

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR / SESSION 2019

FILIERE TERTIAIRE :

ÉPREUVE : MATHEMATIQUES FINANCIERES ET RECHERCHE OPERATIONNELLE

Durée de l'épreuve : 3 Heures

Coefficient de l'épreuve : 2

Cette épreuve comporte 04 pages numérotées 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4.
L'usage des tables financières et statistiques est autorisé.

EXERCICE 1 PROGRAMMATION LINEAIRE

Une coopérative agricole a besoin de trois types d'herbicides pour ses adhérents. Les besoins sont estimés à 900 litres d'herbicide pour les cultures de rentes, 1500 litres d'herbicide pour les cultures maraîchères et 1200 litres d'herbicide pour les cultures vivrières.

Les herbicides disponibles sur le marché ne correspondent pas aux spécifications recherchées par la coopérative. Elle décide d'effectuer elle-même les mélanges à partir de trois produits chimiques A, B, C.

- Pour 20 litres d'herbicide pour les cultures de rentes, il faut 5 litres de A, 10 litres de B et 5 litres de C
- Pour 10 litres d'herbicide pour les cultures maraîchères, il faut 2 litres de A, 4 litres de B et 4 litres de C
- Pour 48 litres d'herbicide pour les cultures vivrières, il faut 19 litres de A, 14 litres de B et 15 litres de C.

Les trois fournisseurs de ces produits, pour des raisons technico-commerciales, proposent des lots indispensables dont les contenus sont :

- Lot du fournisseur YAO : 1 litre de A, 3 litres de B et 2 litres de C, au prix de 4 200 F.
- Lot du fournisseur ZADI : 3 litres de A, 2 litres de B et 1 litre de C, au prix de 4 700 F.
- Lot du fournisseur TOURE : 1 litre de A, 1 litre de B et 4 litres de C, au prix de 4 000 F.

La coopérative veut déterminer le nombre de lots à acheter chez chaque fournisseur afin de minimiser ses dépenses.

TRAVAIL A FAIRE :

- 1°) Quelle est la quantité de produit A nécessaire pour fabriquer chaque type d'herbicide ?
- 2°) En déduire la quantité de produit A nécessaire pour les trois herbicides. On suppose pour la suite que les besoins des produits A, B et C sont respectivement de 1000 litres, 1400 litres et 1200 litres
- 3°) Déterminer la forme canonique du programme linéaire relatif au problème posé.
- 4°) Donner la forme duale du programme linéaire et la forme standard du dual.
- 5°) Déterminer la première itération de la résolution par le simplexe.
- 6°) A une étape de la résolution du programme dual, on obtient le tableau suivant :

Hors base Base	.	.	.	f_1	f_2	f_3	Constantes
Y_2	0	1	0	-67/168	-1/2	-5/24	700
Y_1	1	0	0	-7/24	5/2	-1/24	900
Y_3	0	0	1	-1/24	-1/12	7/24	600
W	0	0	0	-300	-200	-100	-2 600 000

Avec : Y_1, Y_2, Y_3 les variables actives et f_1, f_2, f_3 les variables d'écart du dual. W, la fonction économique du dual.

TRAVAIL A FAIRE :

- 6-1) La solution optimale est-elle atteinte ? Justifier la réponse.
- 6-2) Donner la solution optimale du programme primal.

EXERCICE 2 : GESTION DES STOCKS

La société de fabrication de chocolat (SFC) importe du Ghana du cacao brut appelé cacao « Mercedes » qu'elle stocke puis transforme pour produire du chocolat pur, du chocolat au lait, du chocolat aux noisettes et du beurre de cacao.

Le kilogramme de fèves de cacao coûte 250 unités monétaires (UM).
Chaque année la SFC produit 700 000 kg de chocolat au lait sur le marché local. Passer une commande coûte 250 000 F et le taux de possession du stock s'élève à 10% l'an, on prendra une année de 360 jours.

$C = 250 \text{ UM}$
 $t = 360 \text{ jours}$

TRAVAIL A FAIRE :

- 1- Sachant qu'un kilogramme de fèves de cacao permet d'obtenir 35% de chocolat au lait, calculer le besoin annuel de fèves de cacao de la SFC.
- 2- Si on suppose que nous sommes dans un modèle de Wilson sans pénurie, calculer :
 - 2-1. La quantité optimale de fèves de cacao à commander à chaque réapprovisionnement ;
 - 2-2. Le nombre optimal de commandes dans l'année ;
 - 2-3. La durée optimale qui sépare deux réapprovisionnements successifs ;
 - 2-4. Le coût minimum de gestion des stocks.
- 3- On suppose que la SFC décide de constituer un stock de sécurité de fèves de cacao de 50 000 kg.
 - 3-1. Donner l'expression du coût global dans cette situation ;
 - 3-2. Quelle est l'incidence de cette décision sur le coût minimal ?
 - 3-3. Le délai de livraison est de 18 jours, déterminer le stock d'alerte. $SA = S_m + SS$
 - 3-4. Déterminer la durée maximale que la SFC peut supporter s'il y a un retard de livraison.

EXERCICE 3 : MATHEMATIQUES FINANCIERES

Partie I

Un opérateur économique épargne dans une banque chaque mois 100 000 f au taux annuel de 7,5% pour l'achat d'un car de transport.

Le premier versement a eu lieu le 31 /01/2011 et le dernier versement a eu lieu le 31/12/2017.

TRAVAIL A FAIRE :

- 1- Déterminer le taux mensuel équivalent t_m du taux annuel de 7.5%;
- 2- Déterminer le nombre de versements n .
- 3- Calculer le capital disponible au 31/01/2018.
- 4- Tenant à réaliser son objectif pour l'achat d'un car d'une valeur de 50.000.000 f, il emprunte de l'argent à sa banque pour compléter les fonds obtenus le 31/01/2018.
 - 4-1- Calculer le montant de la dette contractée ;
 - 4-2- Déterminer le taux d'intérêt si cet opérateur économique veut rembourser la somme empruntée par 16 annuités de 4 991 760 f chacune.

Partie II

On suppose que la dette de l'opérateur économique est évaluée à 39.000.000f.
La banque lui propose pour le remboursement les modalités suivantes :

- Date de mise en place du fonds : 01/02/2018.
- Remboursement par 12 annuités constantes au taux de 15% dont le premier interviendra le 01/02/2019.

TRAVAIL A FAIRE :

- 1- Déterminer le montant de l'annuité constante ;
- 2- Calculer la dette restante après le paiement de la 8^e annuité ;
- 3- Calculer le montant du dernier amortissement et celui du premier amortissement ;
- 4- Présenter les lignes 1 et 12 du tableau d'amortissement.

$$a = \frac{v_0 i}{1 - (1+i)^{-n}}$$