CORRECTION IO 1996 MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Les nombres décimaux sont : -2,586 ; 3/25 ; 67/10 ; - √144 /2 ; 15

EXERCICE 2

Résoudre dans IR : $\sqrt{x^2-4} = x/2 - 1$

Cherchons le domaine de validité

	-2		2
$x-2$	-	- 0	+
$x+2$	- 0	+	+
$(x-2)(x+2)$	+	-	+

$\sqrt{x^2-4}$ existe ssi $x^2 - 4 \geq 0$

$(x-2)(x+2) \geq 0$

* D =]- ∞ ; -2] U [2 ; + ∞ [

Résolvons l'équation

$\sqrt{x^2-4} = \frac{x}{2} - 1$

$(\sqrt{x^2-4})^2 = (\frac{x}{2} - 1)^2$

$x^2 - 4 = \frac{x2}{4} - x + 1$

$3x^2/4 + x - 5 = 0$

$*3x^2 + 4x - 20 = 0$

$\Delta = 16 + 240 = 256$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{256} = 16$

$x_1 = (-b - \sqrt{\Delta})/2a = \frac{-4-16}{6} = \frac{-20}{6} = \frac{-10}{3} = -3{,}3\underline{3}$

$x_2 = (-b + \sqrt{\Delta})/2a = (-4+16)/6 = 2$

$x_1 \in D$; $x_2 \in D$ d'où S = $\boxed{\{\frac{10}{3} ; 2\}}$

EXERCICE 3

a) La surface que défricheront 30 ouvriers dans le même temps.

25 ⟶ 2ha

30 ⟶ ?

Soit "S" cette surface : S = 30 × 2/25 = 2,4 ha

b) La surface que défricheront 30 ouvriers en 12 jours de travail. soit "S_1" cette surface.

2,4 ha ⟶ 8j

? ⟵ 12 j

$S_1 = 2{,}4 \times 12/8 = 3{,}6$ ha

c) Le nombre d'ouvriers nécessaires pour défricher 2,80 ha en 8 jours. Soit "N" ce nombre.

25 ⟶ 2ha

? ⟵ 2,80 ha

N = 25 × 2,80/2 = 35 ouvriers

EXERCICE 4

1/ Le nombre d'oranges qu'avait le père au début

Soit x le nombre d'oranges du père au début.

Part du premier : x/2 +1/2 = (x+1)/2

Part du second : 1/2 [x- (x+1)/2] + 1/2 = 1/2× (x-1)/2 +1/2 = (x-1)/4 +1/2 = (x+1)/4

Part de troisième : $1/2 \left[x - \left(\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} \right) \right] + 1/2 = 1/2 \left[x - \left(\frac{3x+3}{4} \right) \right] + 1/2$

= 1/2 × (x-3)/4 + 1/2

= (x-3)/8 +1/2 = (x+1)/8

Après cette distribution, le père n'a plus d'orange donc (x+1)/2 + (x+1)/4 + (x+1)/8 = x

$$\frac{4(x+1) + 2(x+1) + (x+1)}{8} = \frac{8x}{8}$$

$P_1 = (1{,}12)^1 \times P_0$
$= 1{,}12 \times 500$
$P_1 = 560$ F au 1er Octobre 1995 le prix du kg de café sera 560 F

b) Prix au 1er Octobre 1997 c'est-à-dire 3 ans après.
$P_3 = (1{,}12)^3 \times P_0$
$= (1{,}12)^3 \times 500$
$P_3 = 752{,}640$ F Au 1er Octobre 1997 le prix du kg de café sera 752,640 F.

EXERCICE 4

$x + y + z = 18$

y et z sont proportionnelles à 4 et 5. Soit K € IR le coefficient de proportionnalité, on a :

y	z
4	5

$\times k$

$\left.\begin{array}{l} y \times k = 4 \Rightarrow k = 4/y \\ z \times k = 5 \Rightarrow k = 5/z \end{array}\right\}$ $4/y = 5/z \Rightarrow 5y = 4z$
$\Rightarrow y = 4/5\, z$
$z = \Rightarrow 5/4\, y$

$x + y + z = 18$
$x + y + 5/4\, y = 18$
$x + 9/4\, y = 18$
$9/4\, y = 18 - x$
$y = 4/9\ (18 - x)$

$y = 4/9\,(18 - x)$
$= 4/9 \times 18 - 4/9\, x$
$\underline{y = -4/9 x + 8}$

$x + y + z = 18$
$x + 4/5\, z + z = 18$
$x + 9/5\, z = 18$
$9/5\, z = 18 - x$
$z = 5/9\,(18 - x)$
$\underline{z = -5/9\, x + 10}$

EXERCICE 5

3780 est-il divisible par 45 ? $45 = 9 \times 5$
$3 + 7 + 8 + 0 = 18$, multiple de 9. Donc 3780 est divisible par 9.
3780 se termine par 0, donc 3780 est divisible par 5.
3780 est alors divisible par 9 et par 5.

3780 peut donc s'écrire : $3780 = 9 \quad 5 \times x$, avec $x \in \mathbb{N}$

$3780/9 = 5 \times x \in \mathbb{N}$. 3780 divisible par 9

$3780/5 = 9 \times x \in \mathbb{N}$. 3780 divisible par 5.

$3780/9\times5 = 3780/45 = x \in \mathbb{N}$. 3780 divisible par 45.
On peut donc dire sans opérer, que le nombre 3780 est divisible par 45.

EXERCICE 6

Soit x le prix d'un quintal de la variété de café Robusta.
et y le prix d'un quintal de la variété de café Arabica
$2x + 3y = 13800 \times 5 = 69\,000$
$x + 2y = 14\,000 \times 3 = 42\,000$
Déterminons x et y. pour cela résolvons le système ;

$\begin{array}{l} \\ \times(-2) \end{array}\left\{\begin{array}{l} 2x + 3y = 69\,000 \\ x + 2y = 42\,000 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 2x + 3y = 69\,000 \\ -2x - 4y = -84\,000 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{array}{l} 3y - 4y = 69\,000 - 84\,000 \\ -y = -15\,000 \\ \underline{y = 15\,000} \end{array}$

$x + 2y = 42\,000$
$x = 42\,000 - 2y$
$x = 42\,000 - 2\times15\,000$
$\underline{x = 12\,000}$. Le prix d'un quintal de la variété Robusta est de 12 000 F et celui d'un quintal de la variété Arabica est de 15 000 F.

$7(x+1) = 8x$

$7x + 7 = 8x$ $\underline{x = 7}$ le père avait donc au début 7 oranges.

2/ part du premier : $(7+1)/2 = 4$ oranges

Part du second : $(7+1)/4 = 2$ oranges

Part du troisième : $(7+1)/8 = 1$ orange

Le premier a donc 4 oranges, le second 2 oranges et le troisième 1 orange.

EXERCICES 5

1/ *PGCD (120 ; 300) = ?

$PGCD(120 ; 300) = 2^2 \times 3 \times 5$

$= 4 \times 15 = 60$

* $PPCM(120 ; 300) = 60 \times 2 \times 5$

$= 600$

2/ PGCD (a ; b) = 3 $a = 3 \times \alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{N}$

PPCM (a ; b) = 60 $b = 3 \times \beta$ avec $\beta \in \mathbb{N}$.

$PPCM(a ; b) = 3 \times \alpha \times \beta = 60 \Rightarrow \alpha \times \beta = 20$

$a \times b = 3 \times \alpha \times 3 \times \beta$

$= 9 \times \alpha \times \beta$

$= 9 \times 20$

$\boxed{a \times b = 180}$

Déterminons a et b

$\alpha \times \beta = 20 = 4 \times 5 = 10 \times 2$

Si $\alpha = 10$ et $\beta = 2$ on a : $a = 3 \times 10 = 30$ PPCM (a, b) = 30 et non 60,
$b = 3 \times 2 = 6$ Cette hypothèse n'est donc pas bonne.

Si $\alpha = 4$ et $\beta = 5$ on a : $a = 3 \times 4 = 12$ PPCM (a, b) = 60. Cette hypothèse est donc
$b = 3 \times 5 = 15$ la meilleure. On a donc $\underline{a = 12}$ et $\underline{b = 15}$

EXERCICE 6

1/ $A = \{-\sqrt{3} ; 0 ; \frac{1}{2} ; 4\sqrt{3} ; 6\}$

$B = \{-\sqrt{3}.k ; 0 ; \frac{1}{2}k ; 4\sqrt{3}k ; 6k\}$

2/ $-\sqrt{3}k + 0 + \frac{1}{2}k + 4\sqrt{3}k + 6k = 13\sqrt{3} + 8$

$K(-\sqrt{3} + 0 + \frac{1}{2} + 4\sqrt{3} + 6) = 13\sqrt{3} + 8$

$K(3\sqrt{3} + 13/2) = 13\sqrt{3} + 8$

$$K = \frac{13\sqrt{3} + 8}{(3\sqrt{3} + \frac{13}{2})} = \frac{13\sqrt{3} + 8}{(6\sqrt{3} + 13)/2} = \frac{26\sqrt{3} + 16}{6\sqrt{3} + 13}$$

$$= \frac{(26\sqrt{3} + 16)(6\sqrt{3} - 13)}{36 \times 3 - 13^2} = \frac{156 \times 3 - 338\sqrt{3} + 96\sqrt{3} - 208}{-61}$$

$$k = \frac{260 - 238\sqrt{3}}{-61}$$