Ministère des Enseignements Secondaire
Cours de Répétition La Réussite Plus
Tél : 678538676 / 691544970
Professeur : Chinois Noubissi

Votre SUCCÈS EST NOTRE PRIORITÉ

Année Scolaire: 2023/2024
Série : Tle D/TI **seq 1**
Durée : 4 heurs , coef : 4
Epreuve : Mathématiques

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

EXERCICE 1 : 4,25 points

A- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère dans $\mathbb{C}$ L'équation (E) : $z^2-3e^{i\frac{3\pi}{8}}z+2e^{i\frac{3\pi}{4}}=0$.

1. Démontrer que l'une des racines carré de Δ de (E) est : $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}+i\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. **0,75pt**
2. a) Calculer les valeurs exacte de $cos\frac{\pi}{8}\ \ et\ \ sin\frac{\pi}{8}$. **1pt**
   b) En déduire celles de $cos\frac{3\pi}{8}\ \ et\ \ sin\frac{3\pi}{8}$. **0,5pt**
3. a) Résous alors l'équation (E) dans $\mathbb{C}$ **0,25pt**
   b) Soit A et B les points d'affixes respectives des solutions de (E) tes que : $|z_B|>|z_A|$. Montrer que A est milieu de [OB]. **0,5pt**

B- On considère les nombres complexe :

$$z_1=\sqrt{2-\sqrt{2}}+i\sqrt{2+\sqrt{2}}\quad et\quad z_2=sin\frac{\pi}{8}+icos\frac{\pi}{8}.$$

a. Ecrire sous forme algébrique z_1^2. **0,5pt**
b. En déduire la forme trigonométrique de z_1^2. **0,25pt**
c. Ecrire z_2 sous sa forme trigonométrique. Etablir que $z_1^2=4z_2^2$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : 4,25 points

On se propose de résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3+(\sqrt{3}-i)z^2+(1-i\sqrt{3})z-i=0$.

1. a) Démontrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure. **0,5pt**
   b) déterminer les réels a et b tels que pour tout complexe z, on ait $z^3+(\sqrt{3}-i)z^2+(1-i\sqrt{3})z-i=(z-i)(z^2+az+b)$. **0,5pt**
2. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2+\sqrt{3}z+1=0$. **0,25pt**
   b) En déduire les solutions de (E) sous la forme trigonométrique. **0,75pt**
3. On considère le point A d'affixe $z_A=i$, le point B d'affixe $z_B=\frac{-\sqrt{3}+i}{2}$ et le point C d'affixe z_C symétrique de z_B par rapport à O.
   a) Représenter sur un même graphique les points A ,B et C **0,75pt**
   b) déterminer le module et un argument du quotient $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$. **1pt**
   c) En déduire une mesure en radians de l'angle $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$ et la nature du triangle ABC **0,5pt**

EXERCICE 3 : 3,75 points

1. Linéariser $cosx\ sin^2 3x$. **0,5pt**
2. Ecrire $1+i\sqrt{3}\ \ et\ \ 1-i$ sous la forme trigonométrique et simplifier $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ **1,5pt**
3. déterminer les racines quatrième de $-8-8i\sqrt{3}$ et représenter leur point images Dans le plan complexe. **0,75pt**
4. Soit θ un nombre réel de l'intervalle $\left]\frac{-\pi}{2}\,;\frac{\pi}{2}\right[$. On considère le nombre complexe suivant : $\boldsymbol{z}=\frac{1+\mathrm{i}\tan\theta}{1-\mathrm{i}\tan\theta}$ **.** Déterminer le module et un argument de z. **1pt**

.

EXERCICE 4 : **3,25 point**

I- soient les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{6} + \sqrt{2} + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ et $z_2 = 4\sqrt{2}(-1 + i)$

1. Calculer le module et un argument de z_2 **0,5pt**
2. On pose $U = \frac{z_2}{z_1}$
   a) Ecrire U sous la forme algébrique **0,75pt**
   b) Calculer le module et un argument de U **0,5pt**
   c) En déduire le module et un argument de z_1 **0,5pt**
3. Utiliser les résultats précédents pour donner les valeurs exactes de $cos\frac{\pi}{12}$ et $sin\frac{\pi}{12}$ **0,5pt**

II- soit z un nombre complexe tel que $z = \frac{z+2-i}{z-i}$

1. On pose $z = x + iy$. Déterminer la partie réel et la partie imaginaire de z en fonction de x et y **0,5pt**
2. déterminer l'ensemble des point M(z) tel que z soit un réel **0,25pt**
3. déterminer l'ensemble des point M(z) tel que $|z| = 1$ **0,25pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 points

Situation :

M. Noubissi possède trois terrains 1 , 2 et 3

Le terrain 1 a une forme telle que la représentation dans le plan complexe rapporté á un repère orthonormé (unité graphique des axes 6cm) est un polygone dont les sommets A , B et C ont pour affixes respectives $e^{-i\frac{\pi}{2}}$ $,2$ $et -3 + i$.

Le terrain 2 a la forme telle que dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (unité graphique des axes 6cm) est l'ensemble des point M dont l'affixe z est tel que :
$|2iz + 1 - 3i| = 10$.

Le terrain 3 a une forme telle que dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (unité graphique des axes 6cm) est l'ensemble des points M dont l'affixe z solution de l'équation $R_e(z) = 0$ où $z' = \frac{z-3+i}{z+2i}$. $z = x + iy$.

M. Noubissi veut clôturer chacun des trois terrains à l'aide d'un grillage vendu à 5000 Frs les 3m.

Tâches :

1) Combien va-t-il dépenser pour clôturer le terrain 1 ? **1,5pt**
2) Combien va-t-il dépenser pour clôturer le terrain 2 ? **1,5pt**
3) Combien va-t-il dépenser pour clôturer le terrain 3 ? **1,5pt**

≪ Quoi qu'il arrive dans la vie, faites toujours du bien…≫