CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP * INSTITUTEUR ORDINAIRE (I.O)
SESSION 2007

MATHEMATIQUES

Durée : 2 h Coef. : 3

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2
et deux feuilles annexes à rendre avec la copie.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice est autorisée

EXERCICE 1

On considère l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}$, $e^{2x} + 2e^{x} - 15 = 0$

1. Les nombres $-\ln 2$ et $\ln 3$ sont-ils des solutions de l'équation (E) ? Justifier.
2. Résoudre l'équation (E).

EXERCICE 2

Une compagnie de téléphonie mobile propose à sa clientèle la formule suivante :
La compagnie offre au début du premier mois au client un crédit de consommation de 5 000 F.
En plus, le client bénéficie chaque mois d'un crédit supplémentaire de 10% de sa consommation du mois précédent.
Pour bénéficier des avantages de cette formule, le client est tenu d'approvisionner son compte chaque mois. Mlle Badou, cliente de cette compagnie, décide de bénéficier de cette formule en approvisionnant son compte d'une valeur fixe au début de chaque mois de 18 000 F
Chaque mois, elle consomme la totalité de son crédit.

1. a) Calculer le crédit de consommation de Mlle Badou au début du 1er mois.
   b) Justifier que le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 2ème mois est égal à 20 300 F.
2. calculer le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 3ème mois.
3. On désigne par U_n le crédit dont dispose Mlle Badou au début du n^{ième} mois ($n \geq 1$).
   a) Préciser les valeurs de U_1, U_2, U_3
   b) Calculer U_4
   c) Justifier que pour tout nombre entier naturel non nul n, $U_{n+1} = (0,1)\, U_n + 18000$.
4. Pour tout entier naturel non nul n, on pose $V_n = U_n - 20000$.
   a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,1 et préciser le premier terme.
   b) Exprimer V_n en fonction de n
   c) En déduire U_n en fonction de n.
   d) Justifier que le crédit de consommation de Mlle Badou reste toujours supérieur à 20000.

EXERCICE 3

Sur la feuille annexe 1, la figure présente la courbe (cg) d'une fonction g dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
La fonction dérivée g' de g s'annule pour l'unique valeur $x = 0,5$.

PARTIE A

1. A partir d'une lecture graphique, dresser le tableau de variation de g sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$. (On ne demande pas les limites).

2. On donne sur la feuille annexe 2 les courbes de trois fonctions numériques a, b et c.
L'une parmi ces fonctions coïncide avec la fonction dérivée g' de g sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

a) Par une lecture graphique, préciser le signe de a(x) et b(x) et c(x) pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

b) En déduire la fonction qui coïncide avec g' sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$. Justifie la réponse.

PARTIE B

On considère la fonction numérique f dérivable sur $\mathbb{R} - \{0\}$ et définie par : $f(x) = \frac{1-2x}{x}$

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 2 cm sur les axes.
1. Démonter que la droite $(\triangle)$ d'équation $y = -2$ est une asymptote à (C).
2. Calculer la limite de f à droite en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
3. Démonter que point A(0, -2) est un centre de symétrie de la courbe (C).
4. On donne $g(x) = -2x + 1 + \ln x$.
Démonter que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$, $g'(x) = f(x)$.
5. a) A l'aide de la partie A, sur une feuille de papier millimétré, reproduire la courbe de f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

b) Compléter, par symétrie, la courbe de f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.