

**CORRECTION IO 1995
MATHEMATIQUES**

EXERCICE 1

Déterminons dans $\mathbb{R}$, le nombre x tel que $2^{(2x-1)} = 8^{(x-2)}$

1^{ère} méthode

$$2^{(2x-1)} = 8^{(x-2)}$$

$$2^{(2x-1)} = (2^3)^{(x-2)} \Leftrightarrow 2^{(2x-1)} = 2^{3(x-2)} \Leftrightarrow 2^{(2x-1)} = 2^{(3x-6)} \Leftrightarrow 2x-1 = 3x-6$$

$$\Leftrightarrow 2x-3x = -6+1$$

$$\Leftrightarrow -x = -5 \quad x = 5 \quad S_{IR} = \{5\}$$

2^{ème} méthode

$$2^{(2x-1)} = 8^{(x-2)} \quad \forall x \in \mathbb{R}, 2^{(2x-1)} > 0 \text{ et } 8^{(x-2)} > 0 \text{ donc } \forall x \in \mathbb{R} \ln [2^{(2x-1)}] = \ln [8^{(x-2)}]$$

$$(2x-1) \ln 2 = (x-2) \ln 8$$

$$(2x-1) \ln 2 = (x-2) \ln 2^3$$

$$(2x-1) \ln 2 = 3(x-2) \ln 2$$

$$2x \ln 2 - \ln 2 = 3x \ln 2 - 6 \ln 2$$

$$2x \ln 2 - 3x \ln 2 = -6 \ln 2 + \ln 2$$

$$-x \ln 2 = -5 \ln 2$$

$$x = -5 \ln 2 / -\ln 2 = 5 \quad x = 5 \quad S_{IR} = \{5\}$$

EXERCICE 2

1/ [AB], [AC], [AD], [BC], [BD], [CD]

$$2/ AC = 4AB \quad AD + BD = 16AB + 15AB$$

$$CB = 3AB \quad = 31AB$$

$$BD = 15AB \quad AC - BC = 4AB - 3AB = AB$$

$$3/ * AB = 1/4 \cdot AC$$

$$* BC = 3/4 \cdot AC$$

$$CD = 4BC$$

$$= 4 \times 3/4 \cdot AC$$

$$* CD = 3AC$$

$$AD = AB + BD$$

$$= 1/4 AC + 15/4 AC$$

$$= 16/4 \cdot AC$$

$$* AD = 4AC$$

$$BD = 5BC$$

$$= 5 \times 3/4 \cdot AC$$

$$* BD = 15/4 \cdot AC$$

EXERCICE 3

$P_0 = 500$, prix du kg de café au 1^{er} Octobre 1994.

En admettant que l'accroissement annuel du prix constant est égal à 12%, la suite P_n est une suite géométrique de raison $q = 1,12$ et de premier terme P_0 .

$$\text{Car } P_{n+1} = P_n + 0,12 P_n$$

$$= (1 + 0,12) P_n$$

$$P_{n+1} = 1,12 P_n \Leftrightarrow q = 1,12.$$

1/ Exprimons P_n en fonction de P_{n+1} et en fonction de P_0 et de n .

$$* P_{n+1} = 1,12 P_n \Leftrightarrow P_n = 1/1,12 P_{n+1}$$

$$P_n = q^n P_0 = (1,12)^n P_0$$

$$* P_n = (1,12)^n P_0$$

2/ a) Prix au 1^{er} Octobre 1995 c'est-à-dire 1 ans après.

$$P_1 = (1,12)^1 \times P_0$$

$$= 1,12 \times 500$$

$P_1 = 560$ F au 1^{er} Octobre 1995 le prix du kg de café sera 560 F

b) Prix au 1^{er} Octobre 1997 c'est-à-dire 3 ans après.

$$P_3 = (1,12)^3 \times P_0$$

$$= (1,12)^3 \times 500$$

$P_3 = 752,640$ F Au 1^{er} Octobre 1997 le prix du kg de café sera 752,640 F.

EXERCICE 4

$$x + y + z = 18$$

y et z sont proportionnelles à 4 et 5. Soit $K \in \mathbb{R}$ le coefficient de proportionnalité, on a :

y	z
4	5

$\times k$

$$y \times k = 4 \Leftrightarrow k = 4/y$$

$$z \times k = 5 \Leftrightarrow k = 5/z$$

$$4/y = 5/z \Leftrightarrow 5y = 4z$$

$$\Leftrightarrow y = 4/5 z$$

$$z = 5/4 y$$

$$x + y + z = 18$$

$$x + y + 5/4 y = 18$$

$$x + 9/4 y = 18$$

$$9/4 y = 18 - x$$

$$y = 4/9 (18 - x)$$

$$y = 4/9 (18 - x)$$

$$= 4/9 \times 18 - 4/9 x$$

$$y = -4/9 x + 8$$

$$x + y + z = 18$$

$$x + 4/5 z + z = 18$$

$$x + 9/5 z = 18$$

$$9/5 z = 18 - x$$

$$z = 5/9 (18 - x)$$

$$z = -5/9 x + 10$$

EXERCICE 5

3780 est-il divisible par 45 ? $45 = 9 \times 5$

$3 + 7 + 8 + 0 = 18$, multiple de 9. Donc 3780 est divisible par 9.

3780 se termine par 0, donc 3780 est divisible par 5.

3780 est alors divisible par 9 et par 5.

3780 peut donc s'écrire : $3780 = 9 \times 5 \times \alpha$, avec $\alpha \in \mathbb{N}$

$$3780/9 = 5 \times \alpha \in \mathbb{N} . 3780 \text{ divisible par } 9$$

$$3780/5 = 9 \times \alpha \in \mathbb{N} . 3780 \text{ divisible par } 5.$$

$$3780/9 \times 5 = 3780/45 = \alpha \in \mathbb{N} . 3780 \text{ divisible par } 45.$$

On peut donc dire sans opérer, que le nombre 3780 est divisible par 45.

EXERCICE 6

Soit x le prix d'un quintal de la variété de café Robusta.

et y le prix d'un quintal de la variété de café Arabica

$$2x + 3y = 13800 \times 5 = 69\,000$$

$$x + 2y = 14\,000 \times 3 = 42\,000$$

Déterminons x et y . pour cela résolvons le système ;

$$\begin{cases} 2x + 3y = 69\,000 \\ x + 2y = 42\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 69\,000 \\ -2x - 4y = -84\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y - 4y = 69\,000 - 84\,000 \\ -y = -15\,000 \\ y = 15\,000 \end{cases}$$

$$x + 2y = 42\,000$$

$$x = 42\,000 - 2y$$

$$x = 42\,000 - 2 \times 15\,000$$

$$x = 12\,000 . \text{ Le prix d'un quintal de la variété Robusta est de } 12\,000 \text{ F et celui d'un}$$

$$\text{quintal de la variété Arabica est de } 15\,000 \text{ F.}$$