Concours AMCPE session 2015

Composition : **Physique 6** (mécanique, électricité, optique)

Durée : **3 Heures**

L'énoncé de cette épreuve comporte trois parties indépendantes.

MECANIQUE

I. Caractérisation et effet d'un coude dans l'écoulement

Dans tout le problème, on considère une veine de fluide incompressible et non visqueux, de masse volumique $\boldsymbol{\rho}$ constante, se déplaçant à une vitesse $\vec{\mathbf{V}}$, de norme **V** constante et uniforme. La surface **S** de la veine de fluide, comptée dans une section droite perpendiculaire à la vitesse, sera donc constante (**voir figure 1**).

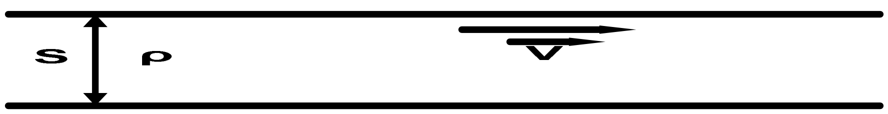

Figure 1

I.1/ Définir et exprimer le débit massique **q**.

I.2/ La veine du fluide subit un coude (**voir figure 2**). La norme de la vitesse étant constante, $|\vec{\mathbf{V}}_1| = |\vec{\mathbf{V}}_2| = \mathbf{V}$ et on désigne par $\boldsymbol{\theta}$ l'angle entre $\vec{\mathbf{V}}_2$ et l'axe des **x**. Le plan **(Oxy)** est supposé horizontal. On considère que pendant un laps de temps **dt**, une masse **dm** comprise dans un volume **dτ=SV dt** passe de l'état (1) à l'état (2).

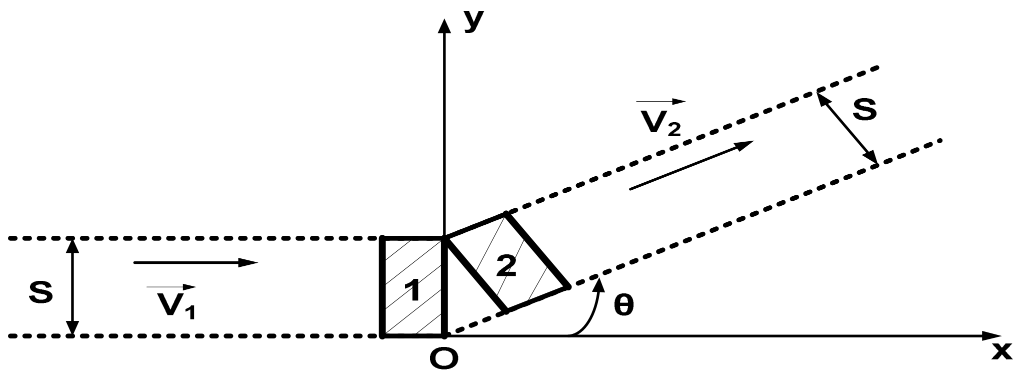

Figure 2

I.2-a) En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la masse **dm**, déterminer les composantes $\mathbf{F_x}$ et $\mathbf{F_y}$ de la force $\vec{\mathbf{F}}$ que le fluide exerce sur le coude.

I.2-b) Montrer que cette force peut se mettre sous la forme $|\vec{\mathbf{F}}| = \mathbf{F} = \mathbf{A}\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$ où le terme **A** ne dépend que de $\boldsymbol{\rho}$, **S** et **V**. Donner les expressions de **A** et $\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$.

I.2-c) Application numérique : calculer **F** pour l'eau, $\boldsymbol{\rho}$**=10^{3} kg.m^{-3}** avec un débit égal à **q= 50kg.s^{-1}** et avec **θ=45°** et **S=10^{-2}m^{2}**.

II. Application à l'étude de la propulsion d'un bateau à voile

On assimile la voile d'un petit bateau à une surface plane **Σ** placée dans l'écoulement d'air que constitue le vent relatif par rapport au bateau. Ce dernier se déplaçant à la vitesse constante constitue un repère galiléen qui sera choisi pour toute cette question. On admettra que l'action d'une voile réglée pour que le plan de **Σ** fasse un angle **φ** avec la direction du vent relatif (**voir figure 3**) consiste à dévier de **2φ** le tube du courant qui aurait traversé **Σ** en l'absence de la voile. On admettra, en outre, que la voile n'altère pas de façon sensible l'écoulement de l'air en dehors de ce tube de courant. On pourra donc, dans ces conditions, assimiler la voile à un coude dans un tube de courant d'air s'écoulant à vitesse constante en module. On admettra que **ρ**, la masse volumique de l'air, reste constante. Comme on n'étudie pas ici le mouvement de dérive du bateau, on ne s'intéresse qu'à la composante suivant l'axe **(Ox)**, soit **f**, de la force exercée par le vent sur la voile.

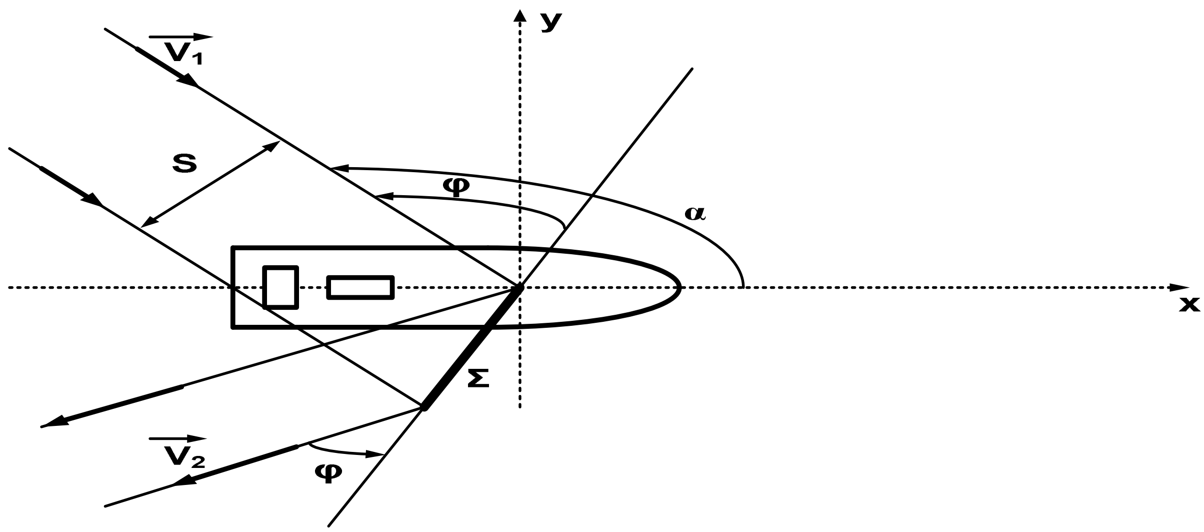

Figure 3

II.1/ Donner la relation entre **S**, surface de la veine d'air et **Σ**.

II.2/ Montrer que : $\mathbf{f = \rho \Sigma V^2 g(\alpha, \varphi)}$, où $\mathbf{g(\alpha,\varphi)}$ est une fonction uniquement de **α** et de **φ** telle que : $\mathbf{g(\alpha,\varphi) = 2\sin^2(\varphi)\sin(\alpha-\varphi)}$

II.3-a/ Représenter sommairement sur un même graphique (**nommé G_1**) les variations de **g** en fonction de **φ** pour les deux valeurs particulières de **α** : α_1**=90°** et α_2**=180°**. Explication en quoi ces deux graphiques permettent de voir que, pour une allure de vent relatif donné (**α fixé**), il existe un réglage optimum de la voile correspondant à une valeur $\varphi_m(\alpha)$ de l'angle **φ**. Donner les valeurs approchées de φ_m pour α_1**=90°** et α_2**=180°**.

II.3-b/ Montrer que pour une valeur quelconque de **α**, φ_m est défini par la relation :
$\mathbf{2\tan(\alpha-\varphi_m) = \tan(\varphi_m)}$. Pour déterminer $\varphi_m(\alpha)$, donner un tableau comportant au moins dix valeurs. Les valeurs numériques seront déterminées à partir de la courbe fournie (**voir figure 4**). La procédure employée sera soigneusement expliquée.

II.3-c/ Faire un schéma du bateau, de sa voile et de la direction du vent relatif pour le réglage optimum correspondant aux valeurs de **α** : **50°**, **90°** et **180°**.

II.4-a/ Tracer la courbe $\mathbf{g(\alpha, \varphi_m)=y(\alpha)}$, (**graphique nommé G_2**), à partir des résultats précédents. On justifiera rapidement le nombre et l'emplacement des points choisis pour tracer une courbe suffisamment précise de **y=y(α)**.

II.4-b/ En déduire la valeur de la force propulsive qu'on peut obtenir en déployant une voile de $\mathbf{30m^2}$ dans un vent relatif de vitesse $\mathbf{V=10m.s^{-1}}$ arrivant par le travers (**α=90°**). On prendra $\mathbf{\rho=1{,}3kg.m^{-3}}$.

II.5/ L'une des caractéristiques importantes d'un bateau est sa capacité à remonter au vent. Pour déterminer cette capacité, on continue de négliger le mouvement de dérive et on considère que la coque et les superstructures présentent une résistance à l'écoulement de l'air équivalente à celle d'une surface $\mathbf{S_0}$ perpendiculaire au vent relatif. Montrer, avec ces hypothèses, que le bateau ne peut plus avancer si $\boldsymbol{\alpha \le \alpha_0}$. Déterminer à l'aide des graphiques précédents la valeur de $\boldsymbol{\alpha_0}$ pour $\mathbf{S_0 = 3m^2}$, en conservant les valeurs numériques de la question II.4.b.

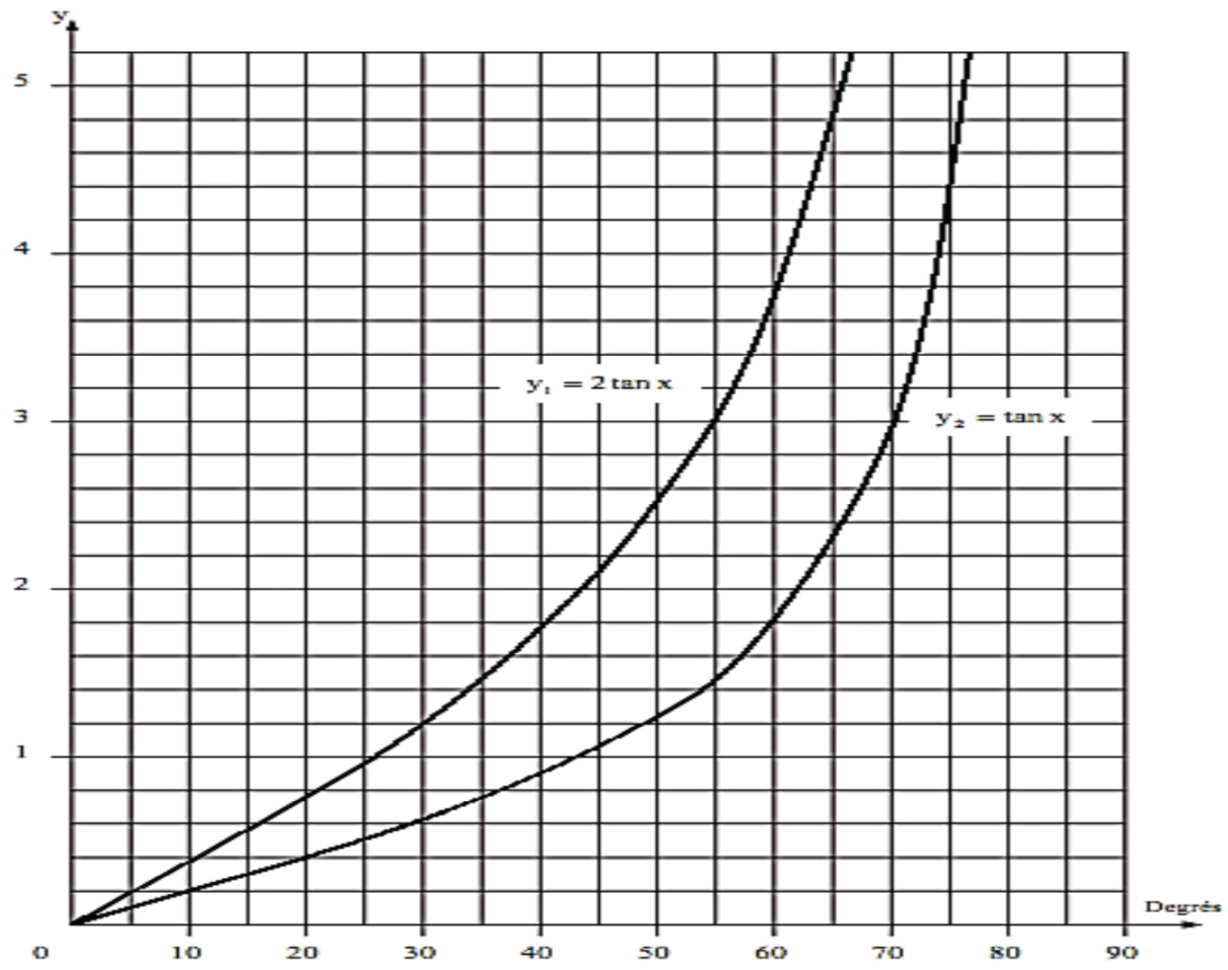

Figure 4

ELECTROCINETIQUE

On considère le montage représenté sur le dessin de la figure ci-dessous. La tension d'entrée est sinusoïdale de pulsation **ω**, de valeur efficace **E** constante. On rappelle qu'un circuit électrique est un filtre passe-haut, passe-bas ou passe –bande si la tension de sorite prend une valeur notable respectivement pour des pulsations élevées, faibles ou comprises entre deux valeurs. L'amplificateur opérationnel est supposé parfait.

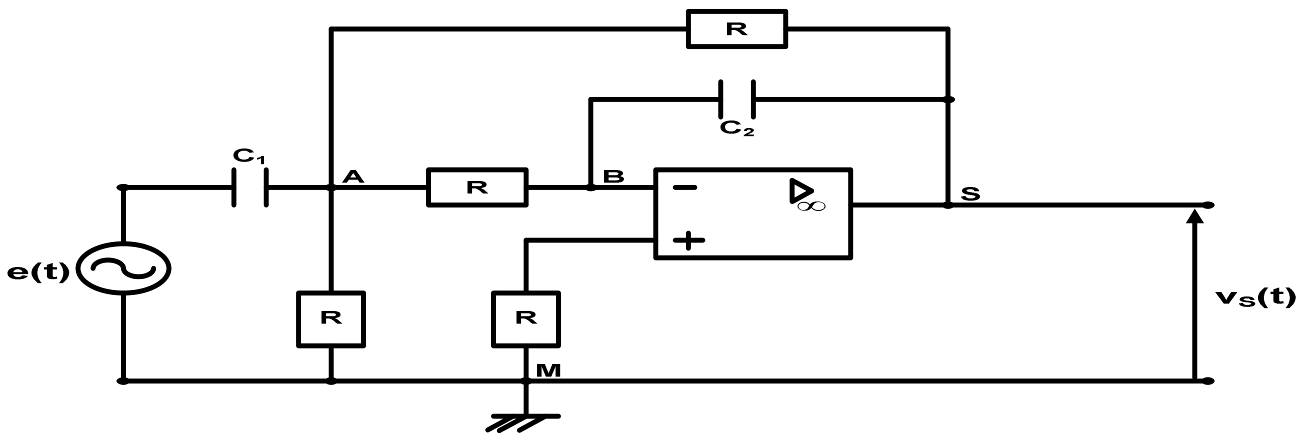

Figure 5

1. En considérant le comportement des condensateurs $\mathbf{C_1}$ et $\mathbf{C_2}$ à haute et à basse fréquence, classer le filtre constitué par le schéma de la figure en filtre passe-haut, passe-bas ou passe-bande.

2. En notant $\underline{\mathbf{V_S}}$ et $\underline{\mathbf{E}}$ les valeurs efficaces complexes de la tension de sortie et de la tension d'entrée, déterminer le rapport $\frac{\underline{V_S}}{\underline{E}}$ en fonction de **ω**, **R**, $\mathbf{C_1}$ et $\mathbf{C_2}$.
3. Exprimer le module du rapport $\frac{\underline{V_S}}{\underline{E}}$. Montrer que ce module passe par une valeur maximale pour une pulsation $\boldsymbol{\omega_0}$ que l'on calculera.

4. Définir et déterminer la bande passante **Δω** et le facteur de qualité du filtre **Q**.

5. Application numérique : calculer la fréquence correspondant à ce maximum et le facteur de qualité du filtre pour : **R=5000Ω** ; $\mathbf{C_1=0{,}3\mu F}$; $\mathbf{C_2=0{,}3nF}$.

OPTIQUE

On se propose de déterminer la position du foyer optique du miroir formé par un liquide dans un récipient tournant. On prendra comme origine de l'axe de symétrie du miroir le sommet **S** constitué par le point le plus bas de sa concavité, l'axe **Sz** étant toujours orienté selon la verticale ascendante. L'équation de la surface libre dans le repère tournant est donc : $\mathbf{z = Cr^2}$, avec $\mathbf{C = \frac{\omega^2}{2g}}$, $\boldsymbol{\omega}$ étant la vitesse angulaire.
On prendra **g=9,8 m.s**$^{-2}$ pour les applications numériques.

I. Définitions

I.1/ Définir le chemin optique **(MN)** entre deux points **M** et **N** dans un milieu quelconque d'indice **n(x,y,z)**. Exprimer **MN** si le milieu est homogène, d'indice **n** constant.

I.2/ Quelle est la condition sur **(MN)** pour qu'un système optique soit rigoureusement stigmatique pour le couple de points **M** et **N** ?

I.3/ Qu'appelle-t-on foyer image d'un système optique ?

II. Détermination optique de la distance focale

On considère un objet lumineux (étoile, galaxie) que l'on peut considérer comme situé à l'infini dans la direction de l'axe **Sz** du miroir liquide. Tous les rayons qu'il émet parviennent donc sur celui-ci parallèlement à **Sz**. Soit **(P)** le plan d'un front d'onde incident à la distance **D** de **S**, émis par l'objet, et **M(r, D)** un point quelconque de ce plan.

II.1/ Exprimer en fonction de **D**, **r**, **C** et e le chemin optique **(MN)** entre le point **M** et le point **N(0, e)** où le rayon réfléchi coupe l'axe **Sz**, en utilisant le point d'incidence **I(r, z)** du rayon sur le miroir.

II.2/ En supposant constant le chemin optique **(MN)** quel que soit le rayon incident (c'est-à-dire quel que soit **r**), déterminer la position e du point **N** sur l'axe **Sz**.

II.3/ En déduire que le miroir liquide est rigoureusement stigmatique pour un objet situé à l'infini sur l'axe **Sz**, et que son foyer optique **F** est situé à une distance focale du sommet
$\mathbf{f = \frac{g}{2\omega^2}}$.

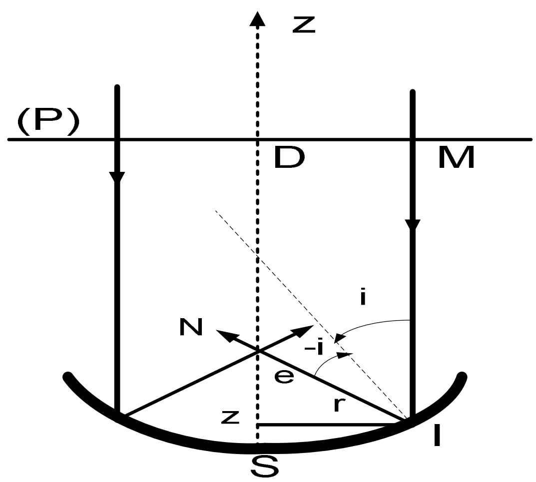

Figure 6