

Lycée Secondaire M. Bourguiba & Tinja	DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 2	Prof : Haouati Chikhaoui Chouchaine	
Date: 11/5/2017	MATHEMATIQUES	4M	Durée : 4h

Exercice N°1(4 points)

Une étude sur la durée du service à la caisse d'un supermarché d'alimentation a donné les résultats suivantes

t	0	120	240	360	480
P	0	0,33	0,5	0,66	0,75

P la proportion de clients servis en une durée inférieure à t (en secondes)

- 1) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre t et P
- b) Déterminer une équation de la droite de régression de P en t
- c) Estimer la proportion de clients servis au cours de trois premières minutes

2) On admet que la durée du service exprimée en secondes suit la loi exponentielle X de paramètre $\lambda = 0,003$

- a) Déterminer la probabilité qu'un client n'a pas été servi au cours des trois premières minutes
- b) Déterminer la probabilité qu'un client a été servi en trois minutes
- c) Un client n'a pas été servi au cours des trois premières minutes. Quelle est la probabilité qu'il le soit pendant la minute suivante
- d) On suppose que la durée de service à une caisse de ce supermarché est indépendante de celles des autres caisses

Donner le nombre minimale de caisses pour que la probabilité d'au moins une caisse dont le service ne dépasse pas trois minutes est supérieure à 0,99

Exercice N°2(4 points)

Au rayon de l'électronique d'un grand magasin un téléviseur et un lecteur de DVD sont en promotion pendant une semaine. Une personne se présente :

- La probabilité qu'elle achète le téléviseur est $\frac{3}{7}$
- La probabilité qu'elle achète le lecteur de DVD si elle achète le téléviseur est $\frac{7}{9}$
- La probabilité qu'elle achète le lecteur de DVD si elle n'achète pas le téléviseur est $\frac{1}{9}$.

On désigne par T : « La personne achète le téléviseur » et L : « La personne achète le lecteur de DVD »

1) Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- a) «La personne achète les deux appareils »
- b) «La personne achète le lecteur DVD »
- c) «La personne n'achète aucun des deux appareils »

2) Montrer que, si la personne achète le lecteur de DVD, la probabilité qu'elle achète aussi le téléviseur est $\frac{21}{25}$

3) Avant la promotion, le téléviseur coûtait 500 dinars et le lecteur de DVD 200 dinars. Pendant cette semaine, le magasin fait une remise de 10% pour l'achat d'un seul des deux appareils et 30% pour l'achat des deux appareils. On désigne par X la dépense effective en dinars de la personne.

- a) Déterminer les valeurs possibles de X
- b) Déterminer le loi de probabilité de X
- c) Calculer l'espérance mathématique de X
- d) Le gérant du magasin prévoit qu'il se présentera dans la semaine 80 personnes intéressées par ces deux appareils. Quel chiffre d'affaires peut-il espérer effectuer sur la vente de ces deux appareils ?

Exercice N°3(5points)

(O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé

Soit C et C' deux cercles de même centre O et de rayons respectifs 5 et 3 (**Figure 1**)

Pour tout point N de C, on considère le point d'intersection K de la demi droite [ON) et le cercle C'

La parallèle à (O, \vec{j}) passant par N coupe la parallèle à (O, \vec{i}) passant par K en M_θ

1) a) On pose $(\vec{i}, \overrightarrow{ON}) \equiv \theta[2\pi]$

Déterminer les coordonnées de M_θ en fonction θ

b) Montrer que lorsque N varie sur C le point M_θ décrit l'ensemble E : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

c) Donner la nature et les éléments géométriques de E

2) La parallèle à (O, \vec{j}) passant par K rencontre la parallèle à (O, \vec{i}) passant par N en P

a) Donner une équation de la tangente T_θ en M_θ à E

b) Montrer que (OP) et T_θ sont perpendiculaires

c) Construire $M_{\frac{\pi}{6}}$ et $T_{\frac{\pi}{6}}$ puis tracer E

Exercice N°4(7points)

A] On considère l'équation différentielle (E) : $y' - y = (x \ln x - 1)e^{-x}$

1) Calculer pour $x > 0$, $\int_1^x t \ln(t) - 1 dt$

2) Soit u la fonction dérivable sur \mathbb{R}^+ tel que $u(1)=0$ et $v(x)=u(x)e^x$. Déterminer $u(x)$ pour que v soit une solution de (E)

3) Déterminer alors une solution de (E)

B] 1) Soit la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $g(x)=x \ln(x)-1$

a) Dresser le tableau de variation de g

b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique $\alpha \in]1, +\infty[$. Vérifier que $1,5 < \alpha < 2$ et que $\ln(\ln(\alpha)) = -\ln(\alpha)$

c) Donner le signe de $g(x)$

2) Soit f la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x)=x - \ln(\ln(x))$ et C_f sa courbe représentative

a) Montrer que $\forall x > 1$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x \ln(x)}$

b) Montrer que C_f admet une branche parabolique de direction $\Delta : y = x$ et étudier la position relative de C_f et Δ

c) Dresser le tableau de variation de f

3) Dans l'annexe (**Figure 2**). On donne C et C' les courbes représentatives des fonctions $x \rightarrow \ln x$ et $x \rightarrow e^x$ et $\Delta' : y = -x$

Soit M un point de C d'abscisse $x > 1$. La parallèle à (O, \vec{i}) passant par M coupe C' en M'

a) Montrer que $MM' = x - \ln(\ln(x))$

b) Dédire la distance minimale de MM'

c) Construire les points $A(\alpha, 0)$ et $B(\alpha, f(\alpha))$ et tracer la courbe C_f

Feuille annexe à rendre

Nom :

Prénom :

Figure 1

+

Figure 2

|



