CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)
SESSION 2017 **DUREE : 2h**
Coefficient 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte une (01) page

EXERCICE N° 1

Un marchand de volailles a vendu ensemble un poulet, un canard, une pintade et un dindon au prix de 46800 F.

Le prix du poulet est le tiers de celui du canard, alors que le prix de la pintade est 1800 F de plus que celui du poulet. Quant au dindon, il est cinq fois plus cher que la pintade.

1. Représente graphiquement les différents prix de chaque volaille.
2. Calcule le prix de chaque volaille.

EXERCICE N° 2

On considère la fonction *f* définie par :

$$f(x) = -\frac{\sqrt{3-2x}}{(x-1)^2}$$

1. a) Détermine l'ensemble de définition de f que l'on notera D_f
   b) Ecris D_f sous forme d'une réunion d'intervalles.

2. Justifie que $(\sqrt{2}-1)^2 = 3-2\sqrt{2}$ puis, détermine $f(\sqrt{2})$
3. Sachant que :
   $1{,}414 < \sqrt{2} < 1.415$, encadre $f(\sqrt{2})$ par deux décimaux d'ordre 2 consécutifs.

EXERCICE N° 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O,I,J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Place dans le repère (O,I,J) les points : A(- 4 ; 5) , B(2 ; - 3) , C(- 1 ; 6).
2. Justifie que le triangle ABC est rectangle . Précise le sommet de l'angle droit.
3. On considère la fonction affine *f* telle que *f*(- 4) = 5 et *f*(- 1) = 6
   a) Détermine les nombres réels a et b tels que, pour tout nombre réel *x*,
      $f(x) = ax + b$
   b) Construit la représentation graphique de *f* telle que pour tout nombre réel *x*,
      $f(x) = ax + b$

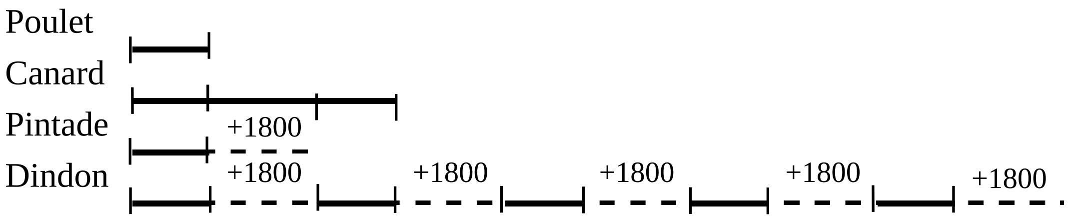
CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)
SESSION 2017 **DUREE : 2h**
Coefficient 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte une (01) page

EXERCICE N° 1

1. Représentation graphique des différents prix de chaque volaille.



0,5 point
0,5 point
0,5 point
0,5 point

2. Calcul du prix de chaque volaille

Soit X le prix du poulet …………………………………………………………………………………... **0,5 point**

Le prix du canard vaut : 3X ……………………………………………………………… **0,5 point**

Le prix de la pintade vaut : X + 1800 …………………………………………………………… **0,5 point**

Le prix du dindon vaut : 5(X + 1800)…………………………………………………………… **0,5 point**

La vente ayant rapportée 46800 francs, on peut écrire :
X + (X + 1800) + 3X + 5(X + 1800) = 46800
C'est-à-dire 10X + 10800 = 46800
D'où , X = 3600

Ainsi, Le prix du poulet est égal à 3.600 francs ……………………………………………….. **0,5 point**

Le prix du canard est égal à 10.800 francs ……………………………………………….. **0,5 point**

Le prix de la pintade est égal à 5.400 francs ……………………………………………….. **0,5 point**

Le prix du dindon est égal à 27.000 francs ……………………………………………….. **0,5 point**

EXERCICE N° 2 (6/6)

On considère la fonction *f* définie par :

$$f(x) = -\frac{\sqrt{3-2x}}{(x-1)^2}$$

1. a/b) Déterminons l'ensemble de définition D_f de f

f(x) existe si et seulement si $3 - 2x \geq 0$ et $x - 1 \neq 0$………………………………………………… **0,5 point**

$x \leq 3/2$ et $x \neq 1$ …………………………………………… **0,5 point**

$D_f =]\leftarrow ; 1[U]1 ; \frac{1}{2}]$ ………………………………………………………………………… **1 point**

2. Justifions que $(\sqrt{2}-1)^2 = 3\text{-}2\sqrt{2}$

$(\sqrt{2}-1)^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 - 2(1\sqrt{2}) = 3\text{-}2\sqrt{2}$ ……………………………………… **1 point**

Détermine $f(\sqrt{2})$

$f(\sqrt{2}) = -\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{(\sqrt{2}-1)^2} = -\frac{\sqrt{\sqrt{2}-1)2}}{(\sqrt{2}-1)^2} = -\frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)^2}$ car $\sqrt{2} - 1 > 0$ ……………………………………... **1 point**

$= -\frac{1}{(\sqrt{2}-1)} = -\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = -(\sqrt{2}+1)$

Donc, $f(\sqrt{2}) = -(\sqrt{2}+1)$…………………………………………………………………… **1 point**

3. Encadrement de $f(\sqrt{2}) = -(\sqrt{2}+1)$

$1{,}414 < \sqrt{2} < 1.415$

$1{,}414 + 1 < \sqrt{2} + 1 < 1.415 + 1$

$2{,}414 < \sqrt{2} + 1 < 2.415$

A l'ordre 2, on a $2{,}41 < \sqrt{2} + 1 < 2.42$ …………………………………………………….. **0,5 point**

Donc, $-2{,}42 < -(\sqrt{2} + 1) < -2.41$

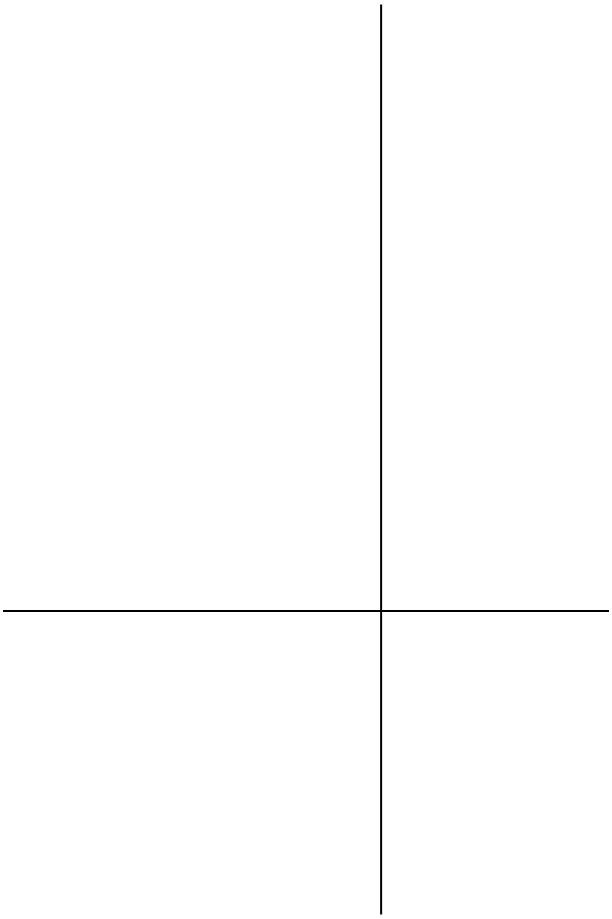
Conclusion : $-2{,}42 < f(\sqrt{2}) < -2.41$ ……………………………………………………… **0,5 point**

EXERCICE N° 3 (8/8)

-(0,5 point par point bien placé)x3 = **1,5 point**

- Figure bien construite = 1 point

1. Plaçons les points : A(- 4 ; 5) , B(2 ; - 3) , C(- 1 ; 6).



2. Justifions que le triangle ABC est rectangle

$AB = \sqrt{(2-(-4))^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ .... **0,5 point**

$AC = \sqrt{(-1+4)^2 + (6-5)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ .... **0,5 point**

$BC = \sqrt{(-1-2)^2 + (6+3)^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90}$ .... **0,5 point**

On constate que $10^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{90})^2$ .... **1 point**

D'où, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Ce résultat montre que le triangle ABC est rectangle en C.

3. Soit la fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$ avec $f(-4) = 5$ et $f(-1) = 6$

a)

$$\begin{cases} f(-4) = 5 \\ f(-1) = 6 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} -4a + b = 5 \\ -a + b = 6 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} -4a + b = 5 & (1) \\ -a + b = 6 & (2) \end{cases}$$

(1) .... **0,5 point**

(2) .... **0,5 point**

En multipliant (1) par -1, on a :

$$\begin{cases} 4a - b = -5 \\ -a + b = 6 \\ \hline 3a \quad = 1 \end{cases}$$ ………………………………………………………………………… **0,5 point**

On a $3a = \frac{1}{3}$ Et $b = 6 + \frac{1}{3}$

C'est-à-dire $a = \frac{1}{3}$ Et $b = \frac{19}{3}$ ……………………………………………………… **0,5 points x2**

D'où, $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{19}{3}$ **= 1 point**

b) Construction correcte de la droite : ……………………………………………… **0,5 point**