

BACCALAURÉAT
SESSION 2022

Durée : 4 H
Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

*Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.
 Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.*

EXERCICE 1 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1.	Toute isométrie du plan qui laisse invariant deux points distincts A et B est la symétrie orthogonale d'axe (AB).
2.	Soient f une fonction dérivable sur un intervalle K , a et b deux éléments de K tels que : $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que, $\forall x \in [a ; b], f'(x) \leq M$, alors $-M(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$.
3.	Une solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle (E) : $y'' = 3y$ est la fonction : $x \mapsto 2e^{3x} + 4e^{-3x}$.
4.	La dépendance linéaire entre deux caractères X et Y d'une série statistique à deux variables est forte si et seulement si le coefficient de corrélation linéaire r est tel que : $ r \leq 0,4$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des lignes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la ligne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Enoncés	Informations
1.	Si E, F et G sont trois points distincts du plan, alors pour tout point M du plan, le vecteur $2\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MG}$ est égal à ...	A $4\overrightarrow{MF}$.
		B $-\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$.
		C $5\overrightarrow{ME}$.
		D $2\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$.
2.	Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), la directrice de la parabole d'équation réduite $x^2 = 8y$ est la droite d'équation ...	A $y = -1$.
		B $y = 2$.
		C $y = -2$.
		D $y = 1$.

3.	Arg $[(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i})^5]$ est égal à ...	A $\frac{7\pi}{12}$ B $-\frac{5\pi}{12}$ C $-\frac{7\pi}{12}$ D $\frac{5\pi}{12}$
4.	Soit OPN un triangle rectangle isocèle en O, de sens direct et I le milieu du segment [NP]. Si une similitude directe S de centre O applique I sur P, alors l'angle et le rapport de S sont respectivement ...	A $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $-\frac{\pi}{4}$ et $\sqrt{2}$ C $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D $\frac{\pi}{4}$ et $\sqrt{2}$.

EXERCICE 3

(3 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $A(0 ; 4 ; 1)$, $B(1 ; 3 ; 0)$, $C(2 ; -1 ; -2)$, $E(7 ; -1 ; 4)$ et le vecteur $\vec{u}(2 ; -1 ; 3)$.

- Démontrez que les points A, B et C déterminent un plan.
- Démontrez que le vecteur \vec{u} est orthogonal à chacun des vecteurs \overline{AB} et \overline{AC} .
 - Justifiez qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x - y + 3z + 1 = 0$.
 - Vérifiez que le point E n'appartient pas au plan (ABC).

3. Soit (Δ) la droite passant par le point E et orthogonale au plan (ABC).

On pose : $\{K\} = (\Delta) \cap (ABC)$.

- Déterminez une représentation paramétrique de la droite (Δ) .
- Justifiez que le point K a pour coordonnées $(3 ; 1 ; -2)$.
- Calculez la distance EK.

EXERCICE 4

(4 points)

Un employé se rend à son travail en bus. S'il est à l'heure à l'arrêt, il prend le bus de ramassage gratuit mis à sa disposition par l'entreprise. S'il est en retard, il prend le bus de ville.

On suppose que l'employé n'est pas en retard le premier jour. A partir du deuxième jour :

- si l'employé est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de $\frac{1}{5}$.
- s'il est en retard un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de $\frac{1}{20}$.

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : on appelle R_n , l'évènement : « l'employé est en retard le jour n ».

On note p_n la probabilité de R_n et q_n celle de $\overline{R_n}$, l'évènement contraire de R_n .

On suppose que : $p_1 = 0$ et $p_2 = \frac{1}{5}$. On a : $p_{R_n}(R_{n+1}) = \frac{1}{20}$ et $p_{\overline{R_n}}(R_{n+1}) = \frac{1}{5}$.

Dans tout ce qui suit, on prend $n \geq 2$.

1. a) Justifiez que : $p(R_n \cap R_{n+1}) = \frac{1}{20} p_n$ et $p(\overline{R_n} \cap R_{n+1}) = \frac{1}{5} q_n$.

b) Déterminez p_{n+1} en fonction de p_n et q_n .

c) Déduisez-en que : $p_{n+1} = \frac{1}{5} - \frac{3}{20} p_n$.

2. On pose : $v_n = p_n - \frac{4}{23}$.

a) Démontrez que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{20}$.

b) Déterminez son premier terme v_2 .

3. a) Calculez la limite de la suite (v_n) .

b) Déduisez-en la limite de la suite (p_n) .

EXERCICE 5 (4 points)

Soit n un entier naturel non nul et f_n la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f_n(x) = \frac{1+n\ln(x)}{x^2}$.
 On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .
 L'unité graphique est 3 cm.

1. a) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x) = -\infty$;
 b) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$.
 c) Donne une interprétation graphique des résultats des questions 1.a) et 1.b).
2. a) On admet que f_n est dérivable sur $]0; +\infty[$.
 Justifie que $\forall x \in]0; +\infty[, f'_n(x) = \frac{n-2-2n\ln(x)}{x^3}$.
 b) Détermine les variations de f_n sur $]0; +\infty[$.
 c) Vérifie que : $f_n\left(e^{\frac{n-2}{2n}}\right) = \frac{n}{2}e^{\frac{2}{n}-1}$.
 d) Dresse le tableau de variation de f_n .
3. a) Justifie que : $\forall x \in]0; +\infty[, f_{n+1}(x) - f_n(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$.
 b) Déduis-en la position relative des courbes (C_n) et (C_{n+1}) .
4. Soit I l'intégrale telle que : $I = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x^2} dx$.
 a) A l'aide d'une intégration par parties, justifie que : $I = 1 - \frac{2}{e}$.
 b) Déduis-en l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par les courbe (C_n) , (C_{n+1}) et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$.

EXERCICE 6 (5 points)

La salle du foyer des jeunes d'une commune est dans un état de dégradation avancée.
 Le Maire, soucieux du bien-être de sa jeunesse, décide de la réhabiliter en commençant en priorité par le revêtement du sol qui est un rectangle de longueur 14,40 m et de largeur 8,70 m.
 Pour ce faire, il instruit le chef du service technique de la Mairie qui prend attache avec un fournisseur en vue d'acheter des carreaux.

Ce dernier dispose de trois types de carreaux carrés, de côtés respectifs 18 cm ; 25 cm et 30 cm. Chaque type de carreaux est livré en paquets de 12 et de 20 carreaux.

Pour éviter le gaspillage et la surfacturation, le Maire exige :

- qu'il n'y ait pas de découpe de carreaux lors du carrelage ;
- qu'on lui communique le nombre exact de paquets de 12 et de paquets de 20 qu'il faut acheter.

Le chef du service technique pense que les carreaux de côté 30 cm conviennent si l'on veut éviter des découpes de carreaux. N'étant pas qualifié pour faire ces types de calculs, il te sollicite.

1. Vérifie si le chef du service technique a raison ou pas.
2. En supposant qu'il a raison, détermine le nombre de paquets de 20 et le nombre de paquets de 12 que le chef du service technique doit commander, sachant que le nombre de paquets de 20 est supérieur à 66.

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
 ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

Le Président de la
 Commission.

MENA
 INSPECTION GÉNÉRALE
 YOUSSOUF KOUKETH
 Inspecteur Général
 Tél (07) 57 42 00 11

BACCALAUREAT – SESSION 2022

ÉPREUVE : **MATHÉMATIQUES** DATE : **05/07/2022** HEURE : **12H**

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) : **C**

CORRIGE	BAREME
<p>Ce barème est national. Il ne peut être modifié. Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée.</p> <p>Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat.</p> <p>A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas, on attribuera la note 00 (zéro).</p> <p>Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat.</p> <p>Le critère de perfectionnement (CP) est à prendre en compte une seule fois pour l'exercice 6.</p>	

1/8

CORRIGE		BAREME
EXERCICE 1 (2pts)		
1. Faux (F)	— — — —	0,5
2. VRAI (V)	— — — —	0,5
3. Faux (F)	— — — —	0,5
4. Faux (F)	— — — —	0,5
EXERCICE 2 (2pts)		
1. D	— — — —	0,5
2. C	— — — —	0,5
3. D	— — — —	0,5
4. B	— — — —	0,5
EXERCICE 3 (3pts)		
1. <u>Preuve</u>		
les points A, B et C non alignés (les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} non colinéaires)		0,5
2°) a) <u>Démonstration</u>		
$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{AB} = 0 \\ \vec{u} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{AB} \\ \vec{u} \perp \vec{AC} \end{cases}$		0,25 x 2
b) <u>Justification</u> — — — —		0,5

2/8

CORRIGE	BAREME
c) Vérification correcte	0,25
3°) a) <u>Représentation paramétrique de (Δ)</u>	
$(\Delta): \begin{cases} x = 7 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$	0,5
b) Justification correcte	0,5
c) <u>Distance EK</u>	
$EK = 2\sqrt{14}$	0,25

EXERCICE 4 (4 pts)

1°) a) Justification :	
• $p(R_n \cap R_{n+1}) = p(R_n) \times p(R_{n+1})$	0,25
• $p(R_n \cap R_{n+1}) = \frac{1}{20} p_m$	0,25
• On justifie de même $p(R_n \cap R_{n+1}) = \frac{1}{5} q_m$	0,5

CORRIGE	BAREME
b) <u>Détermination</u>	
$p_{n+1} = p(R_{n+1}) = p(R_n \cap R_{n+1}) + p(\bar{R}_n \cap R_{n+1})$	0,25
$p_{n+1} = \frac{1}{20} p_n + \frac{1}{5} q_n$	0,25
c)	
$p_n + q_n = 1 \text{ donc } q_n = 1 - p_n$	0,25
On déduit :	
$p_{n+1} = \frac{1}{5} + \frac{3}{20} p_n$	0,25
2.	
$V_n = p_n - \frac{4}{23}$	
(a) Démonstration correcte	0,75
(b) $V_2 = \frac{3}{115}$	0,25
3. a) $\lim(V_n) = 0$ avec justification correcte	0,5
b) <u>Déduction</u>	
$\begin{cases} p_n = V_n + \frac{4}{23} \\ \lim(V_n) = 0 \end{cases} \text{ donc } \lim(p_n) = \frac{4}{23}$	0,25 x 2

4/8

CORRIGE

BAREME

EXERCICE 5

4/5

$n \in \mathbb{N}^*$ $f_n(x) = \frac{1 + n \ln(x)}{x^2}, x > 0$

1°) a) Justification correcte — — —

0,25

b) Justification correcte — — —

0,25

c) Interpretation

• (OJ) ou la droite d'équation $x=0$ est une asymptote à (C_n) — — —

0,25

• (OI) ou la droite d'équation $y=0$ est une asymptote à (C_n)

0,25

2°

a) Justification correcte — — —

0,25

b) Variations

• pour $x \in]0; e^{\frac{n-2}{2n}}[$, $f'_n(x) > 0$ — — —

0,25

• pour $x \in [e^{\frac{n-2}{2n}}; +\infty[$, $f'_n(x) \leq 0$ — — —

0,25

donc : f_n est croissante sur $]0; e^{\frac{n-2}{2n}}[$ — — —

et f_n est décroissante sur $[e^{\frac{n-2}{2n}}; +\infty[$ — — —

} 0,25

CORRIGE	BAREME
c) Vérification correcte — — — —	0,25
d) Tableau de variations	
	0,25
3.a) Justification correcte — — — —	0,25
b) <u>Point relatif</u>	
• (C_{n+1}) est en-dessous de (C_n) sur $]0, 1[$	} 0,15
• (C_{n+1}) est au-dessus de (C_n) sur $]1, +\infty[$	
4. a) Justification correcte — — — —	0,25
b) $A = \int_1^e (f_{n+1}(x) - f_n(x)) dx$ u.a — —	0,25
$A = (9 - \frac{18}{e}) \text{ cm}^2 \approx 2,378 \text{ cm}^2$ — —	0,25

Consigne 1

- Pour répondre au chef de service techniques, je vais utiliser les données données dans l'information.

Pour cela, je vais :

- Convertir en cm les dimensions de la dalle.
- Calculer le périmètre des longueurs et largeur en cm.
- Rechercher la largeur du chef de service

1^{er} ind sur 4 : (0,25)
 2nd ind sur 4 : (0,5)
 à partir des 3 ind (0,75)

CM1
Pertinence

CM2
Utilisation correcte des outils mathématiques.

CM3
Cohérence de la réponse

CF
(critère de perfect)

* Conversion en cm.
 $l = 870 \text{ cm}$
 $L = 1440 \text{ cm}$
 * Calcul du périmètre
 $P(8; 1) = 30$

1^{er} ind sur 3 : (0,25)
 à partir de 2 ind (0,5)

- Intégrer les données du périmètre calculé.

- Conclure (le chef de service technique) que a voisin.)

1^{er} ind sur 2 : (0,25)
 2nd ind sur 2 : (0,5)

- Présenter des titres, pas de notes et de paragraphes.

- Production facile à lire de mots.

Demander la cohérence (orthographe)

Consigne 2

Pour déterminer le nombre de paquets de 30 et de 12, se voir :

- Déterminer le nombre total de cahiers de 30 cm.
- Traduire par une équation la relation entre les nombres de paquets de 30 et 12.
- Résoudre l'équation obtenue.
- Conclure.

1 ind sur 4 : (0,25)
2 ind sur 11 : (0,5)
3 ind sur 3 : (0,75)

CM1
Pertinence

CM2
Utilisation des outils mathématiques

* Déterminer le nombre total de cahiers de 30 cm

avec la règle : $4 \times 6 = 4,25 \times 800 \text{ cm}^2$

avec un cahier de 30 cm des caractéristiques

nombre total de cahiers de 30 cm :

$$\frac{1.850.800}{900} = 1392$$

* Équation

choix des inconnues

$30x + 12y = 1392$

(x nombre de paquets de 30)
(y nombre de paquets de 12)

* Résolution de l'équation

1 ind sur 6 : (0,5)
2 ind sur 6 : (1)
3 ind sur 6 : (1,5)

CM3
Cohérence de la réponse

CP
(cette de parfait)

- Pour être en adéquation avec la demande relative

- Utiliser les caractéristiques

- Produire tout juste en plus

- Conclure : de moins

Commentaire : 69 paquets de 30 et 1 paquet de 12 non classique

1 ind sur 3 : (0,25)
à partir de 2 ind : (0,5)
à partir de 2 ind : (0,5)