.

3. a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $I(\alpha)$.

b) Calculer $\lim_{\alpha \rightarrow 0} I(\alpha)$.

EXERCICE 2

Paul et Marc participent à un jeu qui consiste à lancer des fléchettes sur une cible partagée en trois cases colorées en orange, blanc et vert.

On admet que chaque joueur touche une case et une seule à chaque lancer. Les lancers sont indépendants.

- Pour Paul, les probabilités d'atteindre les cases orange, blanche et verte sont respectivement

$$\frac{1}{10}, \frac{3}{10} \text{ et } \frac{3}{5}.$$

- Pour Marc, ses trois éventualités sont équiprobables.

1. Paul lance trois fléchettes. Calculer :

- la probabilité P_1 pour qu'il atteigne chaque fois la case blanche ;
- la probabilité P_2 pour qu'il atteigne les cases orange, blanche et verte dans cet ordre ;
- la probabilité P_3 pour qu'il atteigne les cases orange, blanche et verte.

2. On choisit un des deux concurrents au hasard.

La probabilité de choisir Paul est égale à $\frac{3}{4}$ et celle de choisir Marc vaut $\frac{1}{4}$.

Un seul lancer est effectué.

On note : A « la case blanche est atteinte » ;

B : « Paul lance la fléchette » ;

$P(E)$ la probabilité de E ;

$P_A(B)$ la probabilité de B si A est réalisé.

- a) Calculer $P(A \cap B)$ et $P(A \cap \bar{B})$.
- b) En déduire $P(A)$.
- c) Calculer $P_A(B)$.

PROBLEME

Ce problème comporte trois parties.

Partie A

Soit la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.

1. On admet que g est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et g' est sa dérivée.
 - a) Calculer $g'(x)$.
 - b) En déduire le sens de variation de g .
2. a) Calculer $g(1)$.
 b) Déduire des questions précédentes que :
$$\begin{cases} \forall x \in]0 ; 1[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]1 ; +\infty[, g(x) > 0. \end{cases}$$

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 2 cm.

1. a) Calculer la limite de f en 0 puis interpréter graphiquement le résultat.
 b) Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. On admet que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et f' est sa dérivée.
 - a) Démontrer que pour tout x élément de $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
 - b) En déduire le sens de variation de f .
 - c) Dresser le tableau de variation de f .
3. a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à (C_f) en $+\infty$.
 b) Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ) .
4. Déterminer les coordonnées du point A de la courbe (C_f) où la tangente (T) est parallèle à (Δ) .
5. Tracer (Δ) et (T) puis construire (C_f) .

Partie C

Soit β un nombre réel strictement supérieur à 1.

1. Calculer en cm^2 , l'aire $\mathcal{A}(\beta)$ de la partie du plan délimitée par (C_f) , la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \beta$.
2. Pour quelle valeur de β , l'aire $\mathcal{A}(\beta)$ est égale à 8 cm^2 ?