MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR ET DE L'EMPLOYABILITE **(DGESE)**

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union - Discipline - Travail

Institut National Polytechnique
Félix Houphouët – Boigny
SERVICE DES CONCOURS

Concours GMEC session 2015

Composition : Physique 1 (mécanique, thermodynamique)

Durée : 4 Heures

Instructions générales:

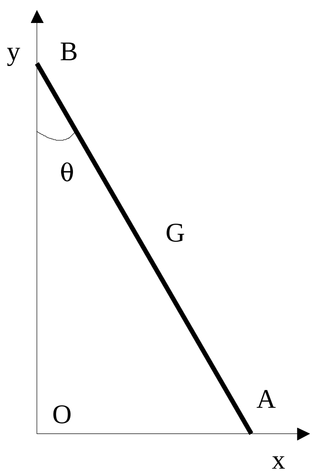
Les candidats devront impérativement exprimer les grandeurs demandées en fonction des paramètres indiqués.
Dans chaque cas la numérotation de la question posée devra être clairement indiquée.
Il sera tenu compte de la justification des réponses aux questions posées.

Problème 1: MECANIQUE

Les parties I et II sont indépendantes

I- L'ECHELLE CONTRE UN MUR.

Une échelle posée contre un mur est représentée par une barre AB dont les mouvements éventuels ont lieu dans le plan Oxy. Le centre d'inertie G de la barre est le milieu de AB.
Les contacts sont modélisés par les lois de Coulomb du frottement solide, avec un coefficient de frottement *f* en A, entre la barre et le sol et un coefficient de frottement *g* en B, entre la barre et le mur.



On utilisera les notations suivantes:

$\boldsymbol{\theta}$: angle que fait l'échelle avec la verticale, compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$

$(-P\,\vec{y})$: poids de l'échelle.
$(a\,\vec{x} + \alpha\,\vec{y})$: liaison subie par l'échelle en A.
$(\beta\,\vec{x} + b\,\vec{y})$: liaison subie par l'échelle en B.
P, α et β sont positifs.
$\vec{x}$: vecteur unitaire horizontal, orienté dans le sens des x croissants.
$\vec{y}$: vecteur unitaire vertical, orienté vers le haut.

1- L'échelle reste immobile. Établir un système d'égalités indépendantes vérifiées par P, α, β, a, b et θ.
Combien trouve-t-on d'égalités ?
Pour θ fixé, combien le problème comporte-t-il d'inconnues ?
a-t-il en général une solution unique ? Expliquer concrètement ce qui se passe.

2- On suppose en plus, que l'échelle bien que restant immobile, est à la limite de glisser et de tomber par terre.
a) Quelles relations a-t-on alors entre α, β, a et b ? Combien a-t-on d'égalités maintenant ?
b) En déduire que θ ne peut pas être fixé arbitrairement. Expliquer la conséquence concrète de cette situation. Exprimer tan θ en fonction de *f* et de *g*.
c) Pour f= 0.5 et g = 0.3 calculer l'angle θ en degrés et décrire qualitativement ce qui se passe si on lâche l'échelle sans vitesse initiale alors qu'elle fait un angle de 30° avec la verticale, puis lorsqu'elle fait initialement un angle de 70° avec la verticale.
d) Reprendre la question précédente pour *f*= 0,5 et *g* = 3.

II ETUDE D'UN SYSTÈME MATÉRIEL

- DESCRIPTION DU SYSTÈME MATÉRIEL:

Le système matériel {S} est constitué de:

- deux barres homogènes identiques AB et AC, de dimensions transversales très petites par rapport à leur longueur, liées en une extrémité commune A au moyen d'une articulation parfaite. La déformation du système est évaluée par l'angle $\theta = (\vec{CA}, \vec{AB})$ (voir figure 1);

- d'un ressort spiral R de masse négligeable et de constante de torsion C, contenu dans le plan défini par les barres.

On désignera par: 2ℓ la longueur d'une barre,
m la masse d'une barre.

REPÈRE GALILÉEN, PARAMÉTRAGE DE {S}:

Le repère galiléen Oxyz de base orthonormée $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ est appelé R_O; le plan Oxy est un plan matériel. On étudie les mouvements de {S} placé sur le plan horizontal Oxy dans lequel il peut se déplacer librement (AB et AC sont toujours dans le plan Oxy).

Les mouvements des barres sont uniquement des mouvements de glissement. On négligera tout frottement entre le plan matériel Oxy et le système {S}.

Le système est paramétré au moyen de l'angle θ, des deux coordonnées ξ et η du centre d'inertie G dans R_O et de l'angle $\alpha = (O\vec{x}, G\vec{u})$, la droite $G\vec{u}$ contenant le milieu I de AB (figure 1).

Classiquement, on désignera par $\dot{\theta}, \dot{\alpha}, \dot{\xi}$ et $\dot{\eta}$ les dérivées premières par rapport au temps de θ, α, ξ, et η.

<u>**QUESTIONS:**</u>

1. Le repère GXYZ (désigné par R_G) en translation par rapport au repère Oxyz est-il lui aussi galiléen ?

2. a) Déterminer la position de G par rapport au triangle ABC.
b) Exprimer la vitesse du point I dans R_G en fonction des données.

3. Calculer:
a) Le moment cinétique $\vec{L}$ du système matériel dans le repère R_G.
b) L'énergie cinétique E_c du système matériel par rapport à R_O.

4. On suppose que le ressort R exerce entre les barres un couple de rappel de moment $-C\,\theta\,\vec{e}_z$. Montrer que les équations du mouvement de {S} peuvent être obtenues à l'aide de deux intégrales premières que l'on explicitera sans les résoudre. On désignera par $\vec{L}_0$ le moment cinétique de {S} dans R_G à l'instant t = 0.

5. Ecrire l'équation différentielle liant θ et $\dot{\theta}$ (on ne demande pas la résolution de cette équation).

6. On suppose que le système {S} évolue au voisinage de la valeur θ = 0, les autres variables étant quelconques.

a) Donner l'équation différentielle liant $\ddot{\theta}$ et θ ($\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$). Caractériser la position θ = 0.
Quelle est la fréquence des petits mouvements ?

b) Quelle est la fréquence des petits mouvements pour lesquels le système reste au voisinage d'une même position d'équilibre vis à vis des variables θ et α ?

7. L'énergie cinétique E_c obtenue ci-dessus à la question 3) contient, entre autres, un terme en $\dot{\alpha}^2$ et un terme en $\dot{\theta}^2$

Interpréter cinématiquement chacun de ces 2 termes $E_C(\dot{\theta})$ et $E_C(\dot{\alpha})$.

8. Le problème précédent est identique à celui des oscillations de courbure d'une molécule triatomique symétrique. Les trois atomes C, A, B de masses respectives μ, M, μ sont alignés à l'équilibre.

- Dans les oscillations considérées, le système reste plan et les distances AC et AB sont constantes et égales à a. On admettra que l'énergie potentielle du système en mouvement est de la forme $\frac{1}{2}C\dot{\theta}^2$ où $\theta = (\vec{CA}, \vec{AB})$.

- Le mouvement plan de la molécule est défini par les paramètres ξ, η de G et θ déjà définis.

Soit J le barycentre des points A et B affectés des masses $\frac{M}{2}$ et μ (figure 2).

Déterminer JA et JB en fonction de a, μ, M. En déduire la position du centre d'inertie G de la molécule. On désignera par α l'angle $(\vec{GX}, \vec{GJ})$.

9. Montrer que l'énergie cinétique par rapport à R_o du système constitué des 3 atomes peut se mettre sous la forme:

$$E_C = \frac{2\mu + M}{2}(\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) + E_C(\dot{\theta}) + E_C(\dot{\alpha})$$

où $E_C(\dot{\theta})$ et $E_C(\dot{\alpha})$ ont la même signification qu'en 7).

l0. Calculer $E_C(\dot{\theta})$ pour le système de 3 particules dans les petits mouvements autour d'une même position d'équilibre vis à vis des variables θ et α.

Déterminer la période de ces petits mouvements.

Figure 1: Questions 1 à 7

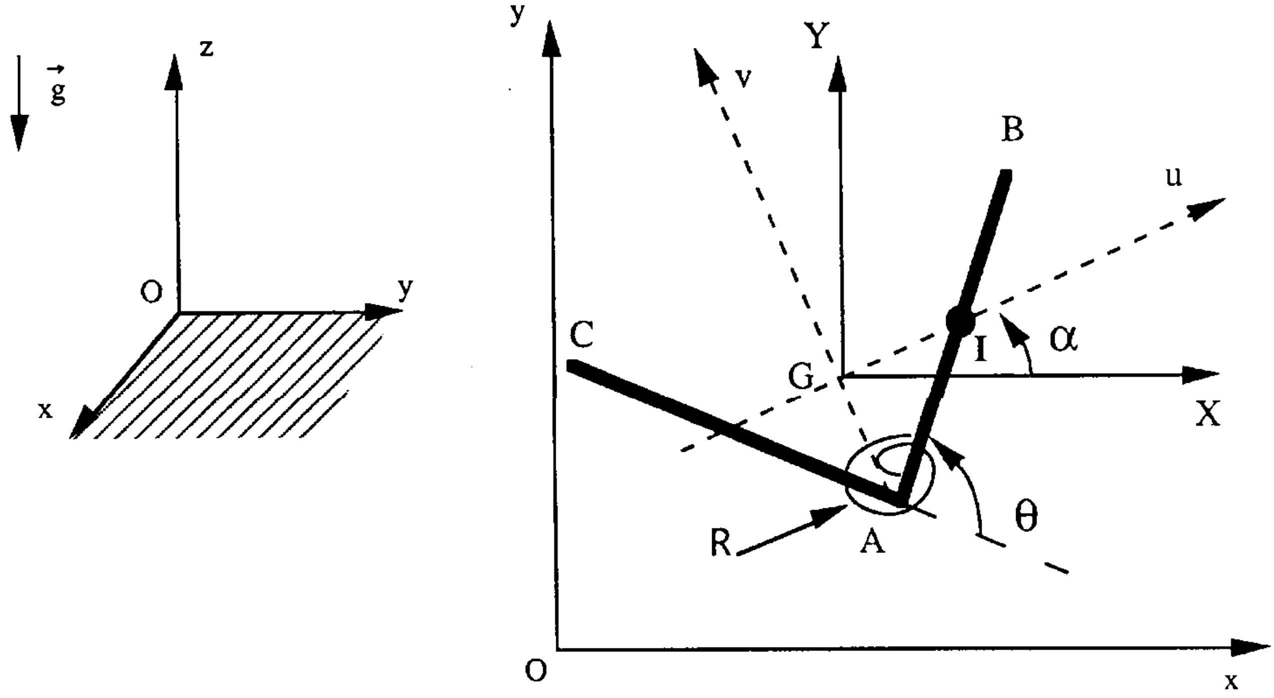


Figure 1 : Questions 1 à 7

Figure 2 : Questions 8 à 10

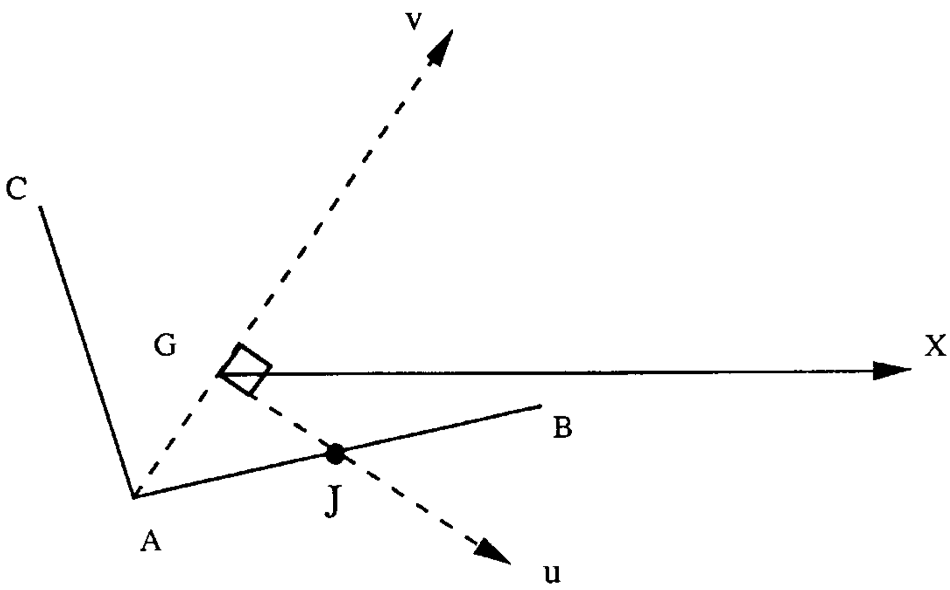


Figure 2 : Questions 8 à 10

Second Problème : THERMODYNAMIQUE

Le cycle représenté, dans un diagramme de Clapeyron, par la figure 1 constitue un modèle de fonctionnement d'une machine de réfrigération dans laquelle une masse *m* de fluide frigorigène subit les transformations suivantes :

- $A \rightarrow B$: compression adiabatique dans le compresseur .
- $B \rightarrow D$: refroidissement et liquéfaction isobares de la vapeur dans le condenseur.
- $D \rightarrow E$: détente adiabatique et isenthalpique dans le détendeur.
- $E \rightarrow A$: vaporisation isobare dans l'évaporateur.

Les sources froide Σ_F (intérieur de l'enceinte à réfrigérer) et chaude Σ_C (milieu ambiant) sont assimilées à des thermostats de températures, respectives, T_F et T_C constantes.

Les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du fluide sont négligeables.

Données :
$m = 1$ kg
$T_F = 278$ K ; $T_C = 293$ K
Enthalpies massiques du fluide frigorigène dans les états représentés par les points *A*, *B* et *D* :
$h_A = 390{,}2$ kJ.kg^{-1} ; $h_B = 448{,}6$ kJ.kg^{-1} ; $h_D = 286{,}4$ kJ,kg^{-1}

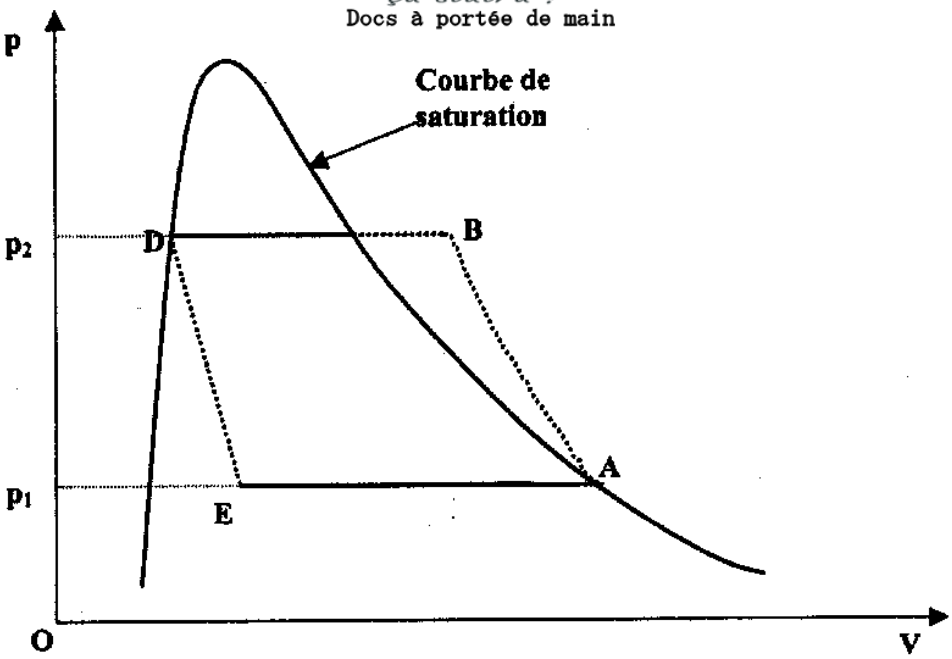


Figure 1

A- Performances de l'installation

A-l Un système fermé subit une transformation isobare qui le fait évoluer de l'état initial i à l'état final f. Au cours de cette transformation le système reçoit les quantités d'énergie $Q_{i\rightarrow f}$ par transfert thermique et $W_{i\rightarrow f}$ par transfert mécanique (travail).

A-1-l Appliquer le premier principe de la thermodynamique à cette transformation.

A-1-2 Etablir la relation entre la variation d'enthalpie $\Delta H_{i\rightarrow f}$ du système et $Q_{i\rightarrow f}$.

A-2 On désigne par Q_F et Q_C les quantités d'énergie reçues par le fluide, par transfert thermique, respectivement, au contact de la source froide et au contact de la source chaude, au cours du cycle défini ci-dessus.

A-2-1 Exprimer Q_F et Q_C en fonction des données.

A-2-2 Calculer Q_F et Q_C.

A-3 On désigne par W l'énergie reçue par le fluide, par transfert mécanique (travail), au cours d'un cycle.

A-3-1 Exprimer W en fonction des données.

A-3-2 Calculer W.

A-4 On désigne par S_F et S_C les valeurs algébriques des entropies échangées par le fluide, respectivement, avec la source froide et la source chaude au cours du cycle.

A-4-1 Exprimer S_F et S_C en fonction des données.

A-4-2 Calculer S_F et S_C.

A-4-3 Calculer l' entropie S_p créée au cours du cycle. Conclusion.

A-5 Calculer l'efficacité μ de cette installation.

B - Etude de la compression de la vapeur

La vapeur issue de l'évaporateur est comprimée de la pression p_1 = 2,008 bar (état *A)* à la pression p_2 = 16,8l0 bar (état *B).*

Dans cette partie du problème on admettra que l'on peut assimiler la vapeur à un gaz parfait dont le rapport γ des capacités thermiques conserve une valeur constante égale à 1,14 dans le domaine étudié.

B-1 On envisage le cas où cette compression pourrait être supposée adiabatique et réversible.

B-1-1 Etablir la relation que vérifieraient les variables température T et pression p.

B-1-2 Sachant que T_A =263 K, calculer la température T' que l'on atteindrait en fin de compression.

B-2 En réalité la compression $A \rightarrow B$ subie par la vapeur peut être supposée adiabatique mais n'est pas réversible car on ne peut pas négliger les frottements fluides qui se produisent à l'intérieur du compresseur ; de ce fait la température en fin de compression est supérieure à celle calculée précédemment.

La transformation polytropique $A \rightarrow B$ est la transformation réversible qui permettrait au fluide d'évoluer de l'état A à l'état B en recevant, par transfert thermique, une quantité d'énergie Q_f équivalente à celle générée par les frottements internes au cours de la transformation irréversible $A \rightarrow B$.

Pour établir la loi d'évolution polytropique, on considère une transformation élémentaire réversible caractérisée par les variations d'énergie interne dU, d'entropie dS et de volume dV. La quantité d'énergie δQ_f reçue par le fluide, par transfert thermique, au cours de cette transformation, s'écrit $\delta Q_f = adU$. Dans cette expression a désigne un facteur qui sera supposé constant dans tout le domaine étudié.

B-2-1 Exprimer dU en fonction de dS et dV.

B-2-2 Montrer qu'au cours de l'évolution polytropique $A \rightarrow B$ les variables pression p et volume V vérifient la relation pV^k = constante dans laquelle k désigne une constante appelée facteur polytropique.

B-2-3 Exprimer k en fonction de a et de y.

C – Détermination des conditions de fonctionnement permettant d'obtenir l'efficacité maximale.

C-l Préciser la nature du cycle réversible que devrait décrire le fluide afin de parvenir à l'efficacité maximale μ_{max} de la machine de réfrigération. On indiquera avec précision la nature et le rôle des différentes transformations subies par le fluide au cours de ce cycle.

C-2 Sachant qu'au cours de ce cycle la variation d'entropie massique ΔS_C du fluide au cours de la transformation qu'il subit au contact de la source chaude est de – 0,416 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, calculer les quantités d'énergie Q'_F, et Q'_C reçues, par transfert thermique, par 1 kg de fluide frigorigène, au cours d'un cycle, respectivement, au contact de la source froide et au contact de la source chaude.

C-3 Exprimer l'efficacité μ_{max} en fonction des températures T_F et T_C et calculer μ_{max}.

Fin de l'énoncé