Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

Lycée Municipal d'Abobo

Année scolaire 2021-2022

DEVOIR DE MATHEMATIQUES TC

2H

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/3 , 2/3 et 3/3
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1

Répondre à chacune des affirmations par vrai (V) si c'est exact et par faux (F) si non.

N°	Affirmation	Réponses
1	L'ensemble des multiples de 0 est $\mathbb{Z}$.	
2	Toute fonction f bijective sur un intervalle K a le même sens de variation que sa réciproque f^{-1} .	
3	Tout nombre entier relatif non nul admet un nombre fini de diviseur.	
4	La fonction partie entière est continue sur IR .	
5	Si la fonction est minorée sur $]a\,;b[$ alors f admet une limite infinie en a	

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés suivants, trois propositions sont faites dont une seule est exacte. Relève le numéro de l'énoncé suivi de la lettre indiquant la bonne réponse.

N°	Enoncé	Réponses		
		a	b	c
1	$f(x) = \frac{1-cosx}{x^2}$. la limite de f en 0 est	0	$\frac{1}{2}$	1
2	f est une fonction bijective définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ la réciproque $f^{-1}(x)$ est égale a	$\sqrt{\frac{x}{1-x}}$	$\frac{x}{\sqrt{1-x}}$	$\sqrt{\frac{x}{1+x}}$
3	$f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$. on peut prolonger f par continuité en en -1 . si g est ce prolongement alors g(-1) est égal à	- 2	0	- 1

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

4	$si\ f(x) = 2x^2 + 1\ alors\ f(\mathbb{R})est\ égale$	$]1\,;+\infty[$	$\mathbb{R}$	$[0;+\infty[$
5	$\forall x \leq -4,\ si\ f(x) \geq 3x\ alors\ f(x)$ a pour limite en $+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	On ne peut pas conclure

EXERCICE 3 :

Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ $f(x) = \frac{2x^2}{1+x^2}$

On désigne par (Cf) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé

(O, I, J).

1 - Étudier les variations de f puis dresser le tableau de variation.

2 a- Montrer que f admet une fonction réciproque g définie sur un intervalle J que l'on précisera.

b- Montrer que pour tout x $\in [0, 2[$, $g(x) = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$.

3 Soit la fonction h définie sur $[0, \pi[$ par $h(x) = g(1 - cosx)$.

a- Montrer que pour tout x $\in [0, \pi[$, $h(x) = \tan(\frac{x}{2})$.

b- Montrer que h réalise une bijection de $[0, \pi[$ vers $[0, +\infty[$.

c- Monter que h^{-1} est dérivable sur $[0, +\infty[$ et que $(h^{-1})'(x) = \frac{2}{1+x^2}$, pour

$x \in [0\,;+\infty[$.

EXERCICE 4

ABC est un triangle rectangle et isocèle en A tel que AB = 2a avec $a \in \mathbb{R}_+^*$. On désigne par I le milieu du segment [AB] et par G le point défini par $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{IC}$.

1) a- Exprimer GA^2 en fonction de a .

b- Démontrer que $GB^2 = 5a^2$ et que $GC^2 = 17a^2$.

c- Démontrer que G est le barycentre des points pondérés $(A, 3); (B, 1); (C, -2)$.

d- Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que

$3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = -4a^2$.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

2) On désigne par (Δ_k) l'ensemble des points M du plan tels que

$$3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = k\,;k \in \mathbb{R}$$

a- Pour quelles valeurs de k le point B est – il élément de (Δ_k) .

b- Démontrer que pour tout point M du plan on a :

$$3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = -4a^2 + 2\overrightarrow{MB}(3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC}) .$$

c-Démontrer que $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BG}$

d- En déduire que (Δ_{4a^2}) est une droite tangente à (Γ) en B.

EXERCICE 5

f est une fonction dérivable sur IR / {- 1} dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

1) Justifier que l'équation $x \neq -1$; $f(x) = 0$ n'a aucune solution .
2) On suppose que pour $x \neq -1, f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
   a- Déterminer $f'(x)$.
   b- En utilisant les données les données du problème déterminer a, b et c.