MATHEMATIQUES

Durée : 2heures

Coeff : 3

L'épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3et 3/3
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1 : (2 points)

Pour chacun des énoncés, les informations A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie. Ecris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre qui donne l'affirmation vraie.

1. L'expression développée de $(x-y)^2$ est…

A) $x^2 - y^2$ B) $x^2 - 2xy + y^2$ C) $x^2 + 2xy + y^2$ D) $x^2 - 2xy - y^2$

2. Pour tout nombre décimal relatif a non nul et pour tout entier relatif n, $\frac{-1}{a^n}$ est égal à…

A) a^{-n} B) a^n C) $-a^{-n}$ D) $-a^n$

3. L'expression « $x \in [a;b]$ » se traduit en terme d'encadrement par …

A) $a \leq x \leq b$ B) $a < x < b$ C) $a \leq x < b$ D) $a < x \leq b$

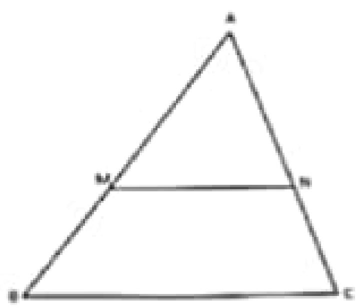
4. Le nombre $\sqrt{36 \times 5}$ est égal à …

A) $5\sqrt{36}$ B) $36\sqrt{5}$ C) $6 + \sqrt{5}$ D) $6\sqrt{5}$

EXERCICE 2 : (3 points)

Réordonne les séquences suivantes en recopiant simplement la lettre correspondante pour obtenir l'énoncé d'une propriété :

a) tels que la position de M par rapport à A et B ;
b) ABC est un triangle.
c) Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
d) et N est un point de la droite (AC)
e) alors $(MN) // (BC)$
f) M est un point de la droite (AB)
g) soit la même que celle de N par rapport à A et C.



EXERCICE 3 : (3 points)

On donne la fraction rationnelle $S = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)^2-1}$

1. Justifie que $(x-3)^2 - 1 = (x-4)(x-2)$.
2. **a)** Détermine les valeurs de la variable x pour lesquelles S existe.

   b) Lorsque S existe, justifie que $S = \frac{x-1}{x-4}$

3. Calcule la valeur numérique de S pour $x = -2$

EXERCICE 4 : (3 points)

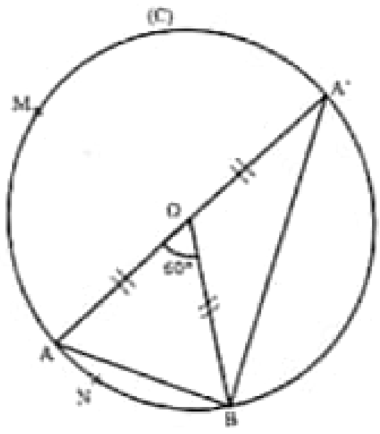
ABC est un triangle, I est le milieu de $[BC]$, le point E tel que :
$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AI}$

1) Recopie et complète les égalités suivantes :
   a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A\ldots} + \overrightarrow{I\ldots}$
   b) $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{\ldots I} + \overrightarrow{\ldots E}$
2) Déduis de la question 1) que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$

EXERCICE 5 : (5 points)

On donne le cercle (C) de centre O et de rayon 3cm. Les points A et B deux points du cercle tels mes $\widehat{AOB} = 60°$, un point M sur le grand arc $\overset{\frown}{AB}$ et un point N sur le petit arc $\overset{\frown}{AB}$. A' est le symétrique du point A par rapport

1. Donne la nature du triangle AOB en justifiant ta réponse.
2. Justifie que mes $\widehat{AMB} = 30°$
3. Justifie que mes $\widehat{MNA'} =$ mes $\widehat{MAA'}$
4. Justifie que mes $\widehat{ABA'} = 90°$
5. Justifie que $BA' = 3\sqrt{3}$.



EXERCICE 6 : (4 points)

A la veille des congés de Pâques, la présidente de la promotion 3ème de ton établissement projette d'organiser une sortie-détente dans une ville du pays. Pour le déplacement, elle se renseigne auprès de deux compagnies de transport C_1 et C_2 de la place.

- La compagnie C_1 propose 700 F à payer par kilomètre parcouru.
- La compagnie C_2 propose 200 F à payer par kilomètre parcouru et 30.000 F pour le carburant.

La présidente voudrait choisir la compagnie qui présente l'offre la moins chère.

On désigne par x la distance parcourue pour cette sortie.

1. Exprime en fonction de x :

   a) Le prix P_1 à payer si la compagnie C_1 est choisie.

   b) Le prix P_2 à payer si la compagnie C_2 est choisie.

2. a) Résous l'inéquation suivante : $700x > 200x + 30.000$

   b) Détermine la distance à partir de laquelle l'offre de la compagnie C_2 est la meilleure.

Exercice 1

1 - B

2 - C

3 - A

4 - D

$0,5 \times 4 = 02pts$

Exercice 2

b - f - d - a - g - c - e   03

Exercice 3

$$S = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)^2 - 1}$$

1- justification

$$(x-3)^2 - 1^2 = (x-3-1)(x-3+1)$$

$$\boxed{(x-3)^2 - 1 = (x-4)(x-2)}$$ 01

2- a. les valeurs de x pour lesquelles S existe

S existe $\Leftrightarrow (x-3)^2 - 1 \neq 0$

$\Leftrightarrow (x-4)(x-2) \neq 0$

$\Leftrightarrow x-4 \neq 0$ et $x-2 \neq 0$

$\boxed{S \text{ existe } \Leftrightarrow x \neq 4 \text{ et } x \neq 2}$ 0,5

b. simplification

Pour $x \neq 4$ et $x \neq 2$, $S = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)^2 - 1}$

$= \frac{(x-1)(x-2)}{(x-4)(x-2)}$

$\boxed{\text{Pour } x \neq 4 \text{ et } x \neq 2, \quad S = \frac{x-1}{x-4}}$

01

3. Valeur numérique de S pour $x = -2$

$$S = \frac{x-1}{x-4}$$

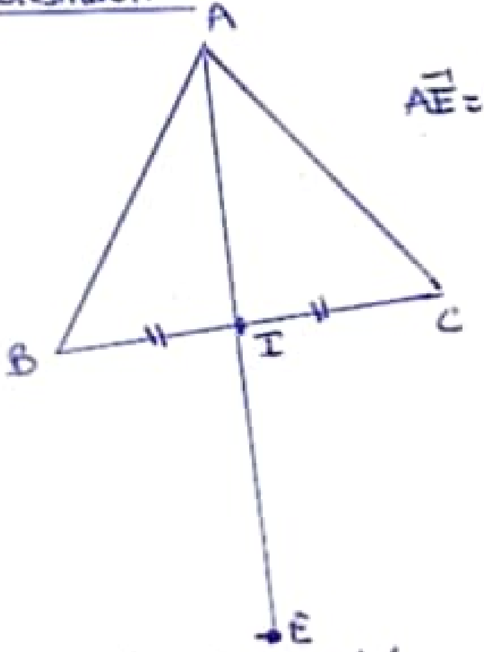
Pour $x = -2$, $S = \frac{-2-1}{-2-4}$

$= \frac{3}{6}$

$\boxed{S = \frac{1}{2}}$ 0,5

Exercice 4

- Construction



$\vec{AE} = 2\vec{AI}$

1- Complétons les égalités

a) $\vec{AB} = \vec{AI} + \vec{IB}$ 01

b) $\vec{CE} = \vec{CI} + \vec{IE}$ 01

2. Déduisons que $\vec{AB} = \vec{CE}$

- I est le milieu de $[BC] \Leftrightarrow \vec{IB} = \vec{CI}$
- $\vec{AE} = 2\vec{AI}$ donc I est milieu de $[AE]$

donc $\vec{AI} = \vec{IE}$.

or $\vec{AB} = \vec{AI} + \vec{IB}$ et $\vec{CE} = \vec{CI} + \vec{IE}$

$= \vec{IE} + \vec{CI} = \vec{CI} + \vec{IE}$

$\boxed{\vec{AB} = \vec{CE}}$ 01

Exercice 1

1 - B
2 - C
3 - A
4 - D

0,5×4 = 02pts

Exercice 2

b - f - d - a - g - c - e   03

Exercice 3

$$S = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)^2-1}$$

1 - justification

$(x-3)^2 - 1^2 = (x-3-1)(x-3+1)$

$$\boxed{(x-3)^2-1 = (x-4)(x-2)}$$ 01

2 - a. les valeurs de x pour lesquelles S existe

S existe $\Leftrightarrow (x-3)^2 - 1 \neq 0$

$\Leftrightarrow (x-4)(x-2) \neq 0$

$\Leftrightarrow x-4 \neq 0$ et $x-2 \neq 0$

$\boxed{S \text{ existe } \Leftrightarrow x \neq 4 \text{ et } x \neq 2}$ 0,5

b. simplification

Pour $x \neq 4$ et $x \neq 2$, $S = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)^2-1}$

$= \frac{(x-1)(x-2)}{(x-4)(x-2)}$

$\boxed{\text{Pour } x \neq 4 \text{ et } x \neq 2, \quad S = \frac{x-1}{x-4}}$ 01

3 - Valeur numérique de S pour $x = -2$

$$S = \frac{x-1}{x-4}$$

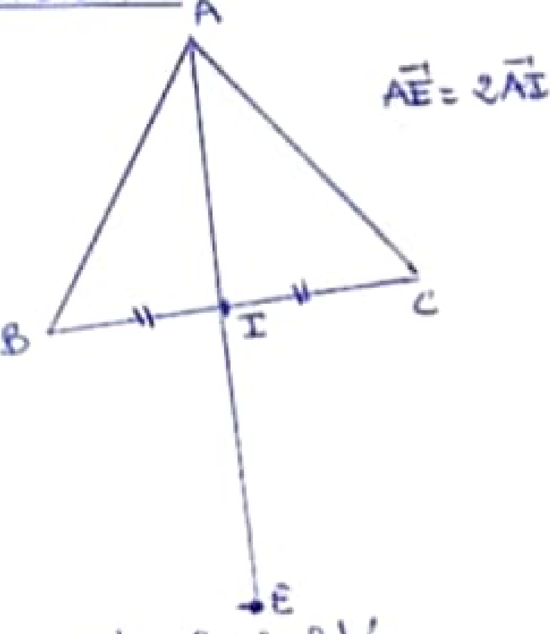
Pour $x = -2$, $S = \frac{-2-1}{-2-4}$

$= \frac{3}{6}$

$\boxed{S = \frac{1}{2}}$ 0,5

Exercice 4

Construction



1 - Complétons les égalités

a) $\vec{AB} = \vec{AI} + \vec{IB}$ 01

b) $\vec{CE} = \vec{CI} + \vec{IE}$ 01

2 - Déduisons que $\vec{AB} = \vec{CE}$

- I est le milieu de $[BC]$ $\Leftrightarrow \vec{IB} = \vec{CI}$
- $\vec{AE} = 2\vec{AI}$ donc I est milieu de $[AE]$

donc $\vec{AI} = \vec{IE}$.

or $\vec{AB} = \vec{AI} + \vec{IB}$ et $\vec{CE} = \vec{CI} + \vec{IE}$

$= \vec{IE} + \vec{CI} = \vec{CI} + \vec{IE}$

$\boxed{\vec{AB} = \vec{CE}}$ 01

Exercice 5

1- Nature du triangle AOB

AOB est un triangle équilatéral.
Car AO = OB et mes $\widehat{AOB} = 60°$ (01)

2. Justifions que $\widehat{AMB} = 30°$

$\widehat{AMB}$ est un angle aigu inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$

donc mes $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{AOB}$

$$\text{mes } \widehat{AMB} = \frac{1}{2} \times 60°$$

$$\boxed{\text{mes } \widehat{AMB} = 30°}$$ (01)

3. Justifions que $\widehat{MNA'}$ = mes $\widehat{MAA'}$

$\widehat{MNA'}$ et $\widehat{MAA'}$ sont deux angles aigus inscrits dans le cercle (C) qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{MA'}$ donc

$$\boxed{\text{mes } \widehat{MNA'} = \text{mes } \widehat{MAA'}}$$ (01)

4. Justifions que mes $\widehat{ABA'} = 90°$

ABA' est un triangle inscrit dans le cercle (C) de diamètre [AA'] donc ABA' est rectangle en B.
Par suite mes $\widehat{ABA'} = 90°$

5- Justifions que $BA' = 3\sqrt{3}$

. ABA' est un triangle rectangle en B d'après la propriété de pythagore,

$AA'^2 = AB^2 + A'B^2$

$\Leftrightarrow BA'^2 = AA'^2 - AB^2$ avec $AB = OA = 3$

$= (2\times3)^2 - 3^2$

$= 36 - 9 = 27$ (01)

$$\boxed{BA' = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}}$$

Exercice 6

1- Exprimons en fonction de x

a. le Prix P_1 à payer :

$P_1 = 700x$ (0,5)

b. le prix P_2 à payer

$P_2 = 200x + 30\,000$ (0,5)

2. a. Résolution

$700x > 200x + 30\,000$

$\Leftrightarrow 700x - 200x > 30\,000$

$\Leftrightarrow 500x > 30\,000$

$x > \frac{30\,000}{500}$

$x > 60$ (01)

(0,5)

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]60; \rightarrow[}$$

b. La distance à partir de laquelle l'offre de la Compagnie C_2 est meilleure

On a, $P_1 > P_2$

$\Leftrightarrow 700x > 200x + 30\,000$

$\Leftrightarrow x > 60$ (01,5)

A partir d'une distance supérieure à 60 km, l'offre de la Compagnie C_2 est meilleure.