

BACCALAUREAT – SESSION 2013

EPREUVE : MATHEMATIQUES

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

C

CORRIGE	BAREME
Le barème est national. Il ne peut être modifié. Certaines réponses ont été rédigées à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée. Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui a conduit au résultat. Et un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas, on attribuera la note zéro. Toute faute sera sanctionnée une seule fois. En conséquence, on appréciera les réponses en fonction des résultats obtenus précédemment par le candidat même si ces résultats intermédiaires sont faux.	

BACCALAUREAT – SESSION 2013

SERVICE ORGANISATION DU BACCALAUREAT, Tél. S/ Direction : 20 32 19 45

Ce barème est national. Il ne peut être modifié que par la seule commission nationale de barème

BACCALAUREAT – SESSION 2013

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

C

CORRIGE		BAREME
<u>EXERCICE 1</u>	(5 points)	
1- $0 < a < 1$		
a) (i) _____		1
(ii) sens de variation _____		0,5
b) <u>Preuve</u>		
(U_n) croissante et majorée par $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$ donc convergente		0,5
<u>limite</u> On montrera que $\lim (U_n) = \frac{1}{\sqrt{1-a}}$		0,5
2- $a > 1$		
$V_n = (U_{n+1})^2 - (U_n)^2, n \in \mathbb{N}$		
a) <u>Preuve</u> : $\forall n \in \mathbb{N}, V_{n+1} = a V_n$		
(V_n) suite géométrique de raison a --		0,75
et de premier terme $V_0 = 1$ --		0,25
b) <u>Déduction</u> : $V_n = V_0 (a^n) = a^n$		0,5

BACCALAUREAT – SESSION 2013

SERVICE ORGANISATION DU BACCALAUREAT, Tél. S/ Direction : 20 32 19 45

Ce barème est national. Il ne peut être modifié que par la seule commission nationale de barème

CORRIGE

BAREME

c) Justification

(S_n) est la somme des n termes consécutifs
d'une suite géométrique de premier
terme 1 et de raison a .

$a \neq 1$,

$$S_n = \frac{1-a^n}{1-a}$$

0,5

d) Déduction

$\forall n \in \mathbb{N}$,

$$u_n = \sqrt{S_n}$$

0,5

CORRIGE

BAREME

EXERCICE 2 (5 points)

- 1°) (a) Coordonnées des autres sommets
• A' deuxième sommet sur l'axe focal (OI)

$I \text{ mil } [AA']$ d'où $A'(9;0)$ — — — 0,25

- B et B' sommets sur l'axe non focal

Posons : $\begin{cases} IA = a \\ IF = c \end{cases}$ où F est un foyer

on a : $\begin{cases} a = 5 \\ c = 4 \end{cases} \quad b^2 = a^2 - c^2 = 9$

d'où $B(4;3)$ et $B'(4;-3)$ — — — $0,25 \times 2$

b) Excentricité

$e = \frac{c}{a}$ d'où $e = \frac{4}{5}$ — — — 0,5

c) Equation de directrice (D)

$x = -\frac{a^2}{c} \begin{cases} x = -\frac{25}{4} \text{ dans } (I; \vec{e}_1; \vec{e}_2) \\ x = -\frac{9}{4} \text{ dans } (O; \vec{e}_1; \vec{e}_2) \end{cases}$ — — — 0,5

2 - a)

(E) : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ dans $(I; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ (0,5)

(E) : $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ dans $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ (0,5) } 1

CORRIGE	BAREME
b)	
Figure : voir annexe	
Construction des 4 sommets	0,5
construction de (E)	0,5
3°) $(E_\alpha) z \in \mathbb{C}, z^2 - 2(4 + 5\cos\alpha)z + (4\cos\alpha + 5)^2 = 0$	
a) justification, correcte	
$\Delta = (6\sin\alpha)^2$	0,25
b) Résolution de (E_α)	
$z_1 = 4 + 5\cos\alpha + 3i\sin\alpha$	0,25
$z_2 = 4 + 5\cos\alpha - 3i\sin\alpha$	0,25
c) <u>Démonstration</u>	
$M_1(z_1)$ et $M_2(z_2)$	
$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{x-4}{5} \\ \sin\alpha = \frac{y}{3} \text{ ou } (-\frac{y}{3}) \end{cases}$	
et $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1, \forall \alpha \in [0, \pi]$	
donc $\forall \alpha \in [0, \pi], \frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$	0,5
conclusion : $M_1 \in (E), M_2 \in (E)$	

CORRIGE

BAREME

PROBLEME

(10 points)

Partie A (5,5 pts)

$x \in]0; +\infty[$, $\mu(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

I

1°)

$\lim_{x \rightarrow 0} \mu(x) = 1$ — — — — — 0,25

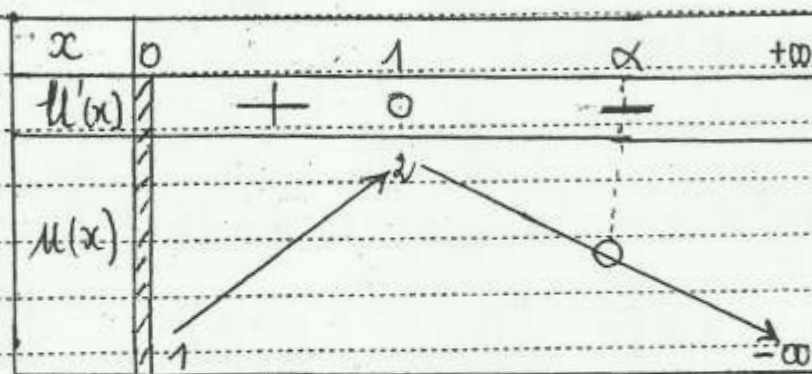
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \mu(x) = -\infty$ — — — — — 0,25

2°

a)

$\forall x \in]0; +\infty[$, $\mu'(x) = -4x \ln(x)$ — — — — — 0,25

$\forall x \in]0; 1[$, $\mu'(x) > 0$, μ strict croissante sur $]0; 1[$
 $\forall x \in [1; +\infty[$, $\mu'(x) \leq 0$, μ décroissante sur $[1; +\infty[$ } 0,5



0,25

b) Démonstration correcte — — — — — 0,5

c) $\mu(1,89) \approx 0,024$
 $\mu(1,9) \approx -0,024$ } $\mu(1,89) \times \mu(1,9) < 0$ — — — — — 0,25

CORRIGE

BAREME

d) justification, correcte — — — — —

0,5

II

1-

• $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ — — — — —

0,25

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ — — — — —

0,25

2-

a) Dérivée

$\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{u(x)}{x(1+x^2)^2}$

0,5

b) Démonstration

$f(x) = \frac{1}{2x^2}$ — — — — —

0,25

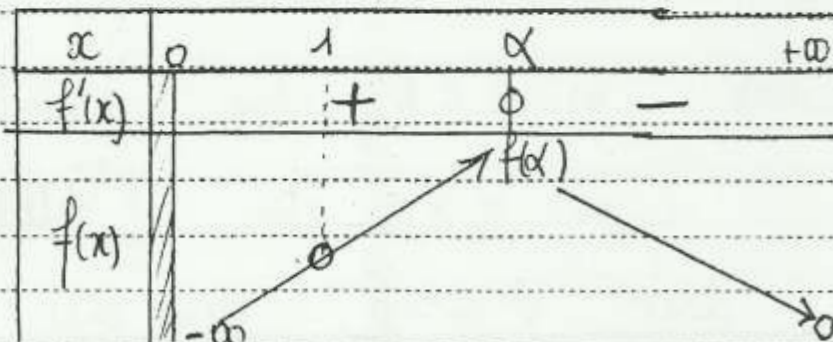
c) Variations

• $\forall x \in]0; \alpha[, f'(x) > 0, f$ strict
croissante sur $]0; \alpha[$

• $\forall x \in [\alpha; +\infty[, f'(x) \leq 0, f$ est
décroissante sur $[\alpha; +\infty[$

0,25

$f(x) = \frac{1}{2x^2}$



0,25

CORRIGE

BAREME

3-

a) Intersection (C) et (OI)

$$x > 0; f(x) = 0 \iff x = 1 \rightarrow \underline{I(1;0)}$$

0,25

b) Signe de f(x)

$$\forall x \in]0;1[, f(x) < 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \forall x \in]1;+\infty[, f(x) > 0 \\ f(1) = 0 \end{array} \right\}$$

0,25

4°) Trace de (C)

voir annexe Problème — — —

(C) — — — — — 0,5

Partie B (4,5 pts)

$$x > 0, F(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t^2} dt$$

1-

a) Signe de F(x)

soit $x \in]0;+\infty[$

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall t \in]0;1], f(t) \leq 0 \\ \forall t \in]1;+\infty[, f(t) \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\text{On en déduit si } x < 1 \text{ alors } \int_1^x f(t) dt \geq 0$$

$$\text{si } x > 1 \text{ alors } \int_1^x f(t) dt \geq 0$$

0,5

$$\text{donc } \forall x > 0, F(x) \geq 0$$

CORRIGE

BAREME

1. b) Dérivée

$$\forall x > 0, F'(x) = f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$$

0,5

2. φ bijection réciproque de $\tan$ sur $[0; \frac{\pi}{2}[$

a) Preuve

$$\forall x \in [0; +\infty[, \varphi'(x) = \frac{1}{\tan'[\varphi(x)]}$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2[\varphi(x)]} = \frac{1}{1+x^2}$$

0,25

b) Démonstration

$$h(0) = 1 \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x) - \varphi(0)}{x - 0} = \varphi'(0) = 1$$

$$\text{d'où } \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = 1 = h(0)$$

h est continue en 0

0,25

3. a) Démonstration correcte.

0,5

b) limite

$$\forall x > 0, \varphi(x) \cdot \ln x = x \ln(x) \cdot h(x)$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) \ln x = 0$$

0,5

CORRIGE

BAREME

4 -

a) Démonstration

on a: $G(0) = l \in \mathbb{R}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} F\left(\frac{1}{x}\right)$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{x} \\ x \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0 \end{cases} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} F(x) = G(0) = l \quad 0,25$$

b) Variation

$\forall x > 0, G'(x) = F'(x) = f(x) \quad \text{---} \quad 0,25$

donc le signe de $G'(x)$ est celui de $f(x)$.

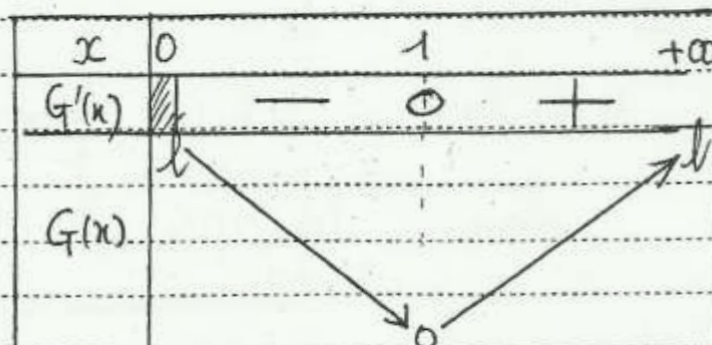
Ainsi $\forall x \in]0; 1[, G'(x) < 0,$

G est strict décroissante sur $]0; 1[$

$\forall x \in]1; +\infty[, G'(x) > 0,$

G est strict croissante sur $]1; +\infty[$

$G(1) = 0$



0,25

5.

a) Justification

$$V_2 = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2}$$

donc

$$V_2 = \frac{209}{225}$$

0,25

b) Détermination de m

$$m \geq -\frac{3}{2} + \sqrt{10} \approx 1,66$$

donc

$$\underline{m_0 = 2}$$

0,25

c) Valeur approchée

$$l \approx V_2$$

V_2 est une valeur approchée de l à $25 \cdot 10^{-3}$ près

0,25

d) Allure de (Γ)

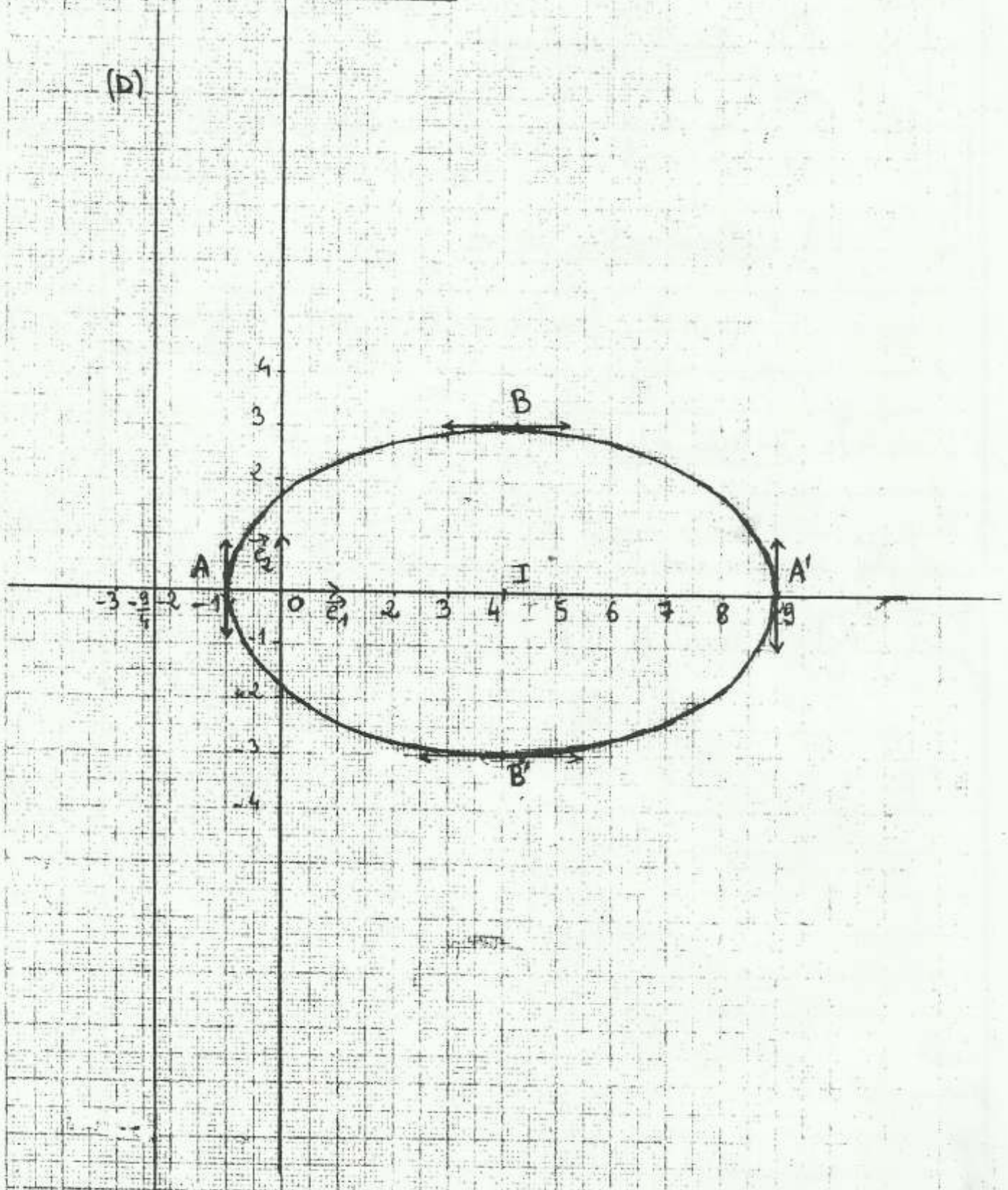
voir annexe Problème

(Γ) — — —

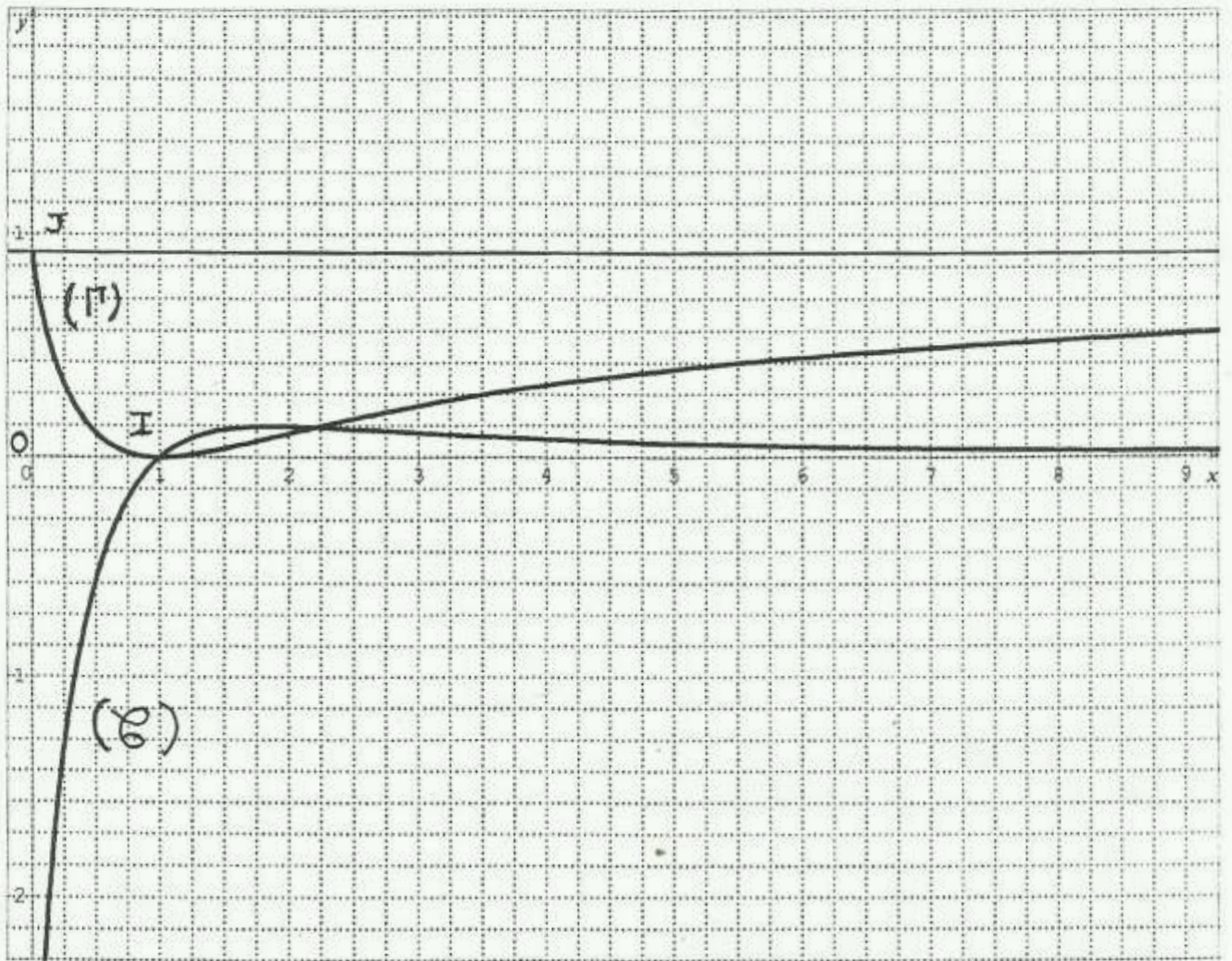
0,25

Amnexe EXERCICE 2

(D)



Annexe PROBLEME



13/13