BEPC RÉGIONAL
SESSION 2023

Coefficient : 3
Durée : 2h

MATHÉMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (3 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées et une seule est exacte.
Indique sur ta copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

1) Si x et y sont deux nombres réels positifs et non nuls tels que $x > y$, alors :
   a) $-2x > -2y$ b) $-2x = -2y$ c) $-2x < -2y$ d) $-2x \geq -2y$
2) L'amplitude de l'intervalle $[1 ; \sqrt{2}[$ est :
   a) $1 + \sqrt{2}$ b) $\sqrt{2} - 1$ c) $1 - \sqrt{2}$ d) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$
3) La fraction rationnelle $\frac{x-1}{x}$ existe si et seulement si
   a) $x = 0$ b) $x = 1$ c) $x \neq 1$ d) $x \neq 0$

EXERCICE 2 (2 points)

Réponds par vrai si l'affirmation donnée est vraie et par faux si non.

1) Dans un cercle la mesure d'un angle aigu inscrit est égale au double de la mesure de l'angle au centre associé.
2) Si ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 4, BC = 3 et AC = 5, alors $\sin \widehat{BAC} = 0,6$.
3) L'expression réduite du vecteur $\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BA}$ est le vecteur $\vec{0}$.

EXERCICE3 (3 points)

On donne le nombre réel A tel que : $A = 3\sqrt{2} - 4$.

1. a) Compare les nombres $3\sqrt{2}$ et 4.
   b) Déduis-en le signe de A.
2. Encadre A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 sachant que :
   $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

EXERCICE 4 (2 points)

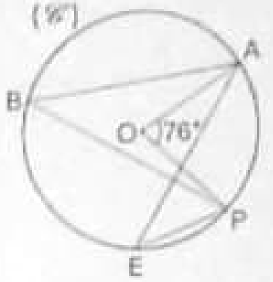
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en grandeur réelle :

- $(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O ;
- A, B, E et P sont des points de $(\mathscr{C})$.

On donne : $mes\ \widehat{AOP} = 76°$.

1) Calcule $mes\ \widehat{ABP}$.

2) Justifie que : $mes\ \widehat{ABP} = mes\ \widehat{AEP}$.



EXERCICE 5 (5 points)

On donne : $a = \frac{-2}{1-\sqrt{3}}$, $b = \frac{1+\sqrt{3}}{-2}$ et $R = 7\left(\sqrt{3} - \sqrt{2(2+\sqrt{3})}\right)$ trois nombres réels.

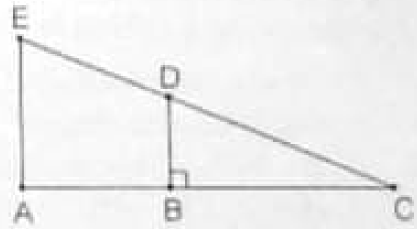
1. Justifie que : $a = 1 + \sqrt{3}$ *(Tu écriras d'abord le nombre a sans radical au dénominateur)*
2. Justifie que : $ab = -2 - \sqrt{3}$.
3. a) Justifie que : $a^2 = 2(2 + \sqrt{3})$.

   b) Déduis-en que : $R = -7$.

EXERCICE 6 (5 points)

La coopérative scolaire d'un collège veut clôturer son jardin dans lequel elle vient de planter de la tomate. Le jardin est représenté par le triangle ACE ci-contre qui n'est pas en grandeur réelle et sur lequel :

- l'unité de longueur est le mètre ;
- B est sur le segment [AC] ;
- D est sur le segment [CE] ;
- les droites (BD) et (AC) sont perpendiculaires ;
- AB = 28 ; BC = 20 ; CD = 25 et CE = 60.



Apo, la présidente de la coopérative, a contacté un manœuvre qui lui exige 250 FCFA par mètre de clôture à réaliser. Elle se demande si les 40 000 FCFA dont dispose la coopérative suffiront pour payer les travaux de la clôture qui sera posée sur les côtés du triangle ABC. Elle te sollicite.

1. Justifie que : BD = 15.

2.a) Justifie que : (BD) // (AE).

b) Justifie que : AE = 36.

3. Réponds à la préoccupation de Apo.

Exercice 1 *(2 pts)*

1- c .... *1 pt*

2- b .... *0,5 pt*

3- d .... *0,5 pt*

Exercice 2 *(3 pts)*

1- Faux .... *1 pt*

2- Vrai .... *1 pt*

3- Faux .... *1 pt*

Exercice 3 *(3 pts)*

1- a) Comparons les nombres $3\sqrt{2}$ et 4.

On sait que : $3\sqrt{2} > 0$ et $4 > 0$.

De plus $(3\sqrt{2})^2 = 9\times2 = 18$ et $4^2 = 16$

Or $18 > 16$. Donc $3\sqrt{2} > 4$. .... *1 pt*

b) Déduisons-en le signe de A.

On a : $3\sqrt{2} > 4$, donc $3\sqrt{2} - 4 > 0$.

D'où **A est un nombre positif**. .... *0,5 pt*

2) Encadrons $3\sqrt{2} - 4$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

On a : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$3 \times 1,414 < 3 \times \sqrt{2} < 3 \times 1,415$

$4,242 < 3\sqrt{2} < 4,245$

$4,242 - 4 < 3\sqrt{2} - 4 < 4,245 - 4$

$0,242 < A < 0,245$

$\mathbf{0,24 < A < 0,25}$ .... *1,5 pts*

Exercice 4 *(2 pts)*

1) Calculons $mes\,\widehat{ABP}$.

Dans le cercle ($\mathscr{C}$) de centre O, l'angle au centre $\widehat{AOP}$ est associé à l'angle inscrit aigu $\widehat{ABP}$.

Donc $mes\,\widehat{ABP} = \frac{1}{2}\,mes\,\widehat{AOP}$

$mes\,\widehat{ABP} = \frac{1}{2}\times76$

$\mathbf{mes\,\widehat{ABP} = 38°}$ .... *1 pt*

2) Justifions que : $mes\,\widehat{ABP} = mes\,\widehat{AEP}$.

$\widehat{ABP}$ et $\widehat{AEP}$ sont des angles inscrits dans le cercle ($\mathscr{C}$) et interceptent le même arc $\overset{\frown}{AP}$.

Donc $mes\,\widehat{ABP} = mes\,\widehat{AEP}$. .... *1 pt*

Exercice 5 *(5 pts)*

1) Justifions que : $a = 1 + \sqrt{3}$.

$a = \frac{-2}{1-\sqrt{3}}$

$a = \frac{-2(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}$

$a = \frac{-2(1+\sqrt{3})}{1^2-(\sqrt{3})^2}$

$a = \frac{-2(1+\sqrt{3})}{1-3}$

$a = \frac{-2(1+\sqrt{3})}{-2}$

$a = 1 + \sqrt{3}$ .... *1,5 pts*

2) Justifions que : $ab = -2 - \sqrt{3}$.

$ab = (1+\sqrt{3})\left(\frac{1+\sqrt{3}}{-2}\right)$

$ab = \frac{(1+\sqrt{3})^2}{-2}$

$ab = \frac{2(2+\sqrt{3})}{-2}$

$ab = -(2+\sqrt{3})$

$\mathbf{ab = -2 - \sqrt{3}}$ .... *1 pt*

3- a) Justifions que : $a^2 = 2(2+\sqrt{3})$.

$a^2 = (1+\sqrt{3})^2$

$a^2 = 1^2 + 2\times1\times\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

$a^2 = 1 + 2\sqrt{3} + 3$

$a^2 = 4 + 2\sqrt{3}$

$a^2 = 2\times2 + 2\times\sqrt{3}$

$\mathbf{a^2 = 2(2+\sqrt{3})}$ .... *1,5 pts*

b) Déduction de R = –7.

$R = 7\left(\sqrt{3} - \sqrt{2(2+\sqrt{3})}\right)$

$R = 7(\sqrt{3} - \sqrt{a^2})$

$R = 7(\sqrt{3} - a)$. Car $a = 1 + \sqrt{3}$ est un nombre positif.

$R = 7\left(\sqrt{3} - (1+\sqrt{3})\right)$

$R = 7(\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3})$

$R = 7 \times (-1)$

R = – 7. .... *1 pt*

Exercice 6 *(5 pts)*

1) Justifions que : BD = 15

BCD est un triangle rectangle en B.
D'après la propriété de Pythagore, on a :

$DC^2 = BD^2 + BC^2$

$BD^2 = DC^2 - BC^2$

$BD^2 = 25^2 - 20^2$

$BD^2 = 625 - 400$

$BD^2 = 225$

$BD = \sqrt{225}$

BD = 15 .... *1 pt*

2-a) Justifions que : (BD) // (AE)

- ACE est un triangle
- B ∈ (CA) ; D ∈ (CE)
- Les points C ; B ; A et les points C ; D ; E sont alignés dans le même ordre.
- On a : $\frac{CA}{CB} = \frac{48}{20} = 2,4$ et $\frac{CE}{CD} = \frac{60}{25} = 2,4$

Donc : $\frac{CA}{CB} = \frac{CE}{CD}$

D'après la réciproque de la propriété de Thalès,

(BD) // (AE). .... *1,5 pt*

b) Justifions que : AE = 36

- ACE est un triangle
- B ∈ (CA) ; D ∈ (CE)
- (BD) // (AE)

D'après la conséquence de la propriété de Thalès,

on a : $\frac{CA}{CB} = \frac{CE}{CD} = \frac{AE}{BD}$

$\frac{CA}{20} = \frac{25+35}{25} = \frac{AE}{15}$

On prend : $\frac{60}{25} = \frac{AE}{15}$

$25 \times AE = 60 \times 15$

$AE = \frac{60 \times 15}{25}$

AE = 36

.... *1,5 pt*

3) Répondons à la préoccupation de Apo:

P = CE + EA + AC

P = 60 + 36 + 48

P = 144 m

Le prix de la clôture est : 144 × 250 = 36000 FCFA.

On sait que 36000 FCFA < 40000 FCFA , donc Apo peut engager le manœuvre.

.... *1 pt*