EAMAC	**Concours EAMAC 2022**	**Cycle : TECHNICIEN**

Epreuve de : Physique

Durée : 03 heures

Exercice 1 : (5 points)

Dans le spectrographe de masse schématisé ci-dessous, des ions uranium U^+ des isotopes uranium 235 et 238 sortent en O d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable.

Ils sont ensuite accélérés ente deux plaques P et P' entre lesquelles on maintient une tension $U_0 = (V_P - V_{P'})$.

1.
   a) Représenter sur un schéma le champ accélérateur $\vec{E}$. **(0,5 pt)**
   b) Quel est le signe de la tension U_0 ? **(0,5 pt)**

2. Calculer les vitesses V_1 et V_2 acquises par les ions uranium 235 et uranium 238 au point A. **(1pt)**

3-Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, orthogonal au vecteur- vitesse $\overrightarrow{VA}$ des particules, à la sortie du champ électrique $\vec{E}$.

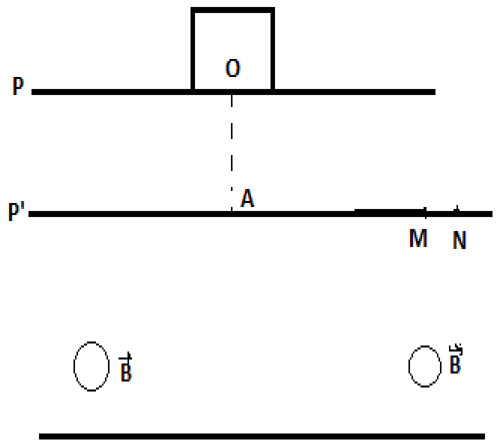
a) Préciser le sens de $\vec{B}$ pour que les ions puissent parvenir en M et N. **(0,5 pt)**

b) Déterminer la nature du mouvement des particules dans le champ magnétique. **(1,5pt)**

c) Calculer la distance MN séparant les impacts en M et en N des deux types d'ions. **(1pt)**

Données : $|U0|= 8.10^3$ V ; B= 0,2 T ; e= 1,6. 10^{-19} C; m_1 (ion uranium 235) = 3, 9. 10^{-25} kg;

m_2 (ion uranium 238) =2, 95. 10^{-25}kg.



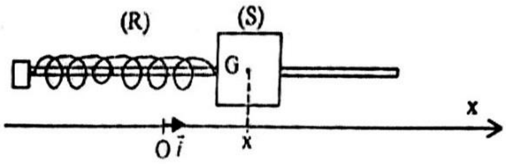
Exercice 2 : (5 points)

L'extrémité A d'une corde élastique est reliée à un vibreur qui lui communique un mouvement vibratoire sinusoïdal de fréquence N = 50 Hz. L'autre extrémité B de la corde est immobilisée et la corde est tendue de façon que la célérité des ondes soit C= 15m/S.

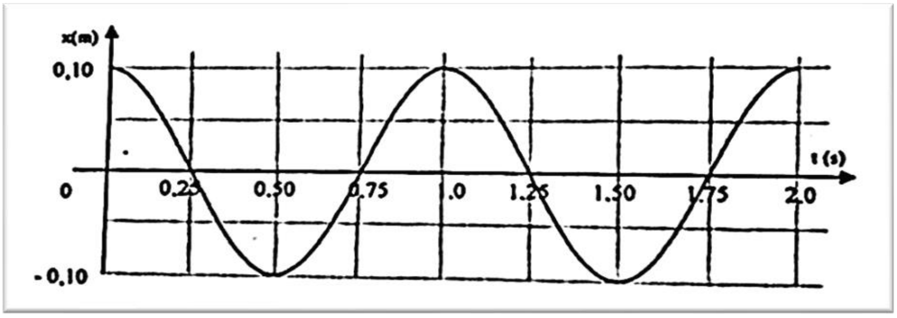
1. Définir la longueur d'onde d'un mouvement vibratoire et calculer sa valeur. (1,5pt)
2. Sur une longueur de 120cm de la corde, on observe que celle-ci vibre en présentant des fuseaux.
   a) Comment appelle-t-on le phénomène observé ? (1pt)
   b) Calculer le nombre de fuseaux observé. (1pt)
3. La longueur de la partie vibrante de la corde est L :
   a) Etablir la relation entre le nombre n de fuseaux ; la fréquence N ; la célérité C et la longueur L de la corde. (1pt)
   b) Calculer n pour L= 90cm. (0,5pt)

Exercice 3 : (5 points)

Un solide (S) de masse m, de centre d'inertie G, peut glisser sans frottement sur une tige horizontale. Il est accroché à un ressort (R) à spires non jointives, de raideur $k = 4{,}0\ N\cdot m^{-1}$. Lorsque le solide (S) est à l'équilibre, son centre d'inertie G se situe à la verticale du point O, origine de l'axe des abscisses. Le solide est écarté de 10 cm de sa position d'équilibre et abandonné sans vitesse initiale à la date t = 0 s.



On procède à l'enregistrement des positions successives de G au cours du temps par un dispositif approprié. On obtient la courbe ci-dessous :



1. Reproduire le schéma du dispositif expérimental et faire le bilan des forces s'exerçant sur le solide (S). (0,75pt)
2. Etablir l'équation différentielle régissant le mouvement de son centre d'inertie G. (1pt)
3. Une solution de l'équation différentielle peut s'écrire sous la forme :

   $x = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$, ($X_m$ est l'amplitude et φ la phase initiale)

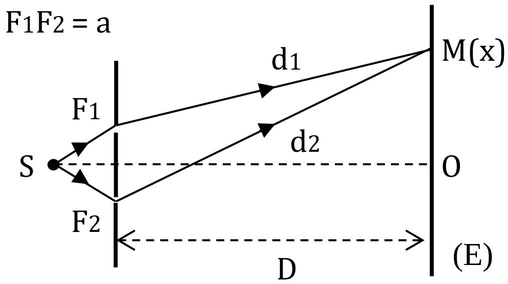
   a) Retrouver l'expression de la période T_0 en fonction de m et de k. (1pt)

   b) Déterminer X_m, T_0 et φ. (1,5pt)

   c) Calculer la valeur de la masse m du solide (S). (0,75pt)

Exercice 4 : (5 points)

On réalise des interférences lumineuses à l'aide des fentes de YOUNG. Les fentes F_1 et F_2 sont distantes de a et les interférences sont observées sur un écran situé à la distance D = 1 m de ces fentes (voir figure).



1. Donner les conditions d'obtention du phénomène d'interférences. (0,5pt)
2. Le point O de l'écran, origine de l'axe parallèle à $\boldsymbol{F_1F_2}$, est sur la droite bissectrice de $\boldsymbol{F_1F_2}$. M est un point de l'écran (E) d'abscisse x.
   a) Etablir l'expression de la différence de marche δ entre deux rayons lumineux issus de F_1 et F_2 arrivant en un point $M(x)$ en fonction de ***a***, ***D*** et x. (1pt)
   b) Etablir l'expression donnant les abscisses des points de l'écran situés sur une frange obscure et celles des points situés sur une frange brillante. (1 pt)
   c) En déduire l'expression de l'interfrange i. (0,5pt)
3. La longueur correspondant à 6 interfranges est ℓ = 17,4 mm. Sachant que la longueur d'onde est de 0,58 µm, calculer :
   a) La valeur de l'interfrange i (0,5 pt)
   b) La distance a entre F_1 et F_2. (0,5 pt)
4. Quelle est l'état lumineux d'un point N situé à 5.10^{-4} m de O. (1 pt)

EAMAC	**Concours EAMAC 2022**	**Cycle : TECHNICIEN**

Epreuve de : Mathématiques

Durée : 03 heures

Exercice 1 (5 points)

Soit la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + 3 \end{cases}$

1) Montrer que (U_n) est croissante et majorée par 6. Que peut-on en déduire ? **(1pt)**
2) Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n + a$.

   Déterminer la valeur de a pour que (V_n) soit une suite géométrique. **(1pt)**
3) On pose a = - 6
   a. Exprimer les termes V_n et U_n en fonction de n. **(1pt)**
   b. Etudier la convergence de (U_n). **(1pt)**
   c. Calculer $S_n = V_0 + \ldots + V_{n-1}$ et $S'_n = U_0 + \ldots + U_{n-1}$. **(1pt)**

Exercice 2 (5 points)

Soit $h_a(x) = (-x^2 + ax + a)e^{-x}$ avec a un paramètre réel.

On note C_a la courbe de la fonction h_a.

1) Montrer que toutes les courbes C_a passent par un même point fixe I que l'on précisera. **(1pt)**
2) a. Etudier suivant les valeurs de a les variations de h_a. **(1pt)**
   b. Tracer la courbe C_{-4} . **(1pt)**
3) Soit M_a le point d'abscisse a+2.
   a. Calculer son ordonnée. **(0,5pt)**
   b. Montrer que lorsque a varie, le point M_a décrit une courbe (Γ) que l'on précisera. **(1pt)**
   c. Vérifier que (Γ) passe par le point fixe I. **(0,5pt)**

Exercice 3 (5 points)

1) On considère un polygone régulier de n cotés (n $>$ 3) et on appelle diagonale du polygone tout segment dont les deux extrémités sont deux sommets non consécutifs du polygone. Donc tout segment constitué de deux sommets du polygone est soit un côté soit une diagonale.
   a) Combien de segments peut-on former à partir de ce polygone ? (**1pt)**
   b) En déduire le nombre d de diagonales qu'on peut tracer. (**1pt)**
2) On joint au hasard deux sommets du polygone.
   a) Quelle est la probabilité p_1 d'obtenir une diagonale du polygone? **(1pt)**
   b) Quelle est la probabilité p_2 d'obtenir un coté du polygone ? **(1pt)**
3) Application :

   Quelle est la probabilité d'obtenir une diagonale lorsqu'on joint au hasard 2 sommets :

   a) d'un pentagone ? b) d'un hexagone? c) d'un octogone ? (**1pt)**

Exercice 4 (5 points)

Pour z ≠ -i on pose Z = $\frac{z+2i}{1-iz}$ avec $z = x + iy$ où x et y sont des réels.

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

1) Z est réel (**1,5pt**)
2) Un argument de Z est - $\frac{\pi}{2}$. (**0,5pt**)
3) Le point N d'affixe Z est sur le cercle de centre A d'affixe i et de rayon $\frac{1}{2}$.

   (**1,5pt**)
4) Existe – t– il des points M d'affixe z telle que Z = $\bar{z}$? où $\bar{z}$ désigne le conjugué de z (**1,5pt**)

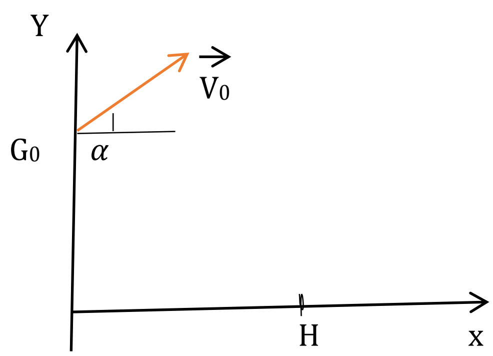
Concours EAMAC 2021	Cycle : TECHNICIEN	EPREUVE DE : PHYSIQUE

Durée : 03 heures

Exercice 1 (5pts)

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie d'un plongeur au cours d'un saut.

Après s'être lancé, le plongeur quitte le tremplin à l'instant t=0s avec un vecteur-vitesse $\overrightarrow{V_0}$ incliné de 40° par rapport à l'horizontale. Son centre d'inertie G est alors au point G_0 de coordonnées $x_0=0$; et $y_0=6m$.



1-Etablir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie du plongeur dans le repère (x o y) (2pts)

2-Déterminer la nature de la trajectoire du plongeur (1pt)

3-Le sommet de cette trajectoire est atteint au point F d'abscisse $X_F=1m$.

Déterminer la valeur de la vitesse initiale V_0 du plongeur. (1pt)

4-Le plongeur pénètre dans l'eau en H. Quelle est sa vitesse en H ? (1pt)

On prendra g= $10m/S^2$

Exercice 2: (5pts)

Un mobile décrit une trajectoire rectiligne.

- à t=0s sa vitesse est nulle ;
- de t=0s à t=2s il subit une accélération de $3m/s^2$;
- de t=2s à t= 5s, l'accélération est nulle ;
- de t=5s à t=8s son mouvement est décéléré avec une accélération de $-2m/s^2$.

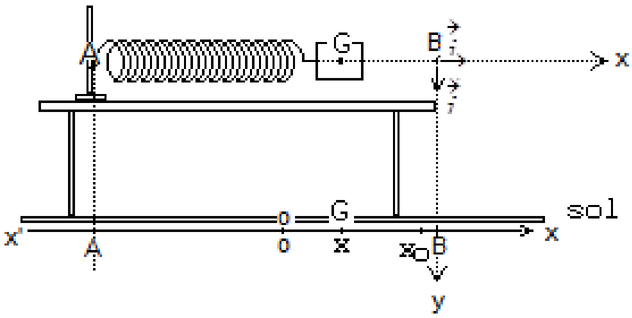
1-Tracer le diagramme de vitesse V(t) du mobile pendant son mouvement.

2-En prenant comme origine des dates l'instant t_0=0s et comme origine des espaces la position du mobile à t=0s, écrire les équations du mouvement pendant les trois phases.

3-Calculer la distance parcourue par le mobile jusqu'à l'arrêt à t=8s.

Exercice 3 : (05 points).

Un solide (S) de masse **m = 0,2 kg** est lié à l'extrémité d'un ressort dont les spires restent non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur **k**. l'autre extrémité du ressort est fixée en A à un support qui restera immobile pendant toute la durée de l'expérience. Le solide glisse sans frottement sur une table horizontale. Son mouvement est rectiligne. (Schéma ci-dessous).



1°) Soit **x** l'abscisse à l'instant **t** du centre d'inertie **G** du solide, repérée sur l'axe horizontal Ax orienté positivement vers la droite et ayant pour origine la position **O** de **G** lorsque le solide est en équilibre. On étire le ressort. A un instant que l'on prendra comme origine du temps, on lâche le solide d'une position repérée par **x_0 = 8 cm**, sans vitesse initiale.

a- : Etablir l'équation différentielle du mouvement de G .
b- : Sachant que la période du mouvement de G est T0 = 0,45 s, calculer la constante de raideur k du ressort.
c- : Ecrire l'équation horaire du mouvement de G en fonction des valeurs numériques de x_0 , m et k .

2°) L'attache entre le solide et le ressort se décroche lorsque le solide, au cours de son mouvement, a une vitesse $\vec{V_1}$ horizontal et dirigé de **A** vers **B**.

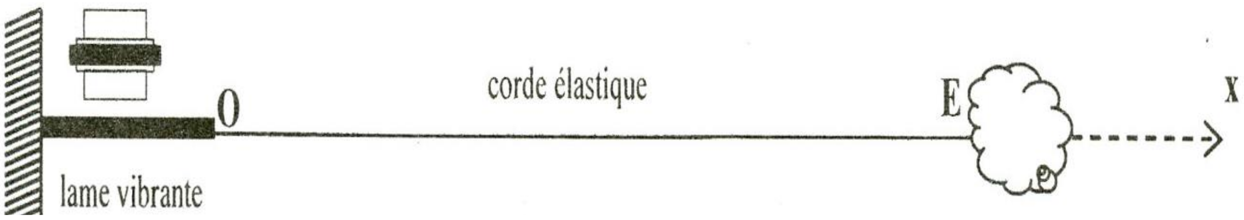
a- : Le solide quitte la table quand son centre d'inertie G est en B. Quelle est sa vitesse en B ?
b- : Etablir l'équation de la trajectoire du solide une fois qu'il a quitté la table dans le nouveau système d'axes $(B;\vec{i},\vec{j})$ donné.
c- : Sachant que le solide atteint le sol au point C (x_C = 0,49 m ; y_C = 1 m), calculer la vitesse v_1.

Donnée : g = 10 m.s^{-2}.

Exercice 4 : (5 points)

On tend horizontalement une corde élastique souple de longueur L = OE = 1m et de masse négligeable ; son extrémité O est attachée à une lame vibrante., tandis que l'autre extrémité E est reliée à un support fixe à travers une pelote de coton (figure 1). La lame vibrante impose au point O un mouvement rectiligne sinusoïdal vertical d'amplitude a = 4 mm et de fréquence N ; l'équation horaire du mouvement du point O est : $y_0(t) = a.\sin(2\pi Nt + \varphi_o)$ pour $t \geq 0;\ \varphi_o$ étant la phase initiale du mouvement. La corde est alors le siège d'une onde progressive de célérité C. On suppose qu'il n'y a pas d'amortissement des ondes.

Figure 1



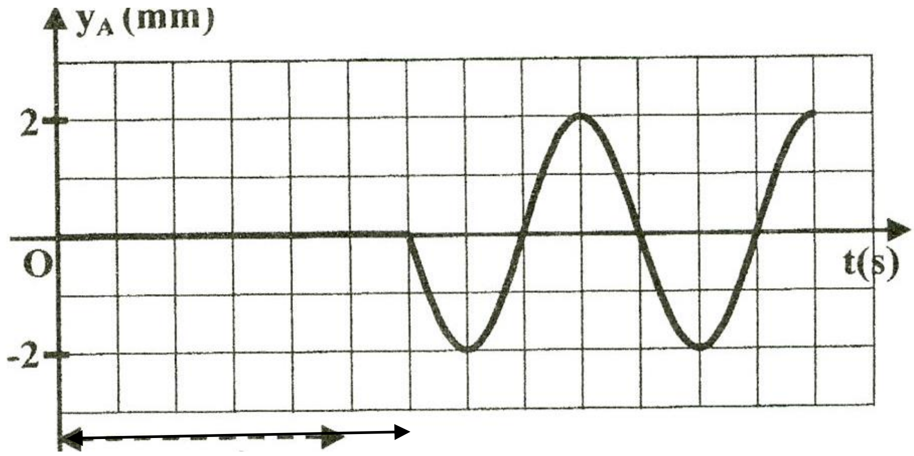
1. a) Décrire et interpréter l'aspect de la corde lorsqu'elle est observée en lumière ordinaire. (0,5 pt)
   b) Indiquer le rôle de la pelote de coton. (0,25 pt)
   c) Préciser, en le justifiant, si l'onde qui se propage le long de la corde est longitudinale ou transversale. (0,5 pt)

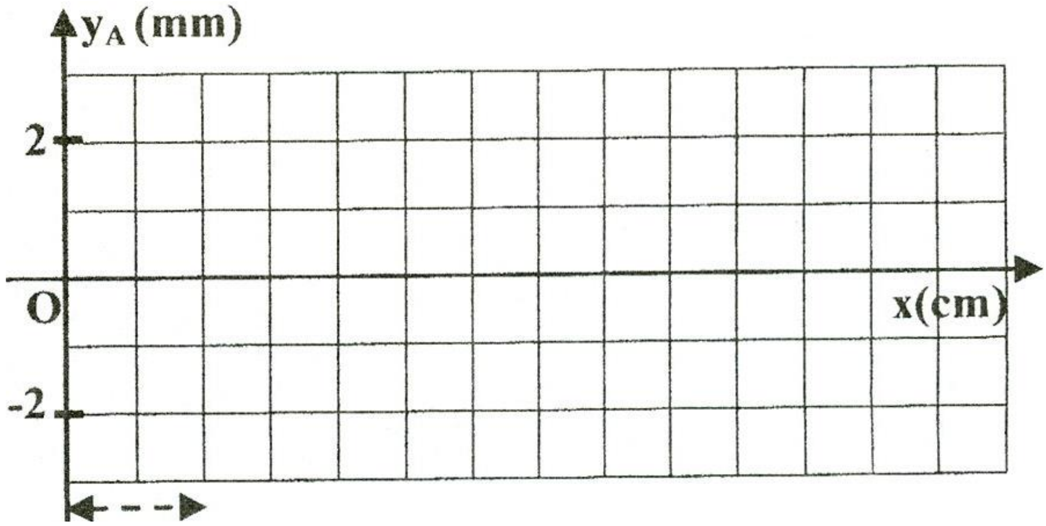
2. La courbe de la figure 2 représente le diagramme de mouvement d'un point A de la corde, situé au repos à une distance $x_A = OA = 30\ cm$ de la source O.
   a) En exploitant la courbe de la figure 2, déterminer la fréquence N de la lame vibrante et l'instant t_A du commencement du mouvement du point A. (1 pt)
   b) Calculer la célérité C de l'onde et sa longueur d'onde λ . (1 pt)
   c) Déterminer la phase initiale φ_A de $y_A(t)$ ainsi que φ_o de $y_0(t)$. (0,5 pt)

3. a) Montrer qu'à l'instant t1 = 0,1s, l'onde n'a pas atteint l'extrémité E de la corde. (0,25 pt)
   b) Représenter sur la figure 3, l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 0{,}1s$. (0,5 pt)
   c) Déduire à l'instant t_1 les positions des points de la corde ayant une élongation nulle et se déplaçant dans le sens des élongations positives.

Figure 3

Echelle : 1 carreau : 10^{-2} s





1 carreau pour 5cm

Concours EAMAC 2021	Cycle : TECHNICIEN	EPREUVE DE : MATHEMATIQUES

Durée : 03 heures

Exercice 1 (5 pts)

On appelle f la fonction définie sur $]0;\ +\infty[$ par $f(x) = 1 + (x-2)lnx$.

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité graphique $2\ cm$.

1. f' désigne la fonction dérivée première de f .
   a) Etudier le sens de variation de f' .
   b) Déterminer les limites de f' en 0 et en $+\infty$.
2. a) Montrer que sur IR_+^* l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution unique α appartenant à l'intervalle $[1{,}4; 1{,}5]$.

   b) En déduire le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
3. Etudier le sens de variation de f puis donner son tableau de variation.
4. a) Trouver les réels x_0 pour lesquels les tangentes à C au point d'abscisse x_0 passe par le point de coordonnées $(2; 0)$.

   b) Tracer C ainsi que les tangentes à C en x_0 .

Exercice 2 (5 points)

On lance simultanément deux dés bien équilibrés, un blanc et un vert, dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On considère les évènements suivants :

B : « le numéro sorti sur le dé blanc est pair »

V : « le numéro sorti sur le dé vert est pair »

S : « la somme des numéros sortis sur les deux dés est paire ».

1. Calculer la probabilité des évènements B, V et S.
2. Les évènements S et V sont-ils indépendants ?
3. Les évènements S et B sont-ils indépendants ?
4. Les évènements S et V∩B sont-ils indépendants ?

Exercice 3 (5 pts)

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :
   $4z^2 - 4z + 5 = 0.$
2. On considère dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique $5\ cm$, les points $A, B, C\ et\ D$ d'affixes respectives $a, b, c\ et\ d$ définies par
   $a = \frac{1}{2}\ ;\ b = \frac{1}{2} - i\ ;\ \ c = \frac{1}{2} + i\ \ et\ \ d = \frac{1}{2}(1 + i).$
   a) Donner le module et un argument de d.
   b) Mettre sous forme algébrique $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ et $\frac{1}{d}$.
   c) Placer dans le plan complexe les points A, B, C, D et les points B', $C'\ et\ D'$ d'affixes respectives $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ et $\frac{1}{d}$.
3. a) Quel est l'ensemble E des points M d'affixe $z = \frac{1}{2} + iy$ lorsque y décrit IR.
   b) Calculer le module des nombres complexes $\frac{1}{b} - 1$; $\frac{1}{c} - 1\ \ et\ \ \frac{1}{d} - 1$.
   c) Calculer en fonction de y, la partie réelle X et la partie imaginaire Y du nombre complexe $Z = \frac{1}{z}$ avec z défini au point 3. a).
   d) En déduire l'ensemble F des points N d'affixe Z lorsque y décrit IR.

Construire $E\ \ et\ \ F$ sur le graphique précédent.

Exercice 4 (5points)

Soit $(u_n)_{n\in N}$ la suite numérique définie par :

$u_0 = 15$ et $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$

1) Montrer que cette suite est minorée par 4.

2) Préciser le sens de variation de (u_n)

3) Montrer que cette suite converge, puis déterminer sa limite.

Concours EAMAC 2019	Cycle TECHNICIEN/ TECHNICIEN SUPERIEUR	EPREUVE DE : PHYSIQUE

Durée : 03h

S-PT1.1 : (5pts)

Un solénoïde long est constitué par deux cents (200) couches de fil à spires jointives ; le fil a un diamètre de 1mm, isolant compris. Son axe, horizontal, est perpendiculaire au méridien magnétique. Une aiguille aimantée est placée en son centre.

1-Dessiner une vue de dessus. (1pt)

2-Déterminer le nombre de spires/mètre de ce solénoïde. (1pt)

3-La longueur du fil utilisé est L= 62,8cm. Calculer le diamètre du solénoïde. Peut-on considérer ce solénoïde comme infiniment long ? (1pt)

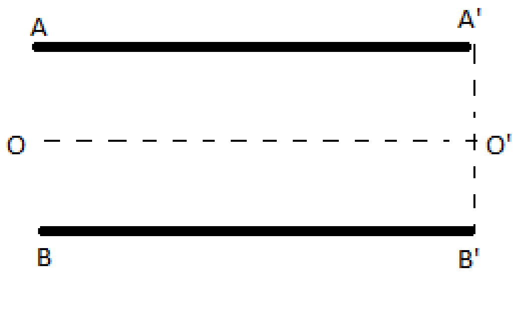
4-Lorsque le solénoïde est parcouru par un courant d'intensité I, l'axe de l'aiguille fait un angle α= 43^0 avec l'axe du solénoïde.

a-Indiquer sur le schéma le sens du courant et le sens de rotation de l'aiguille aimantée. (1pt)

b-Calculer l'intensité du courant qui traverse le solénoïde. μ_0= $4.\pi.10^{-7}$ S I; B_H=2.10^{-5} T. (1pt)

S-PT1.2 : (5pts)

1-Une goutte d'huile de masse m= $3{,}2.10^{-13}$ kg est en équilibre entre les plaques horizontales AA' et BB' d'un condensateur plan chargé. La charge de la goutte est équivalente à celle de 100 électrons. Le champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques est uniforme.



a) Faire un schéma en précisant les forces appliquées à la goutte, la plaque chargée positivement et le sens du champ $\vec{E}$ (1,5pt)

b) Calculer la valeur du champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques. (0,5pt)

2-Un ion lithium Li^+ de masse m= 10^{-26} kg, pénètre en O entre les plaques avec la vitesse $\vec{V}o$ horizontale telle que V_0= $1{,}8.10^6$ m/s.

a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de l'ion Li^+ entre les plaques. On néglige le poids de l'ion Li^+ devant la force d'origine électrostatique sur l'ion Li^+, à l'intérieur du condensateur. (2pts)

b) La longueur des plaques est ℓ=10cm et l'ion Li^+ sort du condensateur en un point S situé sur A'B', à la distance O'S = 4,94cm de O', milieu de A'B'. En déduire la nouvelle valeur du champ électrique $\vec{E}$.

Comparer ce champ électrique avec le résultat de 1.b (1pt)

S-PT1.3 : (5 pts)

On considère un référentiel géocentrique ; un satellite S de masse m gravite autour de la terre d'un mouvement uniforme sur une orbite circulaire à une altitude h et situé dans un plan sensiblement équatorial.

1) La terre est supposée sphérique de rayon R et de masse M.
a) Faire un schéma décrivant le mouvement du satellite en indiquant les forces auxquelles il est soumis. (1pt)
b) En utilisant la loi de gravitation universelle, exprimer en précisant les unités des différentes variables, la vitesse angulaire ω de S en fonction de h, g_0 et R. (1 pt)
2) Calculer ω ainsi que la période T avec les valeurs approchées suivantes : (1pt)

R = 6 400 km ; g_0 = 9,81 N.kg^{-1} ; h = 3,85.10^5 km.

3) Calculer la vitesse angulaire ω_T de rotation de la terre sur elle-même. (1pt)
4) Calculer l'accélération subie par le satellite dans son mouvement orbital. En déduire la masse du satellite si la force attractive terrestre est 2.10^{20} N. (1 pt)

S-PT1.4 (5pts)

Un vibreur est muni d'un stylet dont les pointes distantes de 3,8cm, animé d'un mouvement sinusoïdal de fréquence N= 50Hz frappant verticalement en S_1 et S_2 la surface d'une nappe d'eau initialement au repos.

S_1 et S_2 sont considérées comme deux sources synchrones, en phase, d'amplitude a=2mm. La célérité des ondes à la surface du liquide est V=60cm/s.

1. a-Expliquer le phénomène observable à la surface de l'eau (0,75pt)

   b-Déterminer l'élongation d'un point M de la surface du liquide, entre S_1 et S_2 situé à la distance d_1 de S_1 et de d_2 de S_2. (1,25pt)

   c-Déterminer l'état vibratoire des points suivants : M_1 (d_1=3cm ; d_2=6cm) ; M_2 (d_1=4cm ; d_2=10cm). (1pt)

   d-Déterminer l'intersection de la frange sur laquelle se trouve M_2 avec le segment S_1S_2 par rapport à S_1. (1pt)

2. Etablir la relation entre la longueur d'onde λ et les abscisses x des points du segment S_1S_2 pour lesquels l'amplitude de la vibration résultante est nulle. Préciser leur nombre. (1pt)

S-MT-1

Concours EAMAC 2019	Cycle TECHNICIEN/ TECHNICIEN SUPERIEUR	EPREUVE DE : MATHEMATIQUES

Durée : 03h

S-MT1.1 : (5points)

A_0 et A_1 sont les points d'abscisses respectives $x_0 = 0$ et $x_1 = 1$ d'un axe. A_2 est le milieu du segment $[A_0A_1]$ et x_2 est son abscisse ; A_3 est le milieu du segment $[A_2A_1]$ et x_3 est son abscisse ;….et le processus se poursuit indéfiniment.

1°/ Quelle est l'abscisse x_n de A_n en fonction des abscisses de A_{n-1} *et* A_{n-2} ? (**0,5pt**)

2°/ On se propose de savoir, lorsque n est de plus en plus grand, si les points A_n s'accumulent autour d'un point unique et d'un seul. Pour cela posons pour

$n \geq 1, y_n = x_n - x_{n-1}$

a) Montrer que (y_n) est une suite géométrique. (**0,5pt**)

b) Montrer que $S_n = y_1 + y_2 + \ldots\ldots\ldots + y_n = x_n$ (**0,5pt**)

c) Déterminer d'autre part S_n en utilisant le fait que (y_n) soit une suite géométrique. (**1,5pt**)

d) Déduire x_n explicitement en fonction de *n.* (**1pt**)

e) Quelle est la limite de la suite (x_n)? Quelle conclusion faites-vous ? (**1pt**)

S-MT1.2 : (5points)

1. Etude d'une équation de second degré.
   - **a)** Discuter suivant les valeurs du réel m, le nombre de solutions de l'équation : (E) $x^2 + 2x - 2m = 0$. **(0,5pt)**
   - **b)** Montrer que si $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ alors $-2 < x' < x'' < 0$ où x' et x'' sont les solutions de (E) telles que $x' < x''$ **(0,5pt)**
   - **c)** Montrer que si $m > 0$ alors $x' < -2 < 0 < x''$ **(0,5pt)**
   - **d)** Etudier le signe de $x^2 + 2x - 2m$ suivant les valeurs du réel m **(0,5pt)**
2. Etude de la fonction $f_m: x \mapsto x + m\ln\left|\frac{x+2}{x}\right|$
   - **a)** Déterminer D le domaine de définition de f_m **(0,5pt)**
   - **b)** Calculer les limites de $f_m(x)$ aux bornes de D suivant les valeurs de m. **(0,5pt)**
   - **c)** Justifier que $f'_m(x) = \frac{x^2+2x-2m}{x(x+2)}$ étudier le sens de variation de f_m dans les cas suivants : (i) $m < -\frac{1}{2}$ (ii) $m = -\frac{1}{2}$ (iii) $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ (iv) $m > 0$. **(1pt)**

d) Tracer les courbes représentatives des fonctions $f_{-\frac{1}{4}}$ et f_2. **(1pt)**

S-MT1.3 : (5points)

Pour tout entier naturel n on pose : $I_n = \int_1^e x(lnx)^n \mathrm{dx}$ et $I_0 = \int_1^e x\mathrm{dx}$

1. Calculer I_0 et I_1 **(0,5ptt)**
2. **a**) Montrer que pour tout entier n, $I_{n+1} = \frac{e^2-(n+1)I_n}{2}$ (1) **(1ptt)**

   b) En déduire I_2**(0,5ptt)**
3. **a)** Justifier que pour tout n, $I_{n+1} \leq I_n$**(1ptt)**

   b) En déduire en utilisant la relation (1) l'encadrement : $\frac{e^2}{n+3} \leq I_n \leq \frac{e^2}{n+1}$**(1ptt)**

   c) Calculer les limites de I_n et nI_n lorsque n tend vers $+ \infty$. **(1ptt)**

S-MT1.4 : (5points)

Un fermier possède dans sa ferme des chevaux, des vaches, des moutons et des chèvres. On désigne par *x, y, z, t* respectivement le nombre de chevaux, vaches, moutons et chèvres.

On suppose que les nombres *x, y, z, t* sont dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

1°/ Sachant qu'il y a 5 chevaux et que le nombre total des animaux de la ferme est 56, déterminer les nombres *x, y, z, t.* (**1,5pt**)

2°/ Un voleur s'infiltre dans la ferme et emporte 3 des animaux. Sachant que le prix de vente des animaux est 250 000F pour un cheval, 200 000F pour une vache, 75 000F pour un mouton et 37 500F pour une chèvre, déterminer :

a) La perte minimale du fermier et la probabilité de cette perte. (**1,5pt**)

b) La perte maximale du fermier et la probabilité de cette perte. (**1pt**)

c) La probabilité que le fermier perde 150 000F. (**1pt**)

S-PT4

Concours EAMAC 2018	Cycles TECHNICIEN SUPERIEUR et TECHNICIEN	PHYSIQUE

Exercice N° S-PT4-1 (5pts)

1). Un solide de masse m=500g est suspendu à l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable. L'autre extrémité est fixée à un support horizontal. Le ressort s'allonge de $\Delta\ell$= 1cm. Calculer la raideur k de ce ressort.
2). On tire le solide vers le bas d'une longueur x_0 =1cm et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant t=0.
a). Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur.
b). Quelle est la nature du mouvement du solide ?
c). Etablir l'équation horaire du mouvement du pendule vertical.
3). Calculer la vitesse maximale du solide au cours du mouvement.
4). Calculer la vitesse du solide pour une élongation x= 0,5cm.

Exercice N° S-PT4-2 (5pts)

A un vibreur, on relie une fourche présentant deux pointes dont les extrémités S_1 et S_2 plongent dans une cuve à ondes. Les deux pointes sont animées du même mouvement vibratoire entretenu. La distance des deux pointes S_1 et S_2 de la fourche est d = 7cm. Les deux pointes vibrent en phase à la fréquence N = 25Hz. La célérité des ondes se propageant à la surface du liquide est c = 0,50m/s.

1. Calculer la période temporelle et la longueur d'onde des ondes à la surface du liquide.
2. Qu'observe-t-on à la surface du liquide ?
3. Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et la position par rapport à S_2 des points d'intersection de ces franges avec le segment S_1S_2.
4. Déterminer le nombre de franges d'amplitude nulle et la position par rapport à S_2 des points d'intersection de ces franges avec le segment S_1S_2.
5. Quelle est la nature de la frange centrale ?
6. Faire une représentation approximative des franges d'amplitude maximale (en traits pleins) et des franges d'amplitude nulle (en traits pointillés).

Exercice S-PT4-3 (5pts)

On étudie le mouvement d'un satellite de la planète Saturne, de masse M.

Le mouvement du satellite, assimilé à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré galiléen, muni d'un repère ayant son origine au centre O de la planète et ses trois axes dirigés vers des étoiles fixes. On admet que Saturne a une distribution de masse sphérique et que l'orbite du satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1. Indiquer les caractéristiques de la force gravitationnelle exercée par Saturne sur le satellite.
2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
3. Exprimer la vitesse v et la période T du satellite en fonction de G, r et M. Montrer que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est constant.
4. Sachant que la période de révolution du satellite Mimas est T= 22,6 heures et que le rayon de son orbite est r = 185 500km, calculer la masse M de Saturne.
5. Un autre satellite de Saturne, Rhéa, a une période T' = 108,4 heures. En déduire le rayon de l'orbite de Rhéa.

   On donne : constante de gravitation $G = 6{,}67.10^{-11}\ m^3.\ Kg^{-1}.S^{-2}$.

Exercice N° S-PT4-4 (5pts)

Un point M d'un solide est animé d'un mouvement circulaire uniforme ; il décrit une trajectoire circulaire de rayon r=30cm à raison de 250trs/min dans le sens trigonométrique.
1) Calculer :

a) la fréquence et la période,
b) la vitesse angulaire,
c) la vitesse linéaire,
d) l'accélération du point M.

2) A l'origine des temps, le point M est en un point B tel que (OA, OB)=π/6 rad. Le point A sera pris comme origine des abscisses, O étant le centre du cercle. Ecrire les équations horaires $s(t)$ et $\alpha(t)$ du mouvement de M.

3) Sur un schéma, représenter la trajectoire et, à l'instant t=62,5ms, le vecteur-vitesse $\vec{V}$ et le vecteur-accélération $\vec{a}$ du point M.

Echelle : 1cm pour 10cm pour le cercle ; 1cm pour 2,5m/s pour la vitesse et 1cm pour 40m.s^{-2} pour l'accélération.

S-MT4

Concours EAMAC 2018	Cycles TECHNICIEN SUPERIEUR et TECHNICIEN	MATHEMATIQUES

Exercice S-MT4-1 : (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O;\ \vec{u};\ \vec{v})$.

1. Déterminer les trois nombres a, b et c sachant que :

$$\begin{cases} abc = 15 \\ 3b = (1+2i)c \\ ac = 3(2+i) \end{cases}$$

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $-1+2i$; $2-i$ et $-3i$.

On pose : $z = \dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$

a. Donner la forme algébrique et la forme trigonométrique de z

b. En déduire la nature du triangle ABC

Exercice S-MT4-2 : *(5 points)*

Soit f la fonction définie sur $[-\frac{5}{2}\ ;+\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{2x+5}$ et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1. f est-elle dérivable pour tout x de $[-\frac{5}{2}\ ;+\infty[$?
2. Etudier les variations de f.
3. Soit A le point d'abscisse $-\frac{5}{2}$, et M un point de (C), distinct de A, d'abscisse x_0 ;
   a) écrire une équation de la droite (AM) ;
   b) on désigne par $\theta(x_0)$ le coefficient directeur de cette droite. Que peut-on dire de $\theta(x_0)$ lorsque x_0 tend vers $-\frac{5}{2}$? Construire la courbe (C)

   On désigne par (Γ) l'ensemble des points N dont les coordonnées (x ; y) vérifient : $y^2 - 2x - 5 = 0$.

   c) Comment peut-on déduire (Γ) de la courbe (C) ? Construire (Γ).

Exercice S-MT4-3 : (5 points)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4} \quad \text{pour tout entier naturel n} \end{cases}$$

1. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel, $0 \leq u_n \leq 4$.

2. Démontrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante.

3. En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

Exercice S-MT4- 4 : (5 points)

Un laboratoire propose un test de dépistage pour une maladie.

La probabilité qu'une personne atteinte de cette maladie ait un test positif est 0,97.
La probabilité qu'une personne non atteinte de cette maladie ait un test positif est 0,01.
La probabilité qu'une personne ait un test positif est 0,394

On procède au dépistage systématique dans la population où s'est déclenchée cette maladie.
On choisit une personne au hasard dans cette population.

On note les événements suivants :
M : « la personne est atteinte de la maladie »
T : « la personne choisie a un test positif ».
On note p la probabilité de l'événement M.

1. Construire l'arbre pondéré correspondant à cette situation.

2. a. Calculer $p(M \cap T)$ et $p(\overline{M} \cap T)$ en fonction de p .
   b. Montrer que $p(T) = 0,96p + 0,01$. En déduire que $p = 0,4$

3. Un personne choisie a un test positif. Calculer la probabilité qu'elle soit atteinte de la maladie.

2017

S-PT1

Concours EAMAC	Cycle TECHNICIEN/ TECHNICIEN SUPERIEUR	PHYSIQUE

Exercice S-PT1-1 : (5pts)

Un mobile M_1 se déplace sur une droite x'x avec une accélération constante. Aux instants t_1=2s et t_2=5s, il occupe respectivement les positions d'abscisses x_1=5m et x_2=35m avec les vitesses V_1=4m/s et V_2=16m/s.

1- Calculer la valeur de son accélération.

2- Déterminer la vitesse initiale V_0 du mobile.

3- Déterminer l'abscisse initiale x_0, et en déduire l'équation horaire du mouvement.

4- A quel instant le mobile change-t-il de sens ? Quelle est alors sa position ?

5- Un deuxième mobile M_2 se déplace sur la même droite d'un mouvement rectiligne uniforme. Aux instants t_1 et t_2 précédents, il occupe les positions d'abscisses x'_1=71m et x'_2=53m. Déterminer l'équation horaire du mouvement de M_2.

6- A quel instant et où les deux mobiles vont-ils se croiser ?

Exercice S-PT1-2 : (5pts)

Dans cet exercice, les mouvements étudiés sont rapportés à des repères qu'on admet être galiléens. Seules les interactions gravitationnelles sont prises en compte. Les mobiles concernés (astres ou satellites) présentent une répartition de masse à symétrie sphérique.

On lance un satellite B de masse m autour d'un astre A de masse M très grande devant m. Le satellite B décrit une trajectoire circulaire de rayon r.

1-Exprimer la force gravitationnelle exercée par A sur B en fonction de m, M, K, r et $\vec{u}_{AB}$ avec K=6,67.10^{-11} S.I la constante de gravitation.

2-Montrer que le mouvement de B autour de A est uniforme.

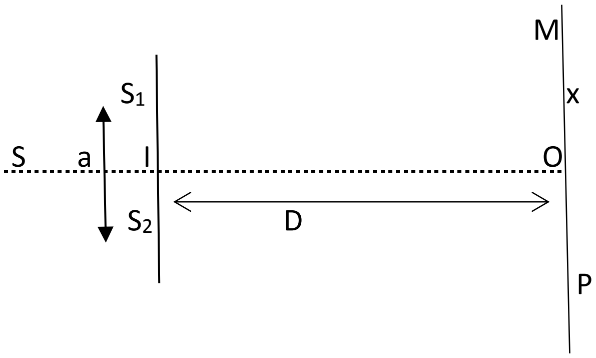
3-Etablir l'expression de la vitesse V de B en fonction de r, K et M.

4-On connait la période T de B autour de A. Exprimer V en fonction de T ; en déduire la troisième loi de Kepler r^3/T^2= C.M et donner l'expression de la constante C.

5-Application : un satellite tourne autour de la terre en 134min selon une orbite circulaire de rayon r=8,713.10^3 Km. Calculer la masse de la terre.

Exercice S-PT1-3 (5pts)

On considère, dans l'air, le dispositif représenté sur le schéma ci-dessus.



S_1 et S_2 sont deux sources lumineuses ponctuelles distantes de a=1 mm.

Le plan (P) de l'écran d'observation, parallèle à S_1S_2 est situé à une distance D=1m du milieu I de S_1S_2. O est la projection orthogonale de I sur P. Sur la droite perpendiculaire à IO au point O et parallèle à S_1S_2, un point M est repéré par sa distance x au point O.

1-Quelles conditions doivent remplir les sources S_1 et S_2 pour observer des interférences lumineuses sur l'écran ?

2-Les deux sources S_1 et S_2 sont obtenues à partir d'une source ponctuelle S située sur l'axe IO. La source émet une radiation monochromatique de longueur d'onde λ.

a-Exprimer en un point M de l'écran d'observation la différence de marche entre deux rayons lumineux issus de S, l'un passant par S_2 et l'autre par S_1, en fonction de D, a, et x. (D étant très grand devant x et a, on prendra $S_1M+S_2M=2D$).

b-Etablir la relation donnant les abscisses des milieux des franges brillantes et des franges sombres en fonction de λ, D, et a.

c-On observe que, pour x= 2,32mm, M est situé au milieu d'une frange brillante, et que quatre franges noires séparent M de O. En déduire la longueur d'onde de la lumière émise par S.

3-Lorsque la source S est remplacée par une autre source S'qui émet une radiation de longueur d'onde λ' on constate que la largeur de 10 interfranges est de 6 mm. Calculer la longueur d'onde λ' de la lumière utilisée.

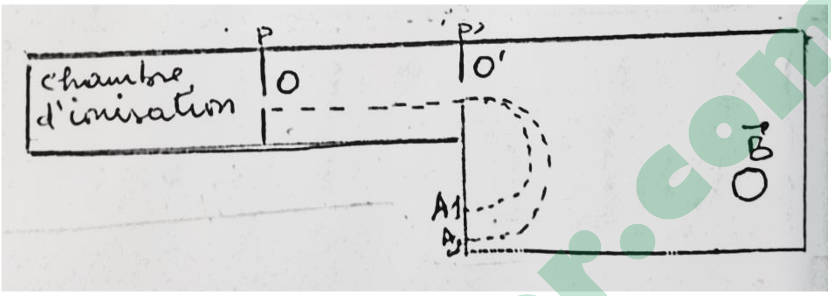
Exercice S-PT1-4 : (5 points)

On considère que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces. On assimile la masse d'un ion à la somme des masses de nucléons de son noyau.

1- Une chambre d'ionisation produit à partir de chlore naturel des ions ${}^{35}_{17}Cl^-$ et ${}_{17}^{x}Cl^-$ de masse m_1 et m_2.

Ces ions sont injectés, la vitesse initiale supposée nulle, par l'orifice O d'une plaque p (voir figure).

Entre les plaques p et p' distantes de d, existe une différence de potentiel U = $Vp - Vp'$



Préciser le signe de U

Donner les caractéristiques du champ électrique $\vec{E}$ (direction, sens, intensité).

Donner l'expression de la vitesse V_1 de l'ion ${}^{35}_{17}Cl^-$ au passage en O' à travers la plaque P'. calculer la vitesse V_1 de l'ion

On donne : masse du nucléon m_p = 1,67 x 10^{-27} Kg

Distance entre les plaques d = 2,5 mm

Charge élémentaire e = 1,60 x 10^{-19} C

Tension entre les plaques IUI=1,00 x 10^4 volts

Après le passage en O' les ions pénètrent dans une enceinte ou règne un champ magnétique $\vec{B}$, perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{V}$ et perpendiculaire au plan de la figure.

Préciser sur le schéma le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les ions parviennent en A_1 et A_2 point d'impact sur la plaque photographique.

Calculer le rayon R_1 de la trajectoire de l'ion ${}^{35}_{17}Cl^-$ sachant que II$\vec{B}$II = 0,50 T (on donnera trois chiffres significatifs)

La distance A_1A_2 entre les points d'impacts étant égale à 10 mm, déduire la valeur du nombre de masse X de l'ion ${}_{17}^{x}Cl^-$

S-MT2

Concours EAMAC 2017	Cycle TECHNICIEN/ TECHNICIEN SUPERIEUR	MATHEMATIQUES

Exercice S-MT2-1 : (5points)

On pose P(z) = $z^4 - 6z^3 + 23z^2 - 34z + 26$

1. u désigne un nombre complexe.
   a) Montrer que P($\bar{u}$) = $\overline{P(u)}$
   b) En déduire que si P(u) = 0 alors P($\bar{u}$) = 0.
2. **a)** Calculer P(1+ i)

   b) En déduire les solutions complexes de l'équation P(z) = 0.

3. a) Factoriser P(z)

b) Résoudre dans C l'équation P(z) = 0.

Exercice S-MT2-2 : (5points)

Soit la suite (U_n) définie sur N* par : $\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{nU_n+4}{n+1} \end{cases}$

1.

a) Calculer les quatre premiers termes de la suite (U_n).

b) (U_n) est – elle arithmétique ? géométrique?

2. On considère la suite (V_n) définie par V_n = nU_n

a) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique en donnant sa raison et son premier terme.

b) Donner l'expression de V_n en fonction de n.

c) En déduire l'expression de U_n en fonction de n, puis retrouver ses quatre premiers termes

3. Montrer que la suite (U_n) est strictement monotone et bornée.

4.

a) Calculer $S_n = V_1 + V_2 + \cdots \ldots \ldots .. + V_n$

b) La suite (S_n) est –elle convergente ?

Exercice S-MT2-3 : (5 points)

Le but de l'exercice est d'approcher $ln(1+a)$ par un polynôme de degré 5 lorsque a appartient à l'intervalle [0 ; +∞[.

On note $I_0(a) = \int_0^a \frac{dt}{t+1}$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on pose $I_n(a) = \int_0^a \frac{(t-a)^n}{(t+1)^{n+1}} dt$.

1) Calculer $I_0(a)$ en fonction de a.
2) À l'aide d'une intégration par parties, exprimer $I_1(a)$ en fonction de a.
3) À l'aide d'une intégration par parties, démontrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ I_{n+1}(a) = \frac{(-1)^{n+1}a^{n+1}}{n+1} + I_n(a).$$

4) Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$.
   a) Calculer $I_2(a)$, $I_3(a)$ et $I_4(a)$.

c) Justifier que $I_5(a) = ln(1+a) - P(a)$.

5) Calculer l'intégral $J(a)$ définie par : $J(a) = \int_0^a (t-a)^5\, dt$.

6) a) Démontrer que : $\forall t \in [0\,;a]$, $\frac{(t-a)^5}{(t+1)^6} \geq (t-a)^5$.
   b) Démontrer que : $\forall a \in [0\,;+\infty[$, $J(a) \leq I_5(a) \leq 0$.

7) En déduire que : $\forall a \in [0\,;+\infty[$, $|ln(1+a) - P(a)| \leq \frac{a^6}{6}$.

8) Déterminer, en justifiant votre réponse, un intervalle sur lequel $P(a)$ est une valeur approchée de $ln(1+a)$ à 10^{-3} près.

Exercice S-MT2-4 (5 points)

Un sac contient 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4) et 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5).

1) On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac.
   a) Calcule la probabilité de tirer au plus 2 jetons verts.
   b) Calcule la probabilité de ne tirer que 3 jetons verts.
2) On tire successivement et sans remise 3 jetons du sac.
   a) Calcule la probabilité de tirer exactement 1 jeton vert.
   b) Calcule la probabilité de ne tirer aucun jeton vert.

S-PT5

Concours EAMAC 2016	Cycles TECHNICIEN SUPERIEUR et TECHNICIEN	Epreuve de PHYSIQUE

<u>Exercice N°S-PT5-1</u> (5pts)

Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique.

On se propose de séparer les ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$ de masses m_1 et m_2 à l'aide d'un spectrographe de masse.

1). Les ions pénètrent en O dans le champ électrique uniforme $\vec{E}$ existant entre les deux plaques verticales P_1 et P_2 pour y être accélérés jusqu'en O'. Les plaques P_1 et P_2 distantes de d=10cm, sont soumis à la tension $U= V_{P1} - V_{P2}= 2000V$.

a). Quelle est la nature du mouvement des ions Li^{+} entre les plaques P_1 et P_2 ?

b). Les ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$sortent en O' du champ électrique avec des vitesses respectives V_1 et V_2, leur vitesse en O est négligeable.

Etablir la relation $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$.

2). A leur sortie en O', les ions Li^{+} pénètrent dans une région où règnent un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ normal au plan du schéma.

a). Préciser en le justifiant le sens du vecteur $\vec{B}$

b). Montrer que le mouvement d'un ion Li^{+} s'effectue dans le plan du schéma

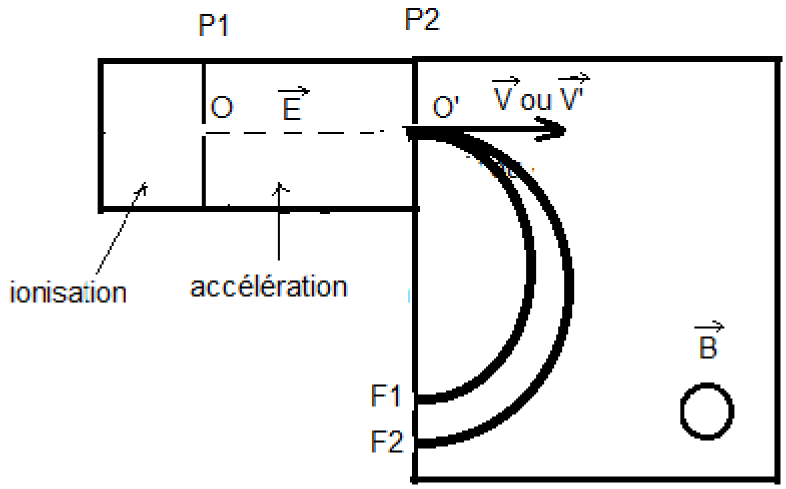
c). Montrer que la valeur de la vitesse est constante

d). Montrer que la trajectoire est circulaire. Exprimer son rayon R

3). Après leurs déviations les ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$ arrivent en F_1 et F_2.

Exprimer la distance F_1F_2 entre les deux types d'ions en fonction de B, m_1, m_2, U et e.

Données : m_1=6u ; m_2= 7u ; q=e= 1,6 10^{-19} c ; 1u=1,67.10^{-27}kg



<u>Exercice N°S-PT5-2</u> (5pts)

Etude stroboscopique d'un mouvement

I). 1). Sous éclairage stroboscopique une roue parait immobile lorsque la fréquence des éclairs vaut : 100Hz, 50Hz ou 33Hz. Expliquer le phénomène.

2). Calculer en tours par minute la vitesse de rotation de la roue sachant que N_e=100Hz est la fréquence la plus élevée permettant l'immobilité apparente.

3). Quelle est la vitesse apparente de la roue si la fréquence des éclairs est N_e=101Hz ?

Interférence mécanique à la surface d'un liquide

II). Les deux extrémités S_1 et S_2 d'un vibreur sont distantes de 6cm. La fréquence des vibrations est N=10Hz. La célérité des ondes transversales à la surface de l'eau vaut $C=24cm.s^{-1}$.

1). Calculer la longueur d'onde λ des vibrations.

2). Combien de franges d'amplitude maximale observe-t-on sur le segment S_1S_2 si les deux sources sont en phase ?

3). Préciser l'état vibratoire des points suivants :

a). M tel que S_1M=2,5cm et S_2M=4,9cm.

b). N tel que S_1N=3cm et S_2N= 6,6cm.

<u>Exercice N°S-PT5-3</u> (5pts)

Pendule élastique horizontal

Un solide S de masse m=130g, est accroché à un ressort à spires non jointives de masse négligeable, de constante de raideur k. Il peut glisser sans frottement sur un plan horizontal. Le centre d'inertie G de S est repéré sur un axe horizontal (Ox) dont l'origine correspond à la position de repos de S.

Le ressort est allongé d'une longueur x_0 et le solide S est lâché à la date t=0. Un dispositif permet d'enregistrer les variations de x en fonction du temps t.

A partir de courbe enregistrée, on relève les conditions initiales à t =0 : x_0= 1cm (amplitude maximale) et v_0=0 (vitesse initiale). La période des oscillations est T_0= 0,8s.

1). Faire un schéma du pendule, représenter les forces qui s'exercent sur le solide en mouvement**.**

2). Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur.

3). Calculer la constante de raideur k du ressort.

4). Etablir l'équation horaire du mouvement.

5). Indiquer le sens du déplacement du solide lors de son passage pour la première fois par la position d'équilibre.

6). Calculer l'énergie potentielle élastique du pendule lorsque l'abscisse x est maximale. En déduire l'énergie cinétique correspondante et l'énergie mécanique.

Exercice S-PT5-4 (5Pts)

1. Une automobile roule sur une route droite à la vitesse constante de 108km/h. Soudain, le conducteur perçoit à 150m devant lui un panneau de limitation de vitesse à 60km/h. Le conducteur actionne le frein et atteint le panneau avec la vitesse de 45km/h.
   a) Donner les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur accélération V supposé constant d l'automobile durant la phase de ralentissement.
   b) Calculer le temps mis par le conducteur pour atteindre le panneau à partir du début du freinage.
2. Quelles devraient être l'accélération algébrique de l'automobile et la durée du freinage pour que le conducteur atteigne le panneau à la vitesse de 60km/h.
3. En réalité, le conducteur commence par freiner 0,8s après avoir vu le panneau. Il impose à son automobile l'accélération calculée au 1 (a). Avec quelle vitesse arrive-t-il au niveau du panneau ? Est-il en infraction ?
4. Après le panneau le conducteur maintient sa vitesse constante à 60km/h. A cette vitesse, il aborde un virage de rayon R = 150m.
   a) Déterminer les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur accélération pendant le virage.
   b) Calculer la durée du virage si on l'assimile à un quart de cercle.

S-MT1

Concours EAMAC 2016	Cycles TECHNICIEN SUPERIEUR et TECHNICIEN	Epreuve de MATHEMATIQUES

<u>Exercice MT1-1 :</u> (3 points)

1. Vérifier que pour tout réel x, on a : $\frac{1}{(1+e^x)^2} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x} - \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$.

2. Calculer $I = \int_0^1 \frac{1}{(1+e^x)^2} dx$.

3. a. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^3}$.

   b. Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, l'intégrale $J = \int_0^1 \frac{xe^x}{(1+e^x)^3} dx$.

Exercice MT5- 2 *(*5 points)

Une maladie est apparue dans le cheptel bovin d'un pays. Elle touche 0,5% de ce cheptel.

1°) On choisit au hasard un animal dans le cheptel. Quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

2°)
a) On choisit successivement et au hasard 10 animaux. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre d'animaux malades parmi eux. Montrer que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres. Calculer son espérance mathématique.
b) On désigne par A l'événement : « aucun animal n'est malade parmi les 10 ». On désigne par B l'événement : « au moins un animal est malade parmi les 10. ». Calculer les probabilités de A et de B.

3°) On sait que la probabilité qu'un animal ait un test positif à cette maladie sachant qu'il est malade est 0,8. Lorsqu'un animal n'est pas malade, la probabilité d'avoir un test négatif est 0,9. On note T l'événement : « avoir un test positif à cette maladie » et M l'événement : « être atteint de cette maladie ».

a) Représenter par un arbre pondéré les donnés de l'énoncé.

b) Calculer la probabilité de l'événement T.

c) Quelle est la probabilité qu'un animal soit malade sachant que le test est positif ?

<u>Exercice MT1-4 :</u> (7 points)

I. Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x) = 1 - x\sqrt{1+x^2}$.

1. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. (1point)

2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $0,78 \leq \alpha \leq 0,79$.

3. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

II. Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - \sqrt{1+x^2}$

(C) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm en abscisses et 5 cm en ordonnées.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f et déterminer les limites de f aux bornes de cet ensemble (1,5 point)

2. a. Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{-xg(x)}{\sqrt{1+x^2}}$.

   b. Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f .

3. a. Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{\alpha^4 - 3}{3\alpha}$.

   b. Etudier les branches infinies de (C).

4. Construire (C) (On prendra $\alpha = 0,785$) .

EXERCICE MT4-3 (5pts)

1°) Donner sous forme trigonométrique les solutions de l'équation (E) :

$z \in \mathbb{C}$, $z^3 = 4\sqrt{2}\left(-1+i\right)$.

2°) Calculer $\left(\sqrt{2} + i\sqrt{2}\right)^3$; en déduire que l'équation précédente est équivalente à

$\left(\dfrac{z}{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}\right)^3 = 1$.

3°) En utilisant les racines cubiques de l'unité, donner sous forme algébrique les solutions de l'équation (E).

4°) Déduire de ce qui précède les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$.

Exercice 1 : Mouvement du centre d'inertie-chute libre (04 points)

Les frottements sont négligeables.
Une bille supposée ponctuelle de masse m est abandonnée en un point A d'une piste dont la figure représente le tracé AOBC dans un plan vertical. La bille passe par le point O avec une vitesse Vo. AO fait un angle α avec l'horizontale ; OBC circulaire, de rayon r, tangente en O à AO (voir figure 1).

1. a) Etablir en fonction de Vo, r, $\theta, g\ et\ \alpha,$ l'expression de la vitesse V_M du mobile en un point M défini par l'angle $\theta = (\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IM})$. (0,75 pt)
   b) En déduire l'expression de l'intensité de la réaction R_M de la piste sur la bille en M. (075 pt)

2. a) Quelle doit être la vitesse minimale notée Vo_1 que doit avoir la bille lors de son passage en O pour qu'elle puisse atteindre le point C. (0,5 pt)
   b) Quelle est la vitesse V_C correspondant ? (0,5 pt)
   c) A quelle distance minimale ℓ_1 du point O telle que ℓ_1 = AO la bille a été abandonnée sans vitesse initiale ? (0,5pt)
3. On suppose que la bille possède en C la vitesse calculée en 2. b).
a) Etudier le mouvement de la bille après son passage en C. (0,5 pt)
b) Etablir l'équation de sa trajectoire. (0,5 pt)
On donne : $g = 10\ m.s^{-2}$; $m = 25\ g$; $r = 20cm$; $\alpha = 30°$

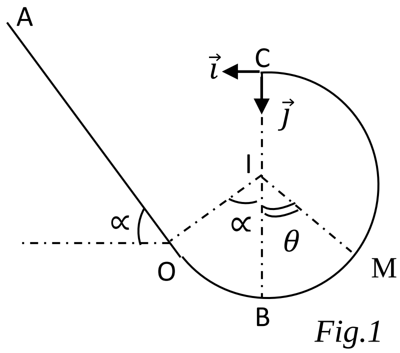


Fig.1

Exercice 2: Mouvement de particules chargées (06 points)

On néglige le poids des particules et on assimilera la masse d'un ion à la somme des masses des nucléons. On donne la charge élémentaire e = $1,6.10^{-19}$C.
Masse du proton = masse du neutron = m_n = $1,67.10^{-27}$ kg.

1. Des ions potassium, K^+ sortent d'une chambre d'ionisation et pénètrent avec une vitesse négligeable par un trou O_1 dans l'espace entre deux plaques P_1 et P_2. Quand une tension U_0 est appliquée entre les plaques, les ions atteignent le trou O_2 avec une vitesse v_0.

   a) Donner l'expression de l'énergie cinétique E_C d'un ion de masse m au point O_2 en fonction des potentiels V_{P1} et V_{P2} de P_1 et P_2. (1pt)
   b) En déduire laquelle des deux plaques est au plus grand potentiel et donner l'expression de v_0 en fonction de e, m et U_0. (1pt)
   c) Calculer la valeur de v_0 pour les ions $^{39}_{19}K^+$ dans le cas où $U_0 = 4.10^3$ V. (1pt)

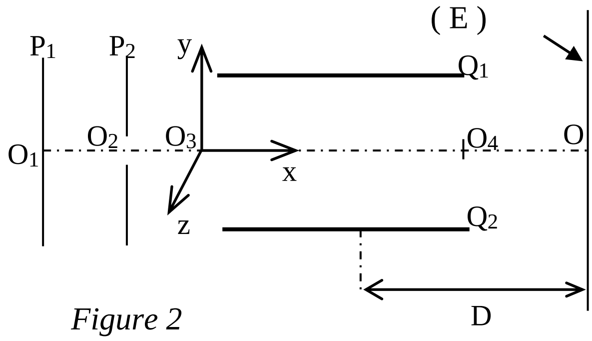


Figure 2

2. Les ions sortent de O_2 et pénètrent en O_3 entre les armatures horizontales Q_1 et Q_2 d'un condensateur plan avec la vitesse $\overrightarrow{v_0}$ parallèle aux armatures (figure 2); d est la distance entre Q_1 et Q_2 dont la longueur est $\ell = O_3O_4$. La tension U_{Q2Q1} est constante et positive.

a) Etablir l'équation de la trajectoire de l'ion à l'intérieur du condensateur. (1pt)

b) Montrer que hors du condensateur (Q_1, Q_2) la trajectoire d'un ion est une droite dont le prolongement coupe le segment $[O_3O_4]$ en son milieu. (1pt)

c) (E) est un écran luminescent situé à la distance D du milieu de $[O_3O_4]$. Etablir la déflexion électrique Y de l'ion sur l'écran en fonction de e, m, v_0, ℓ, d , U et D. (0,5pt)

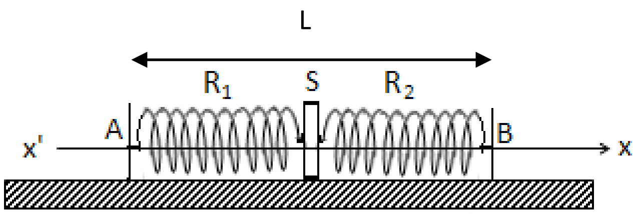
d) Quel est l'aspect de l'écran dans le cas où le potassium utilisé contient 3 isotopes ^{39}K, ^{41}K et ^{42}K ?

Application numérique : l = 10 cm ; d = 4 cm ; D = 40 cm ; U_{Q2Q1} = 200 V. (0,5pt)

<u>**Exercice 3**</u> (5 points)

Un solide ponctuel S de masse m = 0,20 kg mobile sur une table à coussin d'air horizontale, est accroché à deux ressorts R_1 et R_2 identiques de masse négligeable entre deux points A et B comme l'indique la figure ci-dessous.

La longueur à vide de chaque ressort est ℓ_0 = 15cm et la constante de raideur k = 10N/m. la distance des points d'attache A et B vaut L = 40cm.



1-) Déterminer à l'équilibre l'allongement x_0 de chaque ressort. (1,5 points)

2-) Le solide S étant en équilibre, on l'écarte horizontalement de 3 cm vers B et on le lâche sans vitesse initiale à la date t = 0 ; l'origine O des abscisses coïncidant avec la position du centre d'inertie G du solide S à l'équilibre. On néglige les frottements.

a-) Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du solide. (0,75 point)

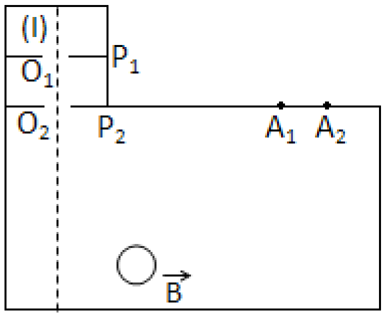
b-) Ecrire l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie du solide en précisant les valeurs numériques de l'amplitude X_m, de la pulsation ω et de la phase initiale φ_0 (1,75 points)

c-) A quel instant le solide passe – t – il par l'abscisse 1,5 cm en allant dans le sens négatif des élongations pour la première fois ? (1 point)

Exercice 4 (5 points)

On envisage la séparation d'un mélange naturel d'isotopes du nickel à l'aide d'un spectrographe de masse. On néglige le poids des ions devant les forces magnétiques.

L'échantillon est introduit dans la chambre d'ionisation (I). Les ions Ni^{2+} produits sont accélérés dans le vide entre 2 plaques parallèles P_1 et P_2 par une tension U de valeur absolue 3880V.



1-) Préciser sur un schéma, justification à l'appui, le sens du vecteur champ électrique $\vec{E}$ entre P_1 et P_2 et représenter la tension U. (2 points)

2-) Déterminer la vitesse v_1 des ions ${}^{58}Ni^{2+}$ à leur passage par le trou O_2.
(1,5 points)

3) Déterminer la distance A_1A_2 séparant les points d'impact des ions ${}^{58}Ni^{2+}$ et ${}^{60}Ni^{2+}$.
(1,5 points)

On donne : $1u = 1{,}66.10^{-27}kg$; B = 0,50 T ; charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}C$

CONCOURS EAMAC - mai 2015 – cycle T & TS - Mathématiques

Exercice 1 : 7 points

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules rouges indiscernables au toucher. On effectue 3 tirages successifs d'une boule en respectant la règle suivante : Si la boule tirée est rouge, on la remet dans l'urne. Si elle est blanche, on ne la remet pas.

On considère les événements suivants :
A= « seule la première boule tirée est blanche »
B= « seule la deuxième boule tirée est blanche »
C= « seule la troisième boule tirée est blanche »

1) Calculer les probabilités des événements A, B et C.
2) En déduire la probabilité qu'on ait tiré une seule boule blanche à l'issue des trois tirages.
3) Sachant que l'on a tiré exactement une boule blanche, quelle est la probabilité que cette boule ait été tirée en dernier ?

Exercice 2 : 6points

A) Soit la fonction f définie sur]0 ; + ∞[par $f(x) = \frac{x^2 \; + 1 - \ln x}{x}$

Soit g la fonction définie sur]0 ; + ∞[par $\boldsymbol{g(x) = x^2 + \ln x - 2}$

1) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation

2) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α et que 1,30 <α< 1,35.

b) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

B) Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique : 2cm)

1) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

2) Tracer la courbe(C).

Exercice 3 : 4 points

Linéariser $f(x) = \; 4sin^2(x)cos^2(x)$ et donner une primitive de f

Exercice4 : 3 points

Résoudre dans l'ensemble C des nombres complexes l'équation :

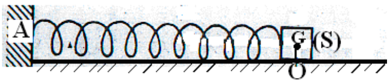
$$z^2 + z\, i \sin x - \frac{1}{4} = 0 \,, 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

EAMAC – 2014 - SUJET P-T-8

Exercice 1 (5pt)

Les frottements sont négligeables.

On considère un ressort très long à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K. Le ressort est placé sur une table horizontale. On fixe l'une des extrémité du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel de masse m.



On déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance x_0 =5cm et on l'abandonne sans vitesse initiale.

1.1 Faire le bilan des forces s'exerçant sur le solide et montrer que le système {ressort solide terre} est conservatif. (1pt)

1.2 Pour une position x quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, m, x et de la vitesse V du solide. (1pt)

1.3 Donner cette expression en fonction de K et x_0. Déduire l'expression de V en fonction de K, m, x_0 et x. (0,75pt)

2.1 Montrer que l'énergie potentielle élastique du ressort peut s'écrire sous la forme : $E_{pe}= a V^2 +b$. (0,75pt)

2.2 L'expérience montre que $E_{Pe}= - 0,1 V^2 + 2,5.10^{-2}$. Déduire les valeurs de m et de K. (0,75pt)

2.3 Calculer la vitesse du solide lors du passage par sa position d'équilibre. (0,75pt)

Exercice 2 (5pt)

On relie l'extrémité O d'une lame vibrante à une corde tendue de longueur OO'=2m. La lame vibrante subit des oscillations sinusoïdales verticales de fréquence N=100Hz et d'amplitude a=3mm. Ces vibrations se propagent le long de la corde avec une célérité c = 20m/s.

1 Calculer la longueur de l'ondeλ. *(0,5pt)*

2 Décrire le phénomène observé au moment où la corde est éclairée par un stroboscope dont les fréquences prennent les valeurs:
Ne = 200 Hz ; Ne = 25 Hz ; Ne = 50 Hz et Ne = 102 Hz. *(1pt)*

3 En considérant l'origine des temps l'instant où O passe par sa position d'équilibre dans le sens positif ; écrire l'équation horaire y_O du mouvement de la source O et donner l'élongation y_M d'un point M situé à la distance x de la source O. *(1,5pt)*

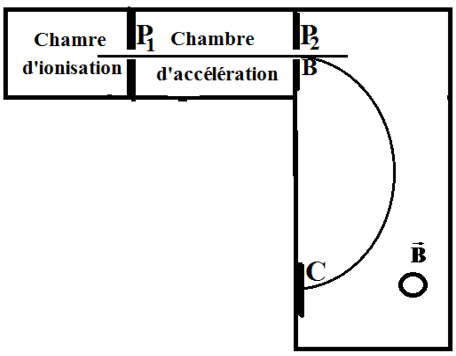
4 Déterminer l'expression des abscisses des points qui vibrent en phase avec la source O, préciser leur nombre et la valeur de l'abscisse du point le plus proche de O. *(0,75pt)*

5 Mêmes questions pour les points qui vibrent en opposition de phase avec O. *(0,75pt)*

6 présenter l'aspect de la corde à l'instant t = 0,03s. *(0,5pt)*

Exercice 3 (5pt)

On place un élément chimique inconnu X dans une chambre d'ionisation. Elle produit des ions X^{n+} qui sont introduits avec une vitesse nulle en P_1 (voir la figure).
La masse des ions est notée m et on donne e= 1,6 10^{-19} C.



1. Entre P_1 et P_2 on applique une différence de potentiel U =U_{P1P2}. Exprimer la vitesse V_B des ions au trou B de la plaque P_2 en fonction de n, e, m et U_{P1P2}. *(0,75pt)*

2. En B ouverture très petite, les ions pénètrent avec une vitesse horizontale dans une région où règne un champ magnétique perpendiculaire au plan de la figure. Les particules sont détectées au point C.

2.1 Indiquer le sens du champ magnétique. *(0,5pt)*

2.2 Déterminer la nature du mouvement dans le champ magnétique. *(0,75pt)*

2.3 Quelle est la vitesse en C? *(0,5pt)*

3. Exprimer la distance BC en fonction de m, n, e, U_{P1P2} et B (où B est la norme du champ magnétique). *(1pt)*

4. On sait que X est : soit l'isotope de masse atomique 59 du nickel qui conduit à l'ion Ni^{2+}, soit de l'aluminium (isotope de masse atomique 27) qui conduit à Al^{3+}, soit de l'argent (isotope de masse atomique 108) qui conduit à Ag^{+}.
Calculer numériquement les distances BC correspondant à chacun des trois ions.
On donne : B=1 T , U_{P1P2} = 1000 V et m_p = 1,67 10^{-27}kg *(0,75pt)*

5. On trouve approximativement BC=27,4mm. Quel est l'élément X? *(0,75pt)*

Exercice 4 (5pt)

Une bobine sans noyau de fer est formée de 2000 spires de 6cm de diamètre, réparties uniformément sur une longueur de 40 cm. Cette bobine est placée en série avec un condensateur de capacité réglable (boite de condensateur) une résistance R =60Ω et un milliampèremètre de résistance négligeable. L'ensemble est branché aux bornes d'une prise de courant alternatif sinusoïdal de fréquence 50Hz, de tension efficace 120V. L'intensité efficace passe par un maximum 1,5A pour C=318µF.

On demande :

1.1 La valeur théorique de l'inductance de la bobine. On donne :$\mu_0=4\pi.10^{-7}$S.I. (0,5pt)

1.2 La valeur de cette inductance déduite des résultats de l'expérience, expliquer le sens de la différence entre les deux valeurs trouvées. (0,5pt)

1.3 La valeur de la résistance R' de la bobine. (0,5pt)

2 On considère maintenant une bobine dont on ne connait ni la résistance R ni l'inductance L.
On se propose de déterminer ces deux grandeurs. Pour cela on réalise le montage suivant : entre deux bornes A et B d'une prise de courant alternatif sinusoïdal, on branche en série, dans l'ordre une résistance connue r = 25 Ω et la bobine à étudier. On appelle C le point de connexion de la résistance à la bobine.
On dispose alors de trois voltmètres : V entre les bornes A et B ; V_1 entre A et C et V_2 entre C et B. Ils indiquent respectivement les valeurs efficaces : U=110V, U_1=45,5V et U_2=80V des trois tensions : $u=V_A - V_B$; $u_1=V_A - V_C$ et $u_2=V_C - V_B$
On appelle i la valeur instantanée de l'intensité du courant de fréquence f =50Hz.

2.1 Faire le schéma du montage. (0,5pt)

2.2 Construire le diagramme de Fresnel relatif à cette expérience représentant les trois tensions u_1 , u_2 et u. (0,5pt)
2.3 Calculer l'impédance de la bobine. (0,5pt)
2.4 Déterminer la phase de u_2 par rapport à i. (0,5pt)
2.5 Calculer les valeurs des grandeurs R et L. (0,5pt)
2.6 Calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit. (1 pt)

EAMAC – 2014 - SUJET M-T-7

Exercice 1 (4 points)

1) Résoudre l'équation différentielle : $2y'+y=0$ (E) où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

2) On considère l'équation différentielle : $2y'+y=e^{-\frac{x}{2}}(x+2)$ (E')

a) Déterminer deux réels a et b tels que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{-\frac{x}{2}}(ax^2+bx)$ soit une solution de (E').

b) Soit g une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Montrer que : g est solution de (E') si et seulement si $f-g$ est solution de (E).

c) Résoudre l'équation (E').

Exercice 2 (5 points)

On considère la fonction numérique u définie sur $]0;+\infty[$ par : $u(x)=1-\ln x$.

1) Etudier le signe de $u(x)$.

2) Soit la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x(1-\ln x)$

a) Déterminer $g'(x)$.

b) En déduire une primitive U de u sur $]0;+\infty[$ qui s'annule en e^2.

3) On considère la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n=\int_{e^{-n}}^{e^{-n+1}}(1-\ln x)dx$

a) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $v_n \geq 0$.

b) Calculer v_n en fonction de n.

c) Déterminer la limite de v.

4) Pour tout entier naturel n, on pose : $s_n=\sum_{k=0}^{n}v_k=v_0+v_1+...+v_n$.

a) Exprimer S_n en fonction de n.

b) Déterminer la limite de S_n.

Exercice 3 (5 points)

1. Reproduire et compléter le tableau suivant:

z	$1+i$	2	$1-i$	$i\sqrt{2}$	$1+i\sqrt{3}$	$-1+i$	$1-i\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{3}+i$	$2i$	-3
z												
$\arg z$												

Une boîte contient 12 cartons, indiscernables au toucher, portant les 12 nombres complexes du tableau précédent (Chaque carton porte un seul nombre complexe):

2. On tire au hasard un carton de la boîte (On suppose l'équiprobabilité des tirages).
   a) Quelle est la probabilité de tirer un carton portant un nombre réel?
   b) Quelle est la probabilité de tirer un carton portant un nombre complexe dont le module est égal à $\sqrt{2}$?
   c) Quelle est la probabilité de tirer un carton portant un nombre complexe dont un argument θ est tel que: $0 \le \theta \le \pi/2$?

3. Un jeu consiste à tirer un carton de la boîte précédente. Si le nombre complexe inscrit sur le carton tiré est de module 3, le joueur gagne $10\,000$ points et le jeu s'arrête. Sinon, le carton tiré est remis dans la boîte et le joueur procède à un deuxième tirage; si ce carton porte un nombre complexe de module 3, le joueur gagne $8\,000$ points, s'il est de module 2, il gagne $5\,000$ points sinon il ne gagne rien et le jeu s'arrête.

Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur.
   a) Donner la loi de probabilité de X (On pourra s'aider d'un arbre).
   b) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 4 (points)

1) On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x^3 - x^2 - 2x + 2$.
a) Dresser le tableau de variations de g.
b) Montrer que g réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur R.
c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α telle que $0{,}6 \le \alpha \le 0{,}7$.

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{2xe^{-x}}{x^2 + 2}$.

a) Calculer $f'(x)$, puis vérifier que $f'(x) = \dfrac{2g(x)e^{-x}}{(x^2 + 2)^2}$
b) Dresser le tableau de variation de f.
c) Tracer la courbe représentative (C) de f dans un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$ avec $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}, \|\vec{j}\| = 5\text{cm}$.
3) On considère la suite numérique (U_n) définie pour tout entier naturel $n \ge 1$ par : $U_n = \int_n^{n+1} f(t)dt$.
On ne cherche pas à calculer l'intégrale U_n
a) Montrer que pour tout entier naturel $n \ge 1$: $0 \le U_n \le (1 - \frac{1}{e})e^{-n}$. En déduire $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
b) Déterminer un entier naturel n_0 tel que pour tout $n \ge n_0$, $0 \le U_n \le 10^{-5}$.

CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAC NIVEAU : TECHNICIEN ET TECHNICIEN SUPERIEUR SESSION 2013	EPREUVE DE PHYSIQUE DUREE : 3 HEURES

Exercice n°1 (5pts)

Un joueur de tennis frappe la balle à une hauteur h= 2,40m. Le vecteur vitesse de la balle est dirigé vers le bas, fait un angle α =10° avec l'horizontale et a une valeur Vo=30m/s.

1°) Faire un schéma en représentant le vecteur vitesse $\vec{V}_0$ dans un repère (O,x,y).**(1pt)**

2°) Etablir les équations horaires du mouvement de la balle x(t) et y(t). **(1pt)**

3°) En Déduire l'équation de la trajectoire. **(0,5pt)**

4°) la balle passera-t-elle au dessus du filet de 0,91m situé à 11,89m du joueur? **(1,5pt)**

5°) Quelle sera la vitesse de la balle en touchant le sol? **(1pt)**

On donne : g=10N/kg.

Exercice n°2 (5pts)

Dans une expérience de Melde, un vibreur de fréquence N=100Hz, produit sur une corde AB de longueur $\ell = 1\text{m}$, des ondes stationnaires avec un nœud à chaque extrémité (il n'y a pas d'autres nœuds). La corde est soumise à la tension F= 400N.

1°) Qu'appelle-t-on ondes stationnaires? **(0,5pt)**

2°) Schématiser l'aspect de la corde. **(0,5pt)**

3°) Calculer la masse M de la corde. **(1pt)**

4°) La largeur maximale d'un fuseau ou ventre est de 4mm. Etablir l'expression de l'élongation d'un point M de la corde, situé à la distance x de l'extrémité fixe B. Faire l'application numérique pour x=25cm. **(1,5pt)**

5°) Quelles valeurs faut-il donner à la tension F pour obtenir K fuseaux. Faire une application numérique pour K=4. **(1,5pt)**

Exercice n°3 (5pts)

Une bobine de section circulaire est constituée par un fil de cuivre de longueur λ bobiné régulièrement. On suppose que les spires sont pratiquement situées dans un plan perpendiculaire à l'axe du solénoïde. La longueur de la bobine vaut ℓ=1000mm, son inductance a pour valeur L= 85 mH.

1°) Calculer la longueur λ du fil de cuivre. On donne $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ SI. (1pt)

2°) Cette bobine est montée en série avec un conducteur ohmique aux bornes d'un générateur de tension continue. Lorsqu'on ferme le circuit par l'intermédiaire d'un interrupteur K l'intensité du courant passe de 0 à sa valeur maximale I_{max}=2A en une durée t_1=50ms. Calculer la valeur moyenne de la force électromotrice fém d'auto-induction (1pt)

3°) On ouvre maintenant l'interrupteur K.

a) Que peut-on observer ? (0,5pt)

b) Comment annuler cet inconvénient en utilisant une diode et un conducteur ohmique. (0,5 pt)

c) Montrer que la dérivation introduite ne modifie pas le fonctionnement en régime permanent. (0,5pt)

4°) Calculer l'énergie électromagnétique libérée dans le circuit lors de l'ouverture de l'interrupteur. (1,5pt)

Exercice n°4 (5pts)

1°) On branche un voltmètre aux bornes d'une source de courant alternatif. Il indique 220V. La fréquence du courant est 50Hz. Quelle est la valeur maximale de la tension de la source ? **(0,5pt)**

2°) On dispose en série aux bornes de la source précédente un conducteur ohmique de résistance R, une bobine B de résistance r et d'inductance L et un ampèremètre. L'ampèremètre indique I= 3,5A. Un voltmètre branché aux bornes du conducteur R indique U_R= 140V et aux de la bobine B, U_B=120,8V.

a) Déterminer les impédances Z_R du conducteur ohmique, Z_B de la bobine et Z de l'ensemble de la bobine et du conducteur. **(1,5pt)**

b) Calculer les valeurs de R, r, et L. **(1,5pt)**

c) Déterminer le déphasage entre la tension aux bornes de la source et l'intensité du courant. **(1pt)**

d) Ecrire l'expression de l'intensité du courant en prenant comme origine des temps l'instant où la tension est maximale. **(0,5pt)**

CONCOURS D'ENTREE AUX CYCLES DE TECHNICIEN SUPERIEUR ET TECHNICIEN DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE (EAMAC)

SESSION 2013

EPREUVE DE : MATHEMATIQUES

DUREE : 3 HEURES

Exercice 1 *(4pts)*

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation suivante:
$$iz^2 - 2iz + i - 2 = 0.$$

2. Donner une écriture trigonométrique de la solution imaginaire pure.

Exercice 2 *(6pts)*

Le PDG d'une entreprise vous confie que pendant une période d'hivers, ses observations lui ont permis de dresser le tableau suivant, dans lequel x désigne en degrés la température moyenne extérieure au cours de 24 heures et y la consommation en fuel (exprimée en litres) de sa chaudière au cours de ces même 24 heures.

x_i	-5	-3	0	5	10
y_i	40	38	34	27	20

Le PDG vous demande:

1. De calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.

2. De déterminer par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite d'ajustement de y en x.

3. Quelle estimation de consommation peut-t-il faire pour la durée d'une vague de froid de température journalière de $-10°$ pendant quatre jours?

Exercice 3 *(4pts)*

Déterminer les primitives des fonctions suivantes: $f(x) = \sin^3 x$ et $g(x) = \tan^4 x$.

Exercice 4 *(6pts)*

On considère la fonction $f(x) = x - \ln|x|$

1. Etudier les variations de cette fonction et tracer son graphique (C). (unité graphique 1cm)

2. On coupe (C) par la droite d'équation $y = x + m$. Montrer qu'il y a toujours deux points d'intersection, M_1 et M_2, et trouver l'ensemble des positions du milieu, I, de $[M_1M_2]$.

3. Calculer l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe (C), la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAC NIVEAU : TECHNICIEN ET TECHNICIEN SUPERIEUR SESSION DE MAI 2012	EPREUVE DE PHYSIQUE DUREE : 3 HEURES

Exercice n°1 (5 pt)

La terre est assimilable à une sphère homogène de masse M et de rayon R. Un satellite géostationnaire est en orbite à l'altitude h au dessus de la terre.

1°) a) Dans quel référentiel étudie-t-on le mouvement d'un satellite ?

b) Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire

2°) Faire un schéma en représentant la terre, la trajectoire du satellite et la force exercée par la terre sur le satellite.

3°) a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme

b) Déterminer l'expression de sa vitesse en fonction de r = R+h, G (constante de gravitation) et M.

c) Le mouvement du satellite est-il indépendant de sa masse m?

4°) a) exprimer l'altitude h en fonction de R, de la période T de rotation de la terre autour de son axe, de la masse M de la terre et de la constante G de gravitation.

b) Calculer l'altitude h du satellite.

Données: R=6375km, G=$6{,}67 10^{-11}$SI , T=86400s et M=$6\ 10^{24}$kg.

Exercice n°2 (5 pt)

Deux sources ponctuelles S_1 et S_2 , cohérentes et synchrones, produisent des interférences lumineuses à l'aide des fentes d' Young. La longueur d'onde de l'onde lumineuse est de 0,589μm.

1°) Sur l'écran E, on numérote les franges brillantes successivement et on mesure la distance entre le milieu de la frange brillante affectée du numéro zéro et le milieu de la frange brillante affectée du numéro 15. On trouve 1,77 mm. Sachant que D=0,60m (distance entre les sources et l'écran E), déterminer a, distance entre les fentes. (1,5pt)

2°) Les sources S_1 et S_2 sont éclairées par une onde lumineuse de longueur d'onde λ_1=0,480μm.

a) Calculer la fréquence N_1 de l'onde lumineuse (0,5pt)

b) Calculer la distance i_1 séparant deux franges sombres consécutives sur l'écran E. (1pt)

3°) S_1 et S_2 sont maintenant éclairées par une onde lumineuse de longueur d'onde λ_2. On constate que le milieu de la seconde frange sombre occupe la place qu'occupait le milieu de la seconde frange brillante du système précédent. La frange centrale est notée zéro. Déduire de cette expérience la longueur d'onde λ_2 et la fréquence N_2 de l'onde (2pts)

Exercice n°3 (5 pt)

On considère une bobine de longueur ℓ=12cm de rayon moyen r=1cm, comportant n=2500 spires par mètre. Cette bobine est un solénoïde long par rapport au rayon des spires.

1°) La bobine est traversée par un courant d'intensité I. Le champ magnétique $\vec{B}_b$ au centre de la bobine a une intensité de 0,01T.

a) Calculer I.

b) Apres avoir choisi un sens de parcourt du courant, indiquer sur un schéma comment se placerait une petite aiguille aimantée au centre de la bobine.

2°) la bobine d'axe horizontal, toujours traversée par le courant la courant I, est placée dans un champ magnétique horizontal $\vec{B}_0$ uniforme d'intensité 0,01T. La direction de ce champ est orthogonale à l'axe de la bobine.

a) Dessiner les vecteurs $\vec{B}_b$ et $\vec{B}_0$ dans le plan horizontal. Quel est l'intensité du champ magnétique total existant à l'intérieur de la bobine ?

b) De quel angle a tourné la petite aiguille par rapport à la position trouvée à la première question ?

3°) la bobine est maintenant en circuit ouvert. Dans le champ magnétique uniforme horizontal $\vec{B}_0$, un dispositif permet de faire tourner librement la bobine autour d'un axe vertical passant par son centre, avec une vitesse angulaire constante $\omega=4\pi$rad/s.

a) A l'instant t=0, l'axe de la bobine est parallèle à $\vec{B}_0$. La normale aux spires étant orientée dans le sens de $\vec{B}_0$, calculer le flux Φ_0 à travers la bobine.

b) A un instant t, la bobine a tourné d'un angle α . Exprimer le flux $\Phi(t)$ à travers la bobine.

c) Calculer le flux $\Phi(t)$ à travers la bobine à la date t=0,25s

4°) Montrer que la bobine est le siège d'une force électromotrice d'induction e(t) à la date t. Calculer sa valeur maximale. Donnée : : $\mu_0= 4\pi.10^{-7}$SI..

Exercice n°4 (5 pt)

Un condensateur de capacité C= 12nF préalablement chargé sous une tension U_0= 12V, est branché à l'instant t=0 aux bornes d'une bobine d'inductance L=9,0mH.

1°) a) Schématiser le circuit (L,C). (0,5pt)

b) L'orienter et désigner l'armature qui porte la charge positive +q. (1pt)

2°) a) exprimer en fonction de la charge q les tensions aux bornes du condensateur et de la bobine (0,5pt)

b) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de q au cours du temps ((1pt)

3°) a) Donner l'expression générale des solutions de l'équation différentielle décrivant l'évolution de la charge q en fonction du temps. Expliciter les différents termes de cette solution. (0,5pt)

b) Donner l'expression de la période T_0 du circuit oscillant. (0,5pt)

c) Déterminer q(t) en tenant compte des conditions initiales.

d) Donner avec des valeurs numériques les équations décrivant l'évolution en fonction du temps de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant. (0,5pt)

CONCOURS D'ENTREE AUX CYCLES DE TECHNICIEN SUPERIEUR ET TECHNICIEN DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE (EAMAC)
SESSION 2012
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
DUREE : 3 HEURES

Exercice 1 (3*pts*)

A l'aide d'une intégration par parties, calculer les intégrales suivantes:

1. $I = \int_0^1 \ln(x+1)\, dx$
2. $J = \int_{\frac{1}{e}}^{e} -\frac{\ln x}{x^2} dx$

Exercice 2 (5*pts*)

Soit f l'application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par: $f(z) = z^3 + (2+3i)z^2 + (4+6i)z + 8$.

1. a. Calculer $f(i)$
   b. Déterminer deux nombres complexes a et b vérifiant: $f(z) = (z-i)(z^2 + az + b)$ pour tout nombre complexe z.
   c. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $f(z) = 0$.
2. On désigne par z_1 la solution de (E) ayant une partie imaginaire positive, par z_2 la solution réelle et par z_3 l'autre solution.
   Montrer qu'il existe un nombre complexe q tel que $z_2 = qz_1$ et $z_3 = qz_2$.
   Soient A_1, A_2, et A_3 les points du plan complexe d'affixes respectives z_1, z_2 et z_3.
   Quelle est la nature du triangle $A_1A_2A_3$? (Justifier).

Exercice 3 (5*pts*)

Soit la suite numérique de terme général u_n, n appartenant à $\mathbb{N}^*$, définie par:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n} u_n \end{cases}$$

1. Calculer u_2, u_3 et u_4.
2. Montrer que, pour tout entier naturel non nul, on a : $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$
   En déduire que la suite (u_n) converge.

3. a. Montrer que la suite de terme général v_n définie par $v_n = \frac{u_n}{n}$ $(n > 0)$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme v_1.
b. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$.
c. En déduire également l'expression de u_n en fonction de n et calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Exercice 4 (*7pts*)

Partie I :
Soit l'équation différentielle (1) : $y'' - 4y' + 4y = 0$.

1. Déterminer une solution de (1) de la forme $f_1(x) = e^{rx}$ où r est un nombre réel.

2. Montrer que la fonction f_2 telle que $f_2(x) = xe^{rx}$ est aussi une solution de (1) (r étant la valeur trouvée précédemment)

3. a. Vérifier que pour tout couple de réels (λ_1, λ_2) la fonction $f_\lambda = \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2$ est solution de (1).
b. Calculer λ_1 et λ_2 pour que $f_\lambda(0) = \frac{1}{2}$ et $f'_\lambda(0) = \frac{1}{2}$.

Partie II :
f et g sont les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par :

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}(-x+1) \text{ et } g(x) = \frac{1}{2}e^{-2x}(x+1)$$

(C) et (Γ) leurs courbes représentatives.
On se propose de trouver les points d'intersection de (C) et (Γ) dont l'abscisse α est strictement positive.

1. Montrer que α est nécessairement strictement inférieur à 1.

2. Soit φ une fonction de $]0,1[$ sur $\mathbb{R}$ définie par: $\varphi(x) = -4x + \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.
a. Montrer que α est solution de l'équation $\varphi(x) = 0$.
b.Etudier les variations de φ.
c. En déduire que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet une unique solution qui est comprise entre 0,95 et 0,96.

3. Conclure.

CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAC NIVEAU : TECHNICIEN SESSION 2011	EPREUVE DE PHYSIQUE DUREE : 3 HEURES

EXERCICE N°1

Dans ce problème, nous étudions le mouvement d'un satellite de Mars nommé Phobos. On supposera que tous les objets étudiés sont à répartition sphérique de masse.

On donne :

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} est la constante de gravitation universelle.

Distance entre le centre de Mars et celui de Phobos : $r = 9,38 \cdot 10^3$ km.

Masse de Mars : $m_M = 6,42 \cdot 10^{23}$ kg.

La masse de Phobos sera notée m_P.

Période de rotation de Mars : T_M = 24h 37min.

On supposera que Phobos a un mouvement circulaire uniforme autour de Mars de vitesse v et on supposera que l'on travaille dans un référentiel galiléen centré sur Mars.

1°) Donner la définition d'un mouvement circulaire uniforme.

2°) Représenter le point d'application, la direction et le sens du vecteur accélération de Phobos sur un schéma.

3°) Donner l'expression (sans justification) de la norme du vecteur accélération de Phobos en fonction de v et r.

4°) Appliquer la deuxième loi de Newton à ce satellite.

5°) En déduire que l'expression de sa vitesse de révolution autour de Mars est :

$$v = \sqrt{\frac{Gm_M}{r}}$$

6°). Déterminer l'expression reliant v, r et T_P (période de révolution de Phobos autour de Mars).

7°) Montrer que : $\frac{T_P^2}{r^3} = 9,2210^{-13}\,s^2m^{-3}$ Cette relation définit une loi. Donner son nom.

8°) En déduire la valeur de T_P.

9°) Dans quel plan faut-il placer un satellite pour qu'il soit immobile par rapport à la base relais sur Mars ? Justifier votre réponse sans calcul.

10°) Quelle est la période T_S de révolution d'un tel satellite ?

11°) Etablir l'expression de l'énergie mécanique du système Phobos-Mars. Déduire qu'elle est constante au cours du temps.

EXERCICE N°2

1°) On établit une tension constante U aux bornes (A et B) des armatures d'un condensateur de capacité C_1. Calculer la charge maximale Q_{max} du condensateur.

2°) Le condensateur étant chargé, on isole ses armatures et on le décharge dans une bobine d'inductance L_1 et de résistance r_1.

Etablir l'équation différentielle des oscillations électriques dans le circuit.

a°) Donner l'expression de l'énergie totale électrique (condensateur) et magnétique (bobine) du circuit.

b°)Montrer que l'énergie totale du circuit varie au cours du temps et préciser la forme sous laquelle se manifeste cette variation.

c°) Quelle est la nature des oscillations électriques ainsi obtenues. Que se passera t-il dans le circuit pendant un temps suffisamment long ?

d°) Si la résistance de la bobine r_1 est négligeable qu'elle serait la nature des oscillations ? Calculer la valeur de leur fréquence propre.

On donne : $C_1 = 6{,}28\,\mu F$, $U = 50V$ et $L_1 = 0{,}318H$.

Cfoun

CONCOURS D'ENTREE AUX CYCLES DE TECHNICIEN SUPERIEUR ET TECHNICIEN DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE (EAMAC)

SESSION 2011

EPREUVE DE : MATHEMATIQUES

DUREE : 3 HEURES $\Rightarrow$ Tech. | TS

Exercice 1

Soient les intégrales suivantes:

$$I = \int_0^\pi e^t \cos^2 t dt \text{ et } J = \int_0^\pi e^t \sin^2 t dt.$$

1. Calculer $I + J$ et $I - J$.
2. En déduire les valeurs de I et J.

Exercice 2

Soit f_a la fonction définie par:

$$f_a(x) = \log\left(x^2 - 2ax + 1\right),$$

où $-1 \leq a \leq 1$ et log désigne la fonction logarithme népérien. On notera C_a la courbe représentative de f_a dans un repère orthonormé.

A) Dans cette partie du problème on suppose $a = -1$.

1. Etudier les variations de f_{-1} et tracer la courbe représentative C_{-1}.
2. a) Déterminer une primitive de la fonction g définie par: $g(x) = \log(x+1)$.
   b) Calculer l'aire de ensemble des points de coordonnées (x, y) satisfaisant aux conditions: $0 \leq x \leq e - 1$ et $0 \leq y \leq f_{-1}(x)$.

B) Dans cette partie, on suppose $0 < a < 1$.

1. Determiner le domaine de définition de f_a.
2. Etudier les variations de la fonction f_a.
3. Montrer que la courbe C_a admet la droite d'équation $x = a$ pour axe de symétrie.
4. Soit h la fonction définie par: $h(x) = 2\log x,\ x > 0$.
   Donner, selon la valeur de x, le signe de l'expression: $f_a(x) - h(x)$.
   Cette expression admet-elle une limite quand x tend vers $+\infty$?
5. Tracer la courbe représentative de h et utiliser ce qui précède pour tracer $C_{\frac{2}{3}}$ dans le même repère.

C) Montrer que les courbes C_a et C_{-a} sont symétriques par rapport à la droite d'équation $x = 0$.